UDK 528.33./38:629.783 GPS
528.088.3 + 528.14
Originalni znanstveni članak

MOGUĆNOSTI PRIMJENE GPS U GRADSKIM GEODETSKIM MREŽAMA

Asim BILAJBEGOVIĆ, Miljenko SOLARIĆ, Željko BAČIĆ*

SAŽETAK: U ovom je radu ispitivana mogućnost primjene metode GPS na uspostavljanju gradskih geodetskih mreža. Ispitivani su modeli izjednačenja mreža i optimiranja težina mjerenih GPS vektora uvođenjem u izjednačenje fiksnih i plivajućih rješenja. U svrhu numeričkih istraživanja poslužila su mjerenja u GPS mreži grada Zadra. Za neovisnu ocjenu točnosti i ispitivanje modela izjednačenja poslužile su prostorne duljine izmjerene s elektroničkim daljinomjerom DI 3000 i visinske razlike izmjerene elektroničkim teodolitom WILD 2000S.

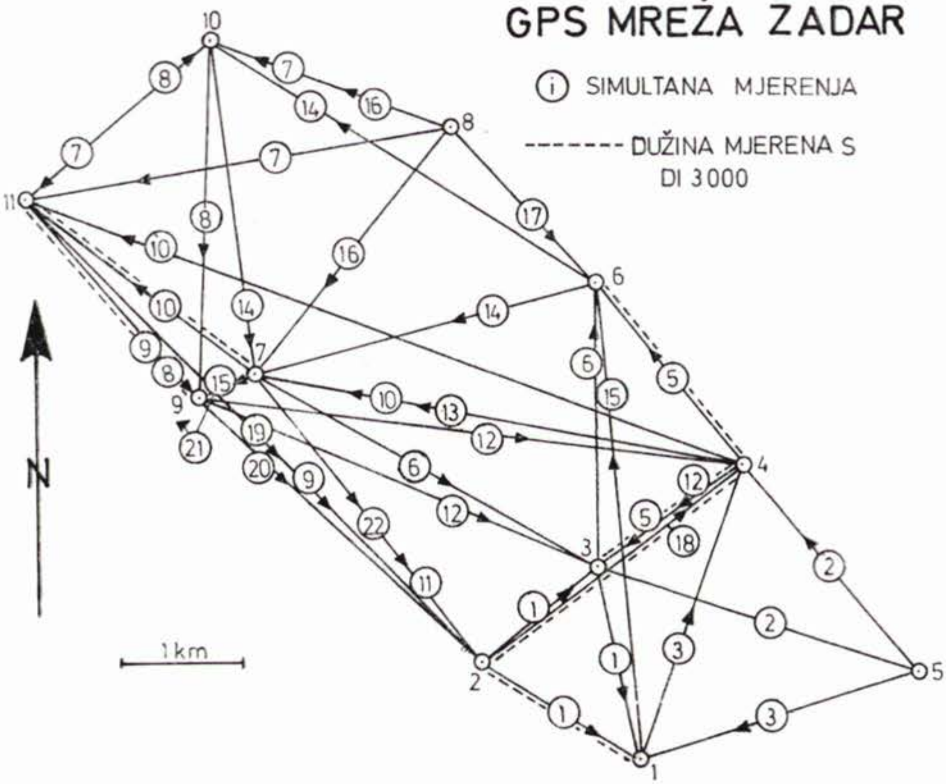
1. UVOD

Klasične gradske trigonometrijske mreže obično su uspostavljane na osnovi kutnih mjerenja — triangulacije, linearnih mjerenja elektrooptičkim daljinomjerima — trilateracije i primjenom precizne poligonometrije. Okvirna mreža dobivena primjenom triangulacije i traliteracije obično se progušćuvala preciznom poligonometrijom. Nameće se pitanje: može li se GPS metoda uspješno primijeniti za formiranje gradske trigonometrijske mreže? Radi ispitivanja mogućnosti primjene GPS metode u uspostavljanju gradskih geodetskih mreža, projektirana je osnovna GPS mreža grada Zadra. Mjerenja u mreži nisu obavljena u kontinuitetu (zbog više sile) već u dvije kampanje, u početku svibnja i u početku srpnja 1991. godine. Budući da su to prve primjene GPS tehnologije u razvijanju gradskih geodetskih mreža, obavljena su i moguća kontrolna mjerenja teretričkim metodama radi usporedbe metoda i ispitivanja njihove točnosti. Osim toga, željela se ispitati i točnost pojedinačnog određivanja koordinata primjenom metode apsolutnog određivanja u svjetskom geodetskom koordinatnom sustavu. Mreža posjeduje mnoga prekobrojna mjerenja što omogućuje brojne analize i ispitivanja točnosti (sl. 1).

2. PROJEKTIRANJE I PLAN OPAŽANJA GPS MREŽE GRADA ZADRA

Zbog izgrađenosti, visine objekata, gradskog zelenila i mogućnosti višestrukih refleksija signala satelita ograničena je mogućnost primjene GPS metode

* Prof. dr. Asim Bilajbegović, prof. dr. Miljenko Solarić, Željko Bačić, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26.



Slika 1: GPS mreža Zadra, O — simultana mjerenja)

u razvijanju gradskih geodetskih mreža. S druge strane, GPS metoda pruža brojne prednosti. Točke mreže ne moraju se dogledati (bitan element upravo za gradske mreže), konfiguracija mreže gubi na značenju, te se točke mogu postaviti na najpovoljnijim mjestima za kasniju eksploataciju mreže. O prednostima metode dovoljno govori podatak da se mreža sastoji od 32 strane (sl. 1), a optičko dogledanje ostvareno je samo na šest strana.
Mrežu su projektirali dr. Asim Bilajbegović i Srećko Lukin, dipl. inž. vodeći računa o tomu da su horizonti oko točaka (iznad 15° elevacijskoga kuta) slobodni, da su točke prikladne za kasniju eksploataciju mreže, tj. da se mreža može progustiti metodom precizne poligonometrije i da točke mogu poslužiti kao stajališta elektroničke tahimetrije. Tijekom opažanja izabrani su intervali kada se iznad horizonta nalaze najmanje četiri satelita i kad je PDOP (Bilajbegović et all., 1991) manji od 6, a primijenjen je program GPS-MAP tvrtke Ashtech.

3. APSOLUTNA TOČNOST KOORDINATA

Točnost apsolutnih koordinata GPS stajališta ovisna je o točnosti koordinata GPS satelita, točnosti modela refrakcije, pogrešaka polja ubrzanja sile teže i sl. Koordinate GPS satelita primaju prijemnici na osnovi C/A i P kôda.

Obično se iznose podaci da C/A kôd posjeduje točnost 20—100 metara, a P kôd 5—20 metara. Svaki prijem GPS signala u prijemniku pruža mogućnost očitanja koordinata stajališta u WGS-84 koordinatnom sustavu. Mjerenja na stajalištima trajala su od 45 minuta do jednog sata. Kasnijom obradom registriranih mjerenja može se izračunati srednja vrijednost apsolutnih koordinata i dobiti srednja pogreška položaja točke u prostoru. Tako izračunane srednje pogreške za sve točke u mreži (sl. 1) bile su manje od 4 metra. Međutim, njihova položajna točnost nije realna. Ona je dobivena na osnovi koordinata obično četiriju satelita u jednoj sesiji mjerenja (1^h). Mjerenja druge serije opažanja (sesije) s druga četiri satelita daju isto tako malu srednju položajnu pogrešku, a razlika u koordinatama između sesija je veća. Stoga smo izračunali razlike u koordinatama između WGS-84 i našega državnog sustava za svih jedanaest točaka mreže. Pritom smo pazili na to da su apsolutne GPS koordinate dobivene za svaku točku iz različitih sesija mjerenja (tablica 1).

Tablica 1: Točnost apsolutnih koordinata

Točka	RAZLIKA KOORDINATA Državna mreža — GPS mreža		
	$\Delta\varphi$ [m]	$\Delta\lambda$ [m]	Δh [m]
ZAD2	4.234	375.181	−58,601
ZAD1	4,063	375,337	−58,558
ZAD3	4,037	375,298	−58,560
ZAD5	−6,724	375,175	−54,164
ZAD4	15,418	378,099	−52,525
ZAD7	8,296	374,754	−58,529
ZAD8	3,919	374,488	−55,680
ZA10	4,105	374,191	−55,775
ZA11	4,073	374,030	−55,877
ZAD9	16,610	376,355	−59,022
ZAD6	−12,480	382,666	−75,510
SREDINA	+4,141	+376,143	−58,436
ili	0,″13392	16,″93956	

Kad bi razlika u koordinatama bila konstantna, značilo bi to da se radi samo o razlikama koordinatnih sustava, a da se apsolutne koordinate unutar istog sustava međusobno dobro slažu. Za koordinate u državnom koordinatnom sustavu to se može s razlogom i tvrditi. Prethodne tvrdnje dokazuju da se odstupanja od srednjih razlika u koordinatama mogu smatrati pravim greškama, te izračunati srednja pogreška apsolutnih koordinata dobivenih GPS metodom primjenom C/A kôda:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}} \qquad (3-1)$$

Na osnovi tablice 1. dobije se:

$m_\varphi = \pm\ 7.945$ m, $m_\lambda = \pm\ 2.387$ m, $m_h = \pm\ 5.771$ m i
srednja pogreška položaja točke u prostoru od $\pm\ 10.106$ m.

Srednja vrijednost razlika po φ i λ upućuje na to da naša državna mreža nema ishodište u središtu mase Zemlje, odnosno da nije dobro orijentirana. Razlika po visini h u dobrom dijelu sadrži u sebi undulaciju geoida, tako da se srednja vrijednost gotovo podudara s undulacijom geoida za područje Zadra. Iz tih se podataka zaključuje da je nužno našu mrežu povezati s najbližim inozemnim laserskim stanicama.

4. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

Pri izjednačenju i dobivanju koordinata stanica obično se ispituju:

— točnost,

— suglasnost GPS-rezultata iz različitih nizova (sesija) mjerenja i uspoređuju se GPS rezultati s dobivenim klasičnim terestričkim mjerenjima.

4.1. *Točnost*

Točnost procijenjenih parametara podložna je utjecaju različitih čimbenika. Najvažniji su:

— pogreške koordinata referentne točke,
— pogrešne pozicije (koordinate) satelita,
— pogrešni modeli refrakcije i
— pogrešno polje ubrzanja sile teže.

U mreži Zadra korišteno je relativno određivanje koordinata i isključuju se pogreške koordinata referentne točke. Utjecaj pogreške pozicije satelita, posebice pogreške u smjeru putanje (along-track) iskazuje se u promjeni mjerila baze. Pogrešan model ionosfere relevantan je za mjerenje s jednom frekvencijom, budući da se s dvjema frekvencijama s pomoću kombinirane faze L3 može otkloniti glavni dio ionosferske refrakcije. Kako su to uglavnom duljine maksimalno do 6 km, zanemaruje se uobičajeni utjecaj ionosfere na relativna određivanja. Utjecaj troposfere otklonjen je moduliranjem. Pogrešno polje ubrzanja sile teže uzrokuje dakako, pogreške u određivanju putanje satelita i te su pogreške posebice izražene pri apsolutnim određivanjima koordinata točaka.

4.2. *Suglasnost GPS-rezultata iz različitih sesija*

Iz opažanja jednih te istih bazičnih linija u različitim sesijama ili različitih dana, mogu se izračunati razlike u duljini baze. Uzroci tih pogrešaka mogu biti:

— promjena koordinatnog sustava,
— promjena referentne točke,
— promjena atmosfere i
— promjena antene prijemnika.

Promjena koordinatnog sustava sreće se pri primjeni short-arc-metode za određivanje putanje satelita u svakoj sesiji opažanja. Taj se utjecaj može eliminirati primjenom long-arc-metode u svim sesijama ili uporabom preciznih efemerida satelita. Za GPS mrežu Zadra korištene su operativne (ekstrapolirane) koordinate satelita i na osnovi njih ocijenjena je točnost mjerenja koordinata u različitim sesijama, samo iz fiksnih rješenja (tablica 2).

Tablica 2: Točnost baza na osnovi mjerenja u različitim sesijama

Baza od—do	DULJINA BAZE U METRIMA						Razlika S1 – S2 [mm]
	Sesija 1	RMS	Ratio	Sesija 2	RMS	Ratio	
8—6	1706,898	0,04293	3,05	1706,897	0,09114	2,89	+1
7—10	2572,320	0,06138	19,05	2572,297	0,04365	3,50	+23
10—8	2094,272	0,05170	5,24	2094,272	0,02994	3,61	0
10—11	1999,564	0,05040	2,87	1999,562	0,04492	73,86	+2
9—7	507,177	0,03048	4,10	507,176	0,02326	28,66	+1
7—11	2351,833	0,02840	51,71	2351,829	0,02801	107,51	+4
11—2	5301,133	0,05407	2,11	5301,136	0,05275	57,26	−3
7—2	2989,109	0,04525	22,72	2989,117	0,08560	3,17	−8
4—7	4034,109	0,03025	3,39	4034,109	0,03494	42,17	0
9—2	3169,026	0,02673	12,70	3169,029	0,07829	7,61	−3

Pri pojedinačnom rješavanju vektora, koristeći program GPPS tvrtke Ashtech, kao pokazatelj kvalitete mjerenja služe stupci »RMS« i »Ratio« iz tablice 2. Zapravo, srednja kvadratna pogreška je »RMS« i »Ratio« (odnos), koji bi za dobra rješenja trebao biti veći od 3.

Koristeći formulu za ocjenu točnosti dvostrukih mjerenja:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[dd]}{2n}} = \pm\ 5.626\ [mm],\quad m_0 = \pm\sqrt{\frac{[dd]}{4n}} = \pm\ 2.813\ [mm], \tag{4.2-1}$$

dobije se srednja pogreška pojedinog mjerenja baze $m = \pm 5.23$ mm i srednja pogreška aritmetičke sredine $m_0 = \pm 2.81$ mm.

Iznosi srednjih pogrešaka pokazuju da je dobivena točnost u skladu s deklariranom točnošću tvornice (5 mm $\pm$ 1 ppm).

4.3. *Usporedba s klasičnim terestričkim mjerenjima*

Pouzdana ocjena točnosti GPS-rezultata može se dobiti na osnovi usporedbe s klasičnim terestričkim mjerenjima. Stoga su izravno na terenu izmjerene sve strane čije su krajnje točke optički dogledaju s kompariranim daljinomjerom WILD DI3000. Pritom su uzete u obzir korekcije zbog atmosferskih parametara tijekom mjerenja (sl. 1). Moguća je usporedba klasičnih mjerenja s GPS-rezultatima prije izjednačenja mreže kao i nakon izjednačenja (tablica 6).

Mrežom su obuhvaćena i četiri stara trigonometra državne mreže, 3, 5, 8 i 10, za koje se znaju samo koordinate, ali ne i njihova točnost, odnosno varijanc-kovarijancijska matrica.

Iz provedene analize, čiji su rezultati pregledno razvrstani u tablici 6, može se zaključiti da su položajne koordinate određene na osnovi GPS mjerenja vrlo visoke točnosti (bolje od 1 cm), a visine unutar 2 cm. Međutim, točnost visina u tablici 6. nije ocijenjena na osnovi geometrijskog nivelmana nego na osnovi trigonometrijskog mjerenja visinskih razlika, pa i to može biti razlogom slabije točnosti visina uz poznato svojstvo da se GPS visine određuju s lošijom točnošću u odnosu na horizontalna položajna određivanja. Prethodne tvrdnje omogućuju da se uzmu poznate koordinate točke 3 i obavi izjednačenje GPS mreže na Besselovom elipsoidu. Zatim se na osnovi razlika tako dobivenih koordinata i starih, poznatih, za stajališta-trigonometre 3, 5, 8 i 10, može ocijeniti točnost koordinata (tablica 3).

Tablica 3: Razlika izjednačenih GPS koordinata na Besselovom elipsoidu i koordinata u državnoj mreži sa zajedničkom točkom 3

Broj trig.	RAZLIKA DRŽAVNE — GPS KOORDINATE				
	$\Delta\varphi$		$\Delta\lambda$		Δd
	[″]	d [mm]	[″]	d [mm]	d [mm]
3	0,00000	0,0	0,00000	0,0	0,0
5	−0 00148	−45 8	−0 00431	−95 7	−356 0
8	0 00060	18 5	0 00376	83 5	194 0
10	−0 00081	−25,0	0,00454	+100,8	121,0
	Σ =	−52,3		88,6	50,0

Koristeći poznate formule za ocjenu točnosti na osnovi dvostrukih mjerenja opterećenih sistematskim pogreškama, uza zanemarivanje (nepoznavanje) varijanc-kovarijacijske matrice koordinata, dobiju se sljedeće pogreške pojedinih koordinata:

$$m_\varphi = \pm \sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{2(n-1)}} = \pm \; 19.9 \text{ mm};$$

$$m_\lambda = \pm \sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{2(n-1)}} = \pm \; 62.7 \text{ mm i}$$

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{2(n-1)}} = \pm \; 175.5 \text{ mm}.$$

Podaci iz tablice 3. i izračunane srednje pogreške pokazuju da se stare koordinate trigonometra ne mogu koristiti za ocjenu kvalitete GPS mreže, i da su položajne koordinate, pogotovo visine stare triangulacije, određene s velikim pogreškama.

5. PROBLEM IZJEDNAČENJA GPS MREŽE

Vektor u prostoru na osnovi GPS mjerenja moguće je dobiti s većinom softvera na osnovi trostruke fazne razlike, dvostruke fazne razlike s tzv. fiksnim (fixed) i plivajućim (float) rješenjem. Zapravo, rješenje s pomoću trostruke fazne razlike većina softvera koristi za eliminiranje skokova u cijelom broju valnih duljina (Bilajbegović at all., 1991), a potom dvostruke fazne razlike za računanje vektora u prostoru.

Loša geometrija i nepravilnost rada satelita, višestruke refleksije signala satelita ili jaki ionosferski utjecaji mogu biti uzrok dobivanja plivajućeg a ne fiksnog rješenja vektora baze u prostoru. Postavlja se pitanje: da li ova rješenja treba odbaciti i ne uvoditi ih u izjednačenje mreže, ili uvesti ih u izjednačenje ali s odgovarajućim težinama. Znači, problem bi se mogao riješiti analogno izjednačenju nehomogenih veličina. Sličnim problemima, za klasične geodetske mreže, bavili su se mnogi autori: Helmert (1907), Ebner (1972, 1978), Förstner (1979), Welsch (1980, 1987) i dr.

Pri izjednačenju GPS mreže Zadra korišten je program Fillnet koji omogućuje uvođenje različitih težina za vektorske komponente uzduž osi x ili φ, y ili λ i uzduž normale na elipsoid, kao i za fiksna (fixed), plivajuća (float) i rješenja s pomoću trostruke fazne razlike.

U duhu rješenja Welscha (1987), oblikovat će se model izjednačenja za fiksna, plivajuća i rješenja s pomoću trostruke fazne razlike. Tada funkcionalni i stohastički model glasi:

$$E(\underline{l}) = \underline{A} \cdot \underline{x}, \qquad (5-1)$$

$$\underline{C} = \delta^2 \cdot \underline{p}^{-1}, \qquad (5-2)$$

odnosno, uvođenjem mjerenih veličina dobiju se jednadžbe opažanja ili jednadžbe popravaka:

$$\underline{\hat{l}} = \underline{l} + \underline{v} = \underline{A} \cdot \underline{x}. \qquad (5-3)$$

Značenje pojedinih oznaka u ovom dobro poznatom Gauss-Markoffovom modelu ne treba objašnjavati.

U slučaju GPS mjerenja neka su, jednostavnosti radi (a to je i najčešći slučaj), rješenja fiksna i plivajuća. U tom slučaju se konfiguracijska matrica $\underline{A}$ može podijeliti na podmatrice fiksnih i plivajućih rješenja, tj:

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} {}_{X}\underline{A} \\ {}_{F}\underline{A} \end{vmatrix}, \qquad (5-4)$$

a analogno vektor prikraćenih mjerenja i vektor popravaka:

$$\underline{l} = \begin{vmatrix} {}_{X}\underline{l} \\ {}_{F}\underline{l} \end{vmatrix} \text{ i } \underline{v} = \begin{vmatrix} {}_{X}\underline{v} \\ {}_{F}\underline{v} \end{vmatrix}, \qquad (5-5)$$

gdje su:

$_X$ i $_F$ — indeksi uz konfiguracijsku podmatricu fiksnih i plivajućih rješenja, fiksnih i plivajućih prikraćenih vektora mjerenih veličina i fiksnih i prikraćenih vektora popravaka.

Zapravo, podijeljeni stohastički model glasi:

$$\underline{C}_l = \delta^2 \cdot \underline{Q}_l = \delta_X^2 \cdot {}_X\underline{Q}_l + \delta_F^2 \cdot {}_F\underline{Q}_l = \delta_X^2 \cdot {}_X\underline{p}^{-1} + \delta_F^2 \cdot {}_F\underline{p}^{-1} \qquad (5-6)$$

ili, općenito, kad bi postojalo više skupina heterogeno mjerenih veličina:

$$\underline{C}_l = \delta_0^2 \cdot \underline{Q}_l = \delta_1^2 \cdot \underline{Q}_1 + \ldots + \delta_c^2 \cdot \underline{Q}_c = \delta_1^2 \cdot \underline{p}_1^{-1} + \ldots + \delta_c^2 \cdot \underline{p}_c^{-1} \qquad (5-7)$$

Za izjednačenje mjerenja različitih skupina težina važna je procjena faktora varijance δ_0^2 (varijance jedinične težine) i komponenata varijanci $\delta_1^2 \ldots \delta_c^2$. U biti se mogu pojaviti dva slučaja, tzv. »overlapping«:

$$\delta_0^2 \boxed{\underline{Q}_l} = \delta_1^2 \boxed{\underline{Q}_1} + \ldots + \delta_c^2 \boxed{\underline{Q}_c}, \qquad (5-8a)$$

ili »sequential«:

$$\hat{\delta}_0^2 \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \hat{\delta}_1^2 \begin{bmatrix} \underline{Q}_1 & \\ & \end{bmatrix} + \ldots + \hat{\delta}_c^2 \begin{bmatrix} \varnothing & \\ & \underline{Q}_c \end{bmatrix} \qquad (5-8b)$$

Model (5—8a) složeniji je i njega Welsch podrobnije razmatra. Izračuna se matrica kofaktora popravaka:

$$\underline{Q}^v = \begin{vmatrix} \underline{Q}^v_{11} & \cdots & \underline{Q}^v_{1c} \\ \vdots & & \\ \underline{Q}^v_{c1} & \cdots & \underline{Q}^v_{cc} \end{vmatrix}. \qquad (5-9)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \underline{Q}^v_{ii} &= \underline{Q}_i - \underline{A}_i \cdot \underline{Q}_X \cdot \underline{A}_i^T, \quad i = 1, \ldots, c. \\ \underline{Q}^v_{ij} &= \quad - \underline{A}_i \cdot \underline{Q}_X \cdot \underline{A}_j^T, \quad i, j = 1, \ldots, c, \; i \neq j. \end{aligned} \qquad (5-10)$$

$$\underline{v}^T \cdot \underline{P}_l \cdot \underline{v} = \sum_{j=1}^{c} \underline{v}_i^T \cdot \underline{P}_i \cdot \underline{v}_i \qquad (5-11)$$

sa

$$\begin{aligned} \underline{v}_i^T \cdot \underline{P}_i \cdot \underline{v}_i &= \sum_{j=1}^{c} \mathrm{trag}\,[\underline{P}_j \cdot \underline{Q}^v_{ji} \cdot \underline{P}_i \cdot \underline{Q}^v_{ij}] \cdot \hat{\delta}_j^2 \\ &= \sum_{i=1}^{c} t_{ij} \cdot \hat{\delta}_j^2. \end{aligned} \qquad (5-12)$$

Matrični prikaz izraza (5—12) glasi:

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_1^T \cdot \underline{P}_1 \cdot \underline{v}_1 \\ \vdots \\ \underline{v}_c^T \cdot \underline{P}_c \cdot \underline{v}_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1c} \\ \vdots & & \\ t_{c1} & \cdots & t_{cc} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \hat{\delta}_1^2 \\ \vdots \\ \hat{\delta}_c^2 \end{vmatrix} \qquad (5-13)$$

Uvođenjem novih oznaka $\underline{V}$, $\underline{B}$ i $\underline{\hat{\delta}}^2$, izraz (5—13) glasi:

$$\underline{V} = \underline{B} \cdot \underline{\hat{\delta}}^2. \qquad (5-13a)$$

U prvoj iteraciji zbroja $\underline{v}_i^T \cdot \underline{P}_i \cdot \underline{v}_i$ mogu se uzeti iz pojedinačnog izjednačenja heterogenih mjerenja. Sad se sustav (5—13a) riješi i dobije se vektor procijenjenih varijanci $\underline{\hat{\delta}}^2$:

$$\underline{\hat{\delta}}^2 = \underline{B}^{-1} \cdot \underline{V}. \qquad (5-14)$$

U drugoj iteraciji matrica $\underline{B}$ ostaje nepromijenjena, a računa se vektor $\underline{V}$, tj.:

$$\underline{v}_i^T \cdot \underline{P}_i \cdot \underline{v}_i = \underline{\hat{\delta}}_i^2 \cdot (n_i - u_i), \qquad (5-15)$$

gdje je $(n_i - u_i)$ broj prekobrojnih mjerenja. S novim vektorom $\underline{V}$ iz (5—15) ponovno se iz (5—14) izračuna vektor procijenjenih varijanca $\underline{\hat{\delta}}^2$. Postupak se ponavlja sve dotle dok komponente vektora $\underline{\hat{\delta}}^2$ ne postanu jednake u postupku iteracije, tj. dok $\hat{\delta}_i^2 / \hat{\delta}_j^2 \rightarrow 1$. Na taj način dobiva se konačno kovarijacijska matrica mjerenih veličina:

$$\underline{C}_l = \delta_0^2 \cdot Q_l = \delta_1^2 \cdot Q_1 + \ldots + \delta_c^2 \cdot \underline{Q}_c \qquad (5-16)$$

koja se koristi za definitivno izjednačenje.

Program »Fillnet« nema takvih mogućnosti, ali variranjem težina za vektorske komponente uzduž x, y i h osi za fiksno, plivajuće i rješenje s pomoću trostruke fazne razlike može se ponavljati postupak izjednačenja dok procijenjeni faktor varijance $\hat{\delta}_0^2$ poprimi vrijednost 1, čime se zapravo posredno dolazi do rješenja analognog Welschovom.

Numerička istraživanja provedena su sa svrhom da se pokaže kvare li izjednačenja s plivajućim vektorima rezultate izjednačenja, te treba li ih eliminirati i na taj način pokvariti geometriju mreže? U tu svrhu izmjereni su ponovno vektori gdje su dobivena plivajući rješenja, te je mreža izjednačena s plivajućim i fiksnim rješenjima i samo s fiksnim rješenjima (tablica 4).

Tablica 4: Ispitivanje kvalitete modela izjednačenja s fiksnim i plivajućim i samo fiksnim vektorima

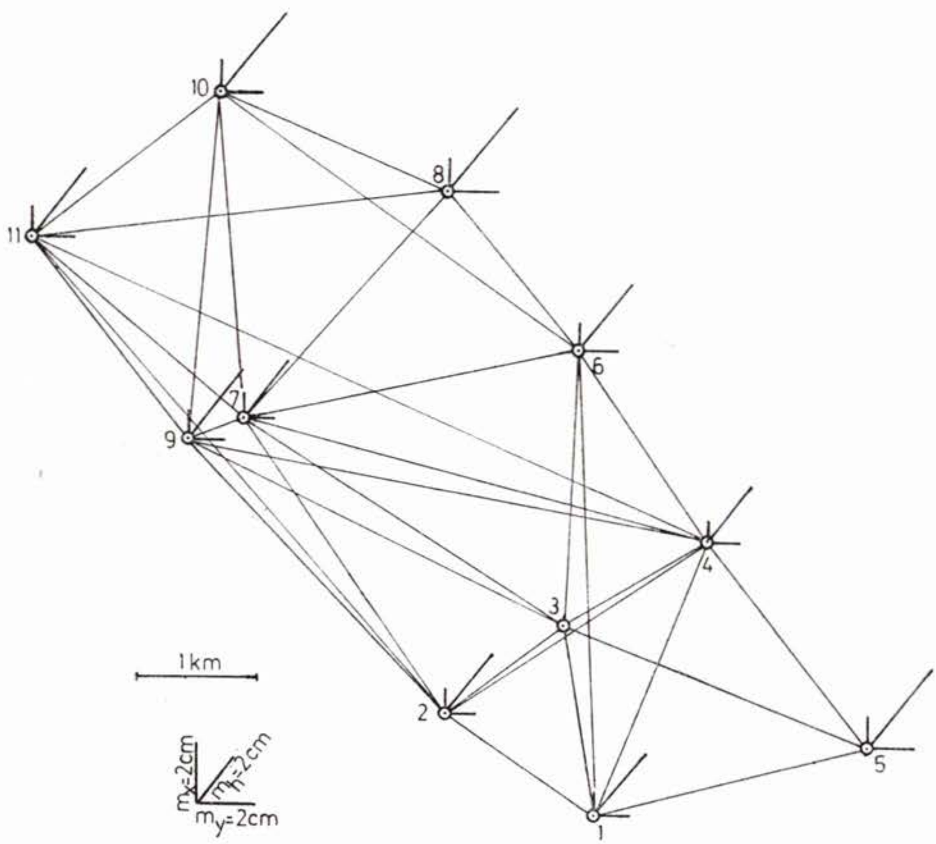
Od—do	Fiksno rješenje vektora [m]	Plivajuće rješenje vektora [m]	Razlika 2 − 3 [mm]	Izjednačenje s plivajućim i fiksnim vektorom [m]	Razlika 1 − 5 [mm]	Izjednačenje s fiksnim vektorima [m]	Razlika 2 − 7 [mm]
1	2	3	4	5	6	7	8
7—11	2351,833 2351,833	—	—	2351,8334	−0,4	2351,8317	1,3
4—3	1440,231	1440,341	−110	1440,2434	−12,4	1440,2337	−2,7
4—7	4034,109	4034,053	56	4034,1092	−0,2	4034,1134	−4,4
8—10	2094,272	2094,242	30	2094,2763	−4,3	2094,2680	4,0
2—7	2989,109	2989,100	9	2989,1081	0,9	2989,1091	−0,1
11—2	5301,143 5301,134	—	—	5301,1324	5,6	5301,1328	5,2
9—7	507,175	507,128	47	507,1716	3,4	507,1756	−0,6
10—11	1999,562	1999,522	40	1999,5525	9,5	1999,5617	0,3
		[d]/n =	48,7	m =	±4,37	m =	±2,12

Iz tablice 4, stupca 4, vide se razlike u modulu vektora između fiksnih i plivajućih rješenja i u rasponu su od —110 do +56 mm, sa srednjom vrijednošću od 48.7 mm. Uvođenjem plivajućih rješenja GPS vektora u izjednačenje mreže s neprimjerenim odnosom težina, može se dobiti loša točnost koordinata točaka. U svrhu ispitivanja izjednačena je mreža s fiksnim i plivajućim i samo s fiksnim rješenjima vektora i ocijenjena je točnost pojedinog modela na osnovi razlika srednjih vrijednosti izravnih fiksnih modula vektora postaja (ako je postaja mjerena više puta) i izračunanih duljina postaja iz izjednačenih koordinata mreže, uzimajući u obzir plivajuća i fiksna rješenja (stupci 5 i 7, tablica 4). Na osnovi formule za ocjenu točnosti dvostrukih mjerenja (zanemarujući korelaciju izračunanih duljina strana iz koordinata mreže) dobiju se:

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} = \pm 4.37 \text{ mm (stupac 5) i}$$

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} = \pm 2.12 \text{ mm}$$

srednje pogreške pojedinih stranica od $\pm$ 4.37 mm za izjednačenje s fiksnim i plivajućim i $\pm$ 2.12 mm za izjednačenje samo s fiksnim vektorima. Pretpostavljen je odnos težina fiksnih i plivajućih rješenja 2 : 1. Razlika u točnosti od oko 2 mm, s obzirom na točnost koordinata (sl. 2. i sl. 3), nema nekoga praktičnog značenja iz čega proizlazi zaključak: plivajuća rješenja mogu se uvesti u izjednačenje, ali nehomogenim mjerenjima treba dati primjerenu težinu.

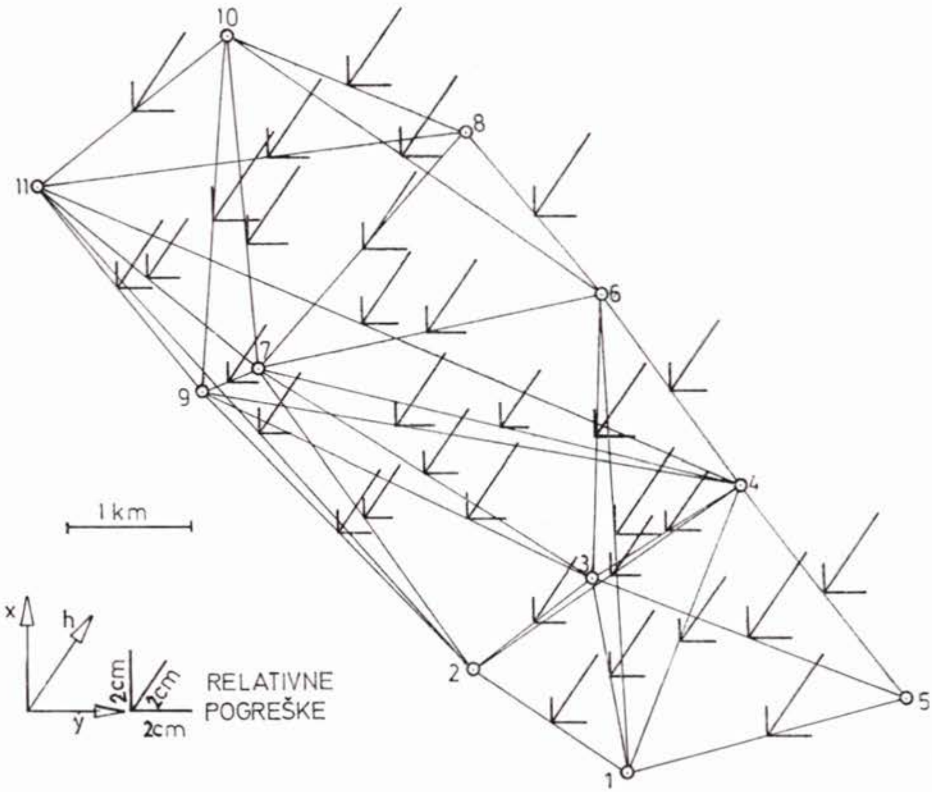


Slika 2: Točnost koordinata točaka određenih GPS metodom

Određivanje točnosti mjerenih rezultata može se izvesti na više načina (Welsch, 1980):

— procjenom na osnovi vrijednosti iz iskustva,
— empirijskim istraživanjima u razdvojenim modelima izjednačenja i
— procjenama varijanci statističkim metodama.

Prvi način je najjednostavniji ali i najnepouzdaniji, drugi zahtijeva dostatan broj prekobrojnih mjerenja unutar svake skupine, a treći način je s matematičko-statističke strane najprihvatljiviji, ali s obzirom na troškove programiranja i vremena računanja na kompjutoru i najskuplji.



Slika 3: Relativna točnost mreže

5.1. *Modeli izjednačenja*

Ako se GPS mreža želi izjednačiti kao slobodna tada jednadžbe popravaka za simultana opažanja na dvjema stanicama poprimaju oblik (Bilajbegović, 1990):

$$\begin{aligned} v_{\Delta x_{ij}} &= x_j - x_i - \Delta x_{ij}, \\ v_{\Delta y_{ij}} &= y_j - y_i - \Delta y_{ij}, \\ v_{\Delta z_{ij}} &= z_j - z_i - \Delta z_{ij}, \end{aligned} \qquad (5.1-1)$$

gdje su:

$v_{\Delta x_{ij}}, v_{\Delta y_{ij}}, v_{\Delta z_{ij}}$ — popravke odgovarajućih vektorskih komponenata mjerenih vektora GPS metodom između točaka i i j

$\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}, \Delta z_{ij}$ — mjerene vektorske komponente između točaka i i j u smjeru koordinatnih osi x, y, z

x_j, y_j, z_j i x_i, y_i, z_i — nepoznate prostorne koordinate

Izraz (5.1—1) koristi se za izjednačenje slobodnih mreža, ili onda kada su poznate prostorne koordinate jedne točke. Ako treba uklopiti mrežu čije se koordinate određene satelitskim metodama x_i^s, y_i^s, z_i^s u državni koordinatni sustav x, y, z, tada se uspostavlja odnos (Bilajbegović, 1990):

$$\begin{vmatrix} x^s \\ y^s \\ z^s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta b_x^s \\ \Delta b_y^s \\ \Delta b_z^s \end{vmatrix} + (1 + dm^s) \cdot \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon_z^s & -\varepsilon_y^s \\ -\varepsilon_z^s & 1 & \varepsilon_x^s \\ \varepsilon_y^s & -\varepsilon_x^s & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}, \qquad (5.1-2)$$

gdje su:

$\varepsilon_x^s, \varepsilon_y^s, \varepsilon_z^s$ — rotacijski mali kutovi oko osi x^s, y^s, z^s

$\Delta b_x^s, \Delta b_y^s, \Delta b_z^s$ — komponente translacije državnog ishodišta u ishodište GPS koordinatnog sustava

dm^s — promjena mjerila

Linearizacijom (5.1—2) dobiju se jednadžbe popravaka:

$$\begin{aligned}
v_{x_i^s} &= \Delta b_x s + \delta x_i + x_i^o \cdot dm^s - z_i^o \cdot \varepsilon_y^s + y_i^o \cdot \varepsilon_z^s - (x_i^s - x_i^o) \\
v_{y_i^s} &= \Delta b_y s + \delta y_i + y_i^o \cdot dm^s + z_i^o \cdot \varepsilon_x^s - x_i^o \cdot \varepsilon_z^s - (y_i^s - y_i^o) \\
v_{z_i^s} &= \Delta b_z s + \delta z_i + z_i^o \cdot dm^s - y_i^o \cdot \varepsilon_x^s + x_i^o \cdot \varepsilon_y^s - (z_i^s - z_i^o)
\end{aligned} \qquad (5.1-3)$$

Ako se GPS koristi u relativnom obliku (određivanje vektora a ne koordinata), što je i najčešće u geodeziji, iz (5.1—2) i (5.1—3) dobije se:

$$\begin{aligned}
v_{\Delta x_{ij}^s} &= \delta x_j - \delta x_i + \Delta x_{ij}^o \cdot dm^s - \Delta z_{ij}^o \cdot \varepsilon_y^s + \Delta y_{ij}^o \cdot \varepsilon_z^s - (\Delta x_{ij}^s - \Delta x_{ij}^o) \\
v_{\Delta y_{ij}^s} &= \delta y_j - \delta y_i + \Delta y_{ij}^o \cdot dm^s + \Delta z_{ij}^o \cdot \varepsilon_x^s - \Delta x_{ij}^o \cdot \varepsilon_z^s - (\Delta y_{ij}^n - \Delta y_{ij}^o) \\
v_{\Delta z_{ij}^s} &= \delta z_j - \delta z_i + \Delta z_{ij}^o \cdot dm^s - \Delta y_{ij}^o \cdot \varepsilon_x^s + x_{ij}^o \cdot \varepsilon_y^s - (\Delta z_{ij}^s - \Delta z_{ij}^o)
\end{aligned} \qquad (5.1-4)$$

s matricom težina:

$$\underline{P}_{\Delta x^s, \Delta y^s, \Delta z^s} = \delta_0^2 \cdot \underline{Q}^{-1}{}_{\Delta x^s, \Delta y^s, \Delta z^s}.$$

U (5.1—3) i (5.1—4) oznake $_o$ u indeksu obilježuju približne koordinate, odnosno koordinatne razlike. Očevidno je da je u modelu (5.1—1) broj nepoznanica jednak broju nepoznatih točaka puta 3, a u modelu (5.1—4) jednak je broju nepoznatih koordinata točaka plus tri nepoznanice kutova rotacije $\varepsilon_x^s, \varepsilon_y^s, \varepsilon_z^s$ i nepoznati faktor mjerila dm^s.

Za ispitivanje točnosti koordinata obavljena su izjednačenja s oko četrdesetak različitih modela. Ako je procjena težina merenih veličina neprimjerena, dobiju se nerealne vrijednosti procijenjenih varijanci nepoznanica (tablica 5).

Tablica 5: Ocjena točnosti koordinata i položaja točaka iz različitih modela izjednačenja

Točka	Model s jediničnom težinom $\delta_0 = \pm 1{,}914$ pogreška po:			Položajna pogreška u ravnini ± [mm]	Prostorna pogreška ± [mm]	Model s jediničnom težinom $\delta_0 = \pm 1{,}049$ pogreška po:			Položajna pogreška u ravnini ± [mm]	Prostorna pogreška ± [mm]
	φ [mm]	λ [mm]	h [mm]			φ [mm]	λ [mm]	h [mm]		
ZAD2	14	20	20	24,41	31,56	8	11	25	13,60	28,46
ZAD1	15	22	22	26,63	34,54	8	12	27	11,42	30,61
ZAD3	0	0	0	zadana	točka	0	0	0	zadana	točka
ZAD5	20	28	28	34,41	44,36	11	16	35	19,41	40,02
ZAD4	14	19	19	23,60	33,50	7	11	24	13,04	27,31
ZAD7	14	20	20	24,41	31,56	8	11	25	13,60	28,46
ZAD8	21	29	29	35,81	46,08	11	16	36	19,42	40,90
ZA10	20	28	28	34,41	44,36	11	15	35	18,60	39,64
ZA11	17	24	24	29,41	37,96	10	13	30	16,40	34,20
ZAD9	17	24	24	29,41	37,96	9	13	30	15,81	33,91
ZAD6	16	23	23	28,02	36,25	9	13	29	15,81	33,03
		Srednja vrijednost		29,05	37,81				16,01	33,65

Model s jediničnom težinom $\delta_0 = \pm 1{,}914$ dobiven je na osnovi standardnih pogrešaka prema programu Fillnet, a model s težinom $\delta_0 = \pm 1{,}049$ s iteracijama opisanim u poglavlju 5.

Na osnovi srednjih vrijednosti položajnih pogrešaka u horizontalnoj ravnini i u prostoru (29.05 i 16.01 te 37.81 i 33.65) zaključuje se da težine treba uskladiti i uzduž pojedinih osi i između fiksnih i plivajućih rješenja GPS vektora.

Kao vanjski kriterij za ocjenu točnosti mogla bi poslužiti usporedba mjerenih duljina kompariranim elektrooptičkim daljinomjerom DI 3000 s duljinama dobivenim iz koordinata GPS točaka izjednačene mreže po različitim modelima (tablica 6).

Koristeći formule za ocjenu točnosti pojedinih dvostrukih mjerenja sa sistematskom pogreškom (Gotthardt, 1978):

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{(2(n-1))}}$$

i ne uzimajući u obzir sistematske pogreške

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}}, \qquad (5.1-6)$$

dobivaju se ovi rezultati:

Srednja pogreška pojedine duljine mreže za model 1 (tablica 6) bez sistematske greške iznosi $m_{d_1} = \pm 5{,}02$ mm, a sa sistematskom pogreškom

Tablica 6: Ocjena točnosti iz razlika mjerenih duljina i visinskih razlika s DI 3000 i T 2000S i izračunatih iz različitih modela izjednačenja GPS mreže

Od—do	Mjerenje s DI 3000 i T 2000S; dužina vis. razl. [m]	GPS model 1 slobodna mreža WGS 84 $m_0 = 1,0449$ [m]	Razlika 2 — 3 d [mm]	GPS model 2 slobodna mreža WGS 84 samo fiks. rješenja [m]	Razlika 2 — 5 d [mm]	GPS model 3 Besselov elipsoid red. koord. drž. mreža [m]	Razlika 2 — 7 d [mm]	model 4 Promjena mjreila iz stupca 7 [m]	Razlika 2 — 9 d [mm]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2—1	1501,8103 +0,9521	1501,8018 +0,925	+8,5 +27,1	1501,8048 +0,924	+6,5 +28,1	1501,8336 +0,861	−23,3 +91,1	1501,8130	−2,7
4—3	1440,2335 −59,7340	1440,2434 −59,785	−9,9 +51,0	1440,2337 −59,779	−0,2 +45,0	1440,2543 −59,735	−20,8 +1,0	1440,2345	−1,0
9—11	2140,4155 −0,1575	2140,4149 −0,156	+0,6 −1,5	2140,4092 −0,155	+5,3 −2,5	2140,4426 −0,097	−27,1 −60,5	2140,4132	+2,3
7—11	2351,8355 −6,5540	2351,8334 −6,589	+2,1 +35,0	2351,8317 −6,584	+3,8 +30,0	2351,8622 −6,533	−26,7 −2,1	2351,8299	+5,6
6—4	1923,2913	1923,2988	−7,5	1923,2948	−3,5	1923,3329	−41,6	1923,3064	−15,1
2—4	2640,3615	2640,3569	+4,6	2640,3570	+4,5	2640,3940	−32,5	2640,3577	+3,8
$m_{d1} = \pm\sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{(2(n-1))}} =$			± 5,02 mm y = + 0,13 mm m_y = ± 1,49 mm		± 3,06 mm y = + 1,37 mm m_y = ± 0,88 mm		± 6,71 mm y = − 14,38 mm m_y = ± 1,94 mm		± 5,28 mm y = − 0,59 mm m_y = ± 1,52 mm
$m_{d2} = \pm\sqrt{\frac{[dd]}{2n}} =$			± 4,59 mm		± 3,12 mm		± 20,84 mm		± 4,89 mm
$m_{h1} = \pm\sqrt{\frac{[dd] - [d]^2/n}{(2(n-1))}} =$			± 14,93 mm y = + 13,95 mm m_y = ± 5,28 mm		± 13,48 mm y = + 12,82 mm m_y = ± 4,77 mm		± 45,39 mm y = + 1,30 mm m_y = ± 16,05 mm		
$m_{h2} = \pm\sqrt{\frac{[dd]}{2n}} =$			± 23,88 mm		± 21,57 mm		± 39,37 mm		

$\pm$ 4,59 mm, iz čega se može zaključiti da nema bitne razlike između rezultata dobivenih daljinomjerom i iz izjednačenih GPS koordinata. To potvrđuje i iznos sistematske pogreške (razlike) $y_d = [d]/2n = -0{,}13$ mm s odgovarajućom srednjom pogreškom $m_{y_d} = m_1/\sqrt{2n} = \pm 1{,}45$mm. Slično se može tvrditi i za model 2 (tablica 6) koji je dobiven samo na osnovi fiksnih rješenja vektorskih komponenata.

Međutim, model 3 (tablica 6) uklopljena je GPS mreža u mrežu točaka državne triangulacije. U tom slučaju zadane su točke ZAD3, ZAD5, ZAD8 i ZA10, čije su koordinate preuzete iz državne mreže i imaju manju točnost. Na osnovi uklapanja mreže (jednadžbe popravaka 5.1—4) dobiju se kutovi rotacije oko koordinatnih osi $\varepsilon_x = 9''{,}746$, $\varepsilon_y = -2''{,}426$ i $\varepsilon_z = -13''{,}378$ i faktor mjerila $dm = 13{,}745$ ppm $= 13{,}745 \cdot 10^{-6}$.

Pogreške u dužinama prema modelu 3 bitno se razlikuju pri ocjeni sistematske razlike $m_{d_1} = \pm 6{,}71$ mm i pod pretpostavkom da nema sistematske pogreške razlike $m_{d_2} = 20{,}84$ mm. Razlike m_1 i m_2 izravna su posljedica faktora mjerila dm = 13,745 ppm, a to potvrđuje i iznos sistematske pogreške (razlike) $Y_1 = -14{,}33$ mm i njene srednje pogreške $m_{y_d} = \pm 1{,}94$ mm.

Model 4 (tablica 6) izračunat je na osnovi modela 3 uzimajući u obzir promjenu faktora mjerila dm = 13,745 ppm. Objašnjene pogreške iznose: $m_{d_1} = \pm 5{,}28$ mm, $m_{d_2} = \pm 4{,}89$ mm, a $y_d = -0{,}59$ mm s $m_{y_d} = \pm 1{,}52$ mm, To je nedvojbeno potvrda da je faktor mjerila dm primjenom Helmertove transformacije dobro određen, i da državna mreža na području grada Zadra nema dobro mjerilo.

Slična analiza napravljena je i za visinske razlike te se za model 1 i model 2 (tablica 6) može tvrditi da postoji sistematska razlika u rezultatima određivanja visinskih razlika trigonometrijskim nivelmanom i GPS metodom. To je i razumljivo, jer se trigonometrijskim nivelmanom određuju ortometrijske, a GPS metodom — elipsoidne visinske razlike. Osim toga, trigonometrijski nivelman na ovim udaljenostima podložan je utjecaju refrakcije. Visine trigonometara ZAD3, ZAD5, ZAD8 i ZA10 u državnoj mreži određene su trigonometrijskim nivelmanom s vrlo malom točnošću $m_{\Delta h} = \pm 0{,}176$ m (tablica 6), te je to jedan od razloga što su u modelu 3 pogreške pojedinih visinskih razlika velike: $m_{h_1} = 45{,}39$ mm i $m_{h_2} = \pm 39{,}37$ mm.

5.1.3. *Točnost transformacijskih parametara*

Koristeći model izjednačenja (5.1—4), izračunani su rotacijski kutovi, $\varepsilon_x = 9''{,}746 \pm 4''{,}015$, $\varepsilon_y = -2''{,}426 \pm 3''{,}531$ i $\varepsilon_z = -13''{,}378 \pm 9''{,}579$ s faktorom mjerila $dm = 13{,}745 \pm 2{,}705$ ppm, uz zadane koordinate trigonometara, ZAD3, ZAD5, ZAD8 i ZA10 državne mreže.

Vektorske komponente između točaka trigonometra ZAD2 i ZAD4 u globalnom sustavu WGS84, izračunane iz lokalnog sustava (tj. modela 4) (tablica 6), koristeći spomenute parametre transformacije, glase:

$$\begin{vmatrix} \Delta y \\ \Delta y \\ \Delta z \end{vmatrix} = (1 + dm) \cdot \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -1524{,}420 \\ 1842{,}892 \\ 1118{,}738 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1524{,}2926 \\ 1842{,}9127 \\ 1118{,}7917 \end{vmatrix},$$

odnosno

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \text{GPS WGS84} & & \begin{array}{c}\text{transformirani}\\ \text{državni}\end{array} & & \\ \begin{vmatrix} \delta_{\Delta x} \\ \delta_{\Delta y} \\ \delta_{\Delta z} \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} -1524.285 \\ 1842.909 \\ 1118.806 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} -1524.293 \\ 1842.913 \\ 1118.791 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} +0.008 \\ -0.004 \\ +0.014 \end{vmatrix}, \end{array}$$

$$\Delta = \pm \sqrt{\delta^2_{\Delta x} + \delta^2_{\Delta y} + \delta^2{}_z} = \pm\ 0{,}017\ \text{m}.$$

Iste veličine izračunane iz razlika WGS84 i državnog sustava iznose:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \text{GPS WGS84} & & \text{državni} & & \\ \begin{vmatrix} \delta_{\Delta x'} \\ \delta_{\Delta y'} \\ \delta_{\Delta z'} \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} -1524.285 \\ 1842.909 \\ 1118.806 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} -1524.420 \\ 1842.892 \\ 1118.738 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} +0.135 \\ -0.017 \\ +0.068 \end{vmatrix}, \end{array}$$

odnosno

$$\Delta' = \pm \sqrt{\delta^2_{\Delta x'} + \delta^2_{\Delta y'} + \delta^2_{\Delta z'}} = \pm\ 0{,}152\ \text{m}.$$

Iz tablice 6. očitane su razlike između izravno mjerene prostorne duljine daljinomjerom (između trig. ZAD2 i ZAD4) i duljina izračunanih iz netransformiranih i transformiranih koordinata:

$$D_{2-4}\,(\text{mjereno}) - D_{2-4}\,(\text{netransformirano}) = -32.5\ \text{mm},$$

$$D_{2-4}\,(\text{mjereno}) - D_{2-4}\,(\text{transformirano}) = -3.8\ \text{mm}.$$

Razlike između Δ i Δ' jasno svjedoče da naš geodetski državni sustav na području Zadra nije dobro orijentiran i da je pogrešno i mjerilo mreže.

6. ZAKLJUČAK

Sveobuhvatna analiza GPS mreže grada Zadra pokazuje:

— da se GPS metoda uspješno može primijeniti za uspostavljanje gradskih trigonometrijskih mreža,
— da je točnost postojeće trigonometrijske mreže nezadovoljavajuća,
— da je GPS tehnologija rentabilna,
— da se GPS treba koristiti za razvijanje okvirnih gradskih mreža,
— da se mogu koristiti čak i plivajuća vektorska rješenja uz uvođenje primjerene procjene točnosti mjerenih veličina u model izjednačenja mreže.

7. ZAHVALA

Zahvaljujemo se Ministarstvu znanosti, tehnologije i informatike Republike Hrvatske na financijskoj potpori za znanstvena istraživanja predočena u ovom radu, kao i susretljivosti i pomoći direktora Katastra grada Zadra, gosp. ing. A. Habuša pri izvođenju terenskih radova.

8. LITERATURA

Ashtech Inc. (1990): GPPS: GPS Post-Procesing System. Portero Ave. Sunyvalle, Cal. USA.

Bilajbegović, A. (1990): Viša geodezija. Rukopis. Zagreb.

Bilajbegović, A.; Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. (1991): Osnovni geodetski radovi — suvremene metode — GPS. Tehnička knjiga, Zagreb.

Ebner, H. (1972): A posteriori Varianzschätzungen für die Koordinaten unabhängiger Modelle. Zeitschrift für Vermessungswesen 1972, 4, 166—172.

Ebner, H. (1978): A posteriori Gewichtsschätzung bei der verallgemeinerten kleinsten Quadrate Ausgleichung, in: Festschrift Neumaier, Geowissenschaftilche Mitteilungen Technische Universität Wien Nr. 13, 73—84.

Förstner, W. (1979): Konvergenzbeschleunigung bei der a posteriori Varianzschätzung. Zeitschrift für Vermessungswesen 1979.

Gotthardt, E. (1978): Einführung in die Ausgleichungsrechnung. Wichmann Verlag — Karlsruhe.

Welsch, W. (1980): A posteriori Varianzschätzungen im erweiteren Ausgleichungsmodell nach der Methode der kleinsten Quadrate, in: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Konrad Wittwer — Stutgart, 213—226.

Welsch, W. (1987): Accuracy Problems when Combining Terrestrial and Satellite Observations. In: Applied Geodesy, Editor Stuard Turner, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 47—65.

Vincenty. T. (1989): Fillnet™ — 3D Least Squares Adjustment for GPS Vectors. Ashtech Inc, 1—41.

FEASIBILITY OF GPS FOR ESTABLISING OF ACCURATE LOCAL GEODETIC NETWORKS IN URBAN AREAS

This article deals with the examination of the feasibility of GPS for establishing of accurate local geodetic networks in urban areas. Different models of network estimations and of weight optimisation for GPS vectors were examined by introducing of fixed and floating solutions in calculations. Numerical data were taken from GPS network of the town of Zadar. Measurement of the distances and height diferences made by Wild DI3000 distancemeter and T2000S electronic theodolite were used as an efficient reference data for independent evaluation of the accuracy in network estimations.

Primljeno: 1992-02-19