Matka 30 (2021./2022.) br. 119

IGRE I POBJEDNIČKE STRATEGIJE

Filip Jakšić, XV. gimnazija, Zagreb

Svatko voli pobjeđivati u igrama. Rezultat svih izvjesnih igara (igre u kojima jedan od igrača mora pobijediti) možemo predvidjeti iz bilo koje pozicije. Jedna od takvih igara je GO. Kako igra ima konačan broj poteza i ne može završiti neriješeno, teoretski je moguće znati koji igrač uvijek pobjeđuje. Ali, kao i u drugim kompleksnijim igrama, taj zadatak postaje vrlo težak i, ako igra ima dovoljno različitih mogućnosti, gotovo nemoguć.

U jednostavnijim igrama to je ipak lakše za odrediti. Kako bismo uspjeli odrediti tko pobjeđuje, korisno je znati neke osnovne pojmove. Kao prvo, pobjednik je zadnji igrač koji može napraviti potez, odnosno igrač koji je na redu kada nema više legalnih poteza – gubi. Svaku poziciju igre možemo svrstati u dvije kategorije: P-pozicije gdje pobjeđuje prethodni igrač (eng. previous player) i N pozicije u kojima pobjeđuje sljedeći igrač (eng. next player).

P-pozicije su takozvane pobjedničke pozicije, odnosno pozicije iz kojih svi potezi vode u N-poziciju, odnosno gubitničku poziciju, a N-pozicije sve su pozicije gdje barem jedan potez vodi u P-poziciju.

Primjer 1. Igraju dva igrača; prvi igrač bira jedan broj iz skupa S = {1, 2, 3}, te se igrači izmjenjuju tako da svaki trenutnom broju pridoda neki broj iz skupa S. Igrač koji prvi dođe do broja 20 – pobjeđuje.

Odigrajte igru. Tko je pobijedio? Postoji li način da jedan igrač uvijek pobijedi? Kako ima samo 20 mogućih pozicija, brzo možemo odrediti koje su pozicije P, a koje N.

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Igrač koji dođe do 20 pobjeđuje tako da je to onda P-pozicija.

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P																			

Sve pozicije iz kojih se može doći u P-poziciju su N-pozicije. Kojim se sve brojevima može dodati 1, 2 ili 3 da rezultat bude 20?

To su brojevi 19, 18 i 17. 19 + 1 = 20, 18 + 2 = 20 i 17 + 3 = 20. Dakle, 19, 18, 17 su N-pozicije.

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P	N	N	N																

Kakav je onda broj 16?

16 + 1 = 17, 16 + 2 = 18, 16 + 3 = 19. Neovisno o tome koji od brojeva 1, 2, 3 dodamo broju 16, dobivamo broj koji je na N-poziciji, dakle 16 mora biti P-pozicija.

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P	N	N	N	P															

Ponavljanjem istog postupka, za sve brojeve možemo odrediti jesu li P ili N pozicije.

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P	N	N	N	P	N	N	N	P	N	N	N	P	N	N	N	P	N	N	N

Možemo primijetiti kako su brojevi 1, 2 i 3 svi na N-pozicijama, iz čega zaključujemo da uz pravilnu igru prvi igrač ne može pobijediti, odnosno drugi igrač uvijek pobjeđuje.

Probajte ponovno odigrati igru. Kako drugi igrač mora igrati da bi uvijek pobijedio?

Pobjednička strategija za drugog igrača je da uvijek doda onoliko koliko mu nedostaje do prve P-pozicije. U ovom slučaju to znači da zbroj poteza prvog i poteza drugog igrača mora biti višekratnik broja 4.

Primjer jednog mogućeg slijeda poteza: 2 (N), 2 + 2 = 4 (P), 4 + 3 = 7 (N), 7 + 1 = 8 (P), 8 + 1 = 9 (N), 9 + 3 = 12 (P), 12 + 2 = 14 (N), 14 + 2 = 16 (P), 16 + 2 = 18 (N), 18 + 2 = 20 (P). Pobjeđuje drugi igrač.

Osmislite neki drugi slijed poteza u kojemu drugi igrač pobjeđuje. Što se dogodi ako drugi igrač napravi krivi potez?

Zadatak 1. Postavljene su 2 hrpe novčića. Igrači redom uzimaju neki broj novčića sa svake hrpe dok ne uzmu sve novčiće s obje hrpe. Igrač koji više ne može uzeti novčić je – izgubio. Odredite postoji li pobjednička strategija. Ovisi li tko pobjeđuje o tome koliko je novčića?

Zadatak 2. Dva igrača naizmjenično stavljaju novčiće na okrugli stol. Igrač koji više ne može postaviti novčić – gubi. Odredite koji igrač uvijek pobjeđuje i koja je strategija.

Rješenja zadataka

1. Ako je na hrpama različit broj novčića, onda pobjeđuje prvi tako da svaki put uzme onoliko novčića s hrpe na kojoj ih ima više, da ih bude jednako na obje. Kad igra počne s jednako novčića na obje hrpe, onda pobjeđuje drugi tako da uzme jednako novčića s druge hrpe kao što je prvi uzeo.
2. Pobjeđuje prvi tako da stavi novčić u sredinu i onda simetrično na neku os u odnosu na drugoga.