



Nastavak iz Matke 118.

Nikol Radović, Seget Donji/Sisak

TROKUT I UPISANA KRUŽNICA nove zgrade geometrijske družbe

Članovi družbe dolaze na novo druženje u svoju matematičku učionicu. Zauzimaju mjesta i razgovaraju.

– Družbo, pogledajte ploču. – započeo je Šimun.

Naime, na ploči ih je dočekala projekcija novog zadatka, Slika 9.

– Zar nismo prošli put rješavali ovaj zadatak?

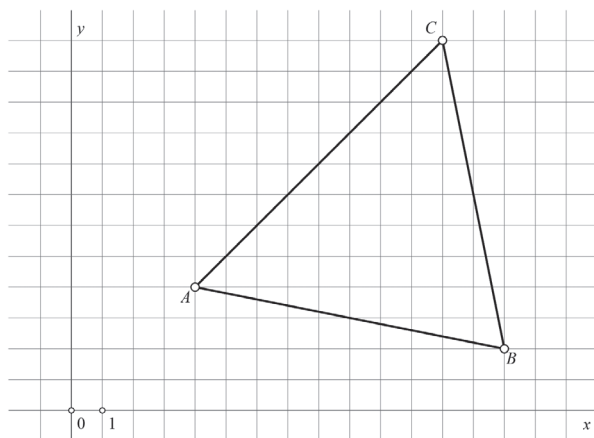
Maja kima, dok Lukas sumnjičavo vrti glavom: – Ne ne, tu je neki trik! - komentira i sjeda na svoje mjesto pokrećući računalo.

– Vjerojatno je sličan onom zadatku od prošlog puta, ali tu ima neka „caka”. – priključila se i Petra.

– Mislim – priključio se Krugoslav – da ćemo rješavati neke specijalne slučajeve.

– Imaš pravo, – nastavlja Kvadratoslav – i pri crtanju/konstruiranju opisane M -kružnice, K_{M_0} rješavali smo više zadataka i, ako se sjećate, bilo je interesantnih opisanih M -kružnica.

Toliko su bili zaokupljeni projiciranim zadatkom i komentiranjem da nisu primijetili da im se priključio profesor Kosinus.



– Nisam mislio da će biti polemike oko zadatka, – komentirao je profesor Kosinus – no primimo se posla. Pogodili ste da će zadatak biti sličan prošleme.

Zadatak. Nacrtanom trokutu ABC konstruirajte/nacrtajte upisanu M -kružnicu K_{M_u} .

Slika 9.



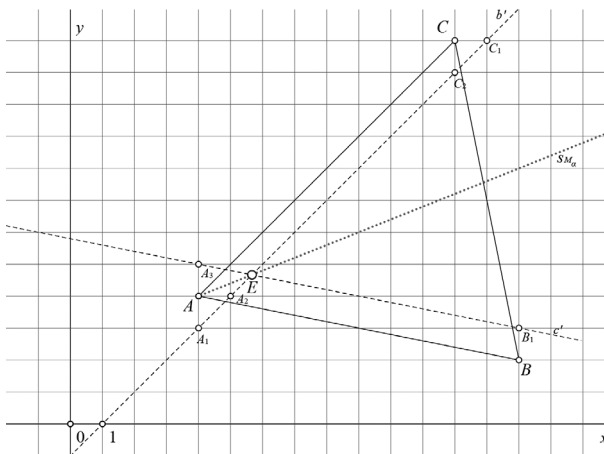
- No, čim rješavamo zadatak sličan nekom već riješenom, – nastavlja profesor Kosinus – za očekivati je nešto novo, drugačije – kako u rješavanju, tako i u samom rješenju. Danas ću ja opet biti učenik. To znači da svatko od vas sudjeluje i daje upute, a ja crtam. Primijenit ćemo dobro iskustvo od prije, sve projiciramo na ploči.

Profesor Kosinus nije završio rečenicu, a članovi družbe počeli su se javljati.

- Ja bih počeo rješavati zadatak kao prošli put! – javio se Lukas.
- Ma to je bar lako. – ubacio se Šimun.

Maja je nešto govorila, ali se od žamora nije mogao dobro čuti njezin prijedlog. Profesor Kosinus prekinuo je moguću galamu:

- Ne svi u jedan glas! Tko će koga razumjeti, čuti? Nismo na autobusnom kolodvoru! Počnimo zajedno. Preuzmite i otvorite datoteku *Trokut_upisana_02.gsp*. Spreman sam za vaše upute. Krenimo!
- Na Slici 9. je trokut ABC kojemu trebamo nacrtati/konstruirati upisanu M -kružnicu. – započeo je objašnjavati Krugoslav: – Za početak ćemo nacrtati/konstruirati sve tri M -simetrale kutova zadanog trokuta ABC .
- Jednu po jednu. – komentirala je Maja.
- Točno, priključila se i Petra te nastavila: – M -simetralu s_{M_α} kuta $\alpha = \angle CAB$ konstruirat ćemo pomoću pravaca b' i c' koje definiraju točke koje su od kraka AB odnosno AC kuta $\alpha = \angle CAB$ udaljene za 1, Slika 10.
- Petra daje vrlo kratka i jasna uputstva. – crtajući komentira profesor Kosinus: – A ostali? Ima li možda potrebe nešto ponoviti?

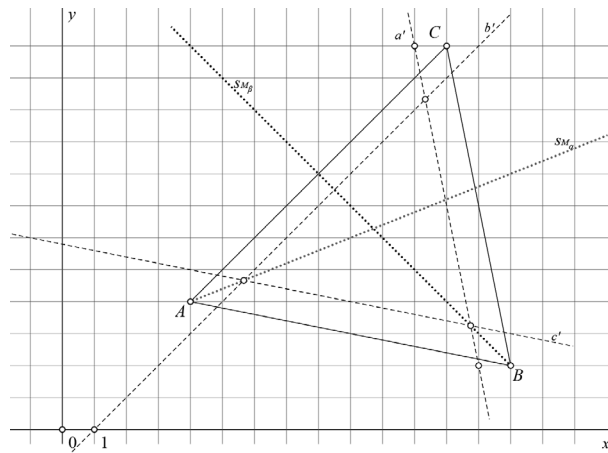


Slika 10.



Nema komentara i odgovora na pitanja profesora Kosinusa, samo se čuje klikanje miševa. Čak i Šimun koji uvijek ima potrebu ponešto dodati koncentrirano gleda ekran pred sobom i crta.

- Konstruirajmo sada M -simetralu $s_{M\beta}$ kuta $\beta = \angle ABC$. – uključio se u objašnjavaње i Kvadratoslav: – No, u ovom slučaju već imamo nacrtani pomoćni pravac c' koji definiraju sve točke koje su od kraka BA kuta $\beta = \angle ABC$ udaljene za 1, pa će trebati nacrtati samo pomoćni pravac a' koji definiraju sve točke koje su od kraka BC kuta $\beta = \angle ABC$ udaljene za 1, Slika 11.
- Oho, to je ono specifično različito o čemu smo razgovarali na početku druženja! – komentira Šimun.

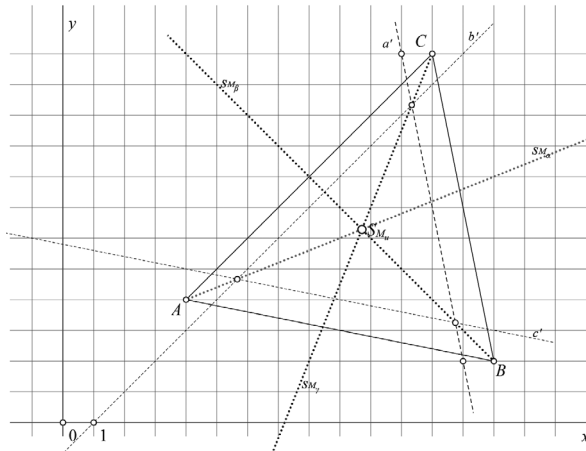


Slika 11.

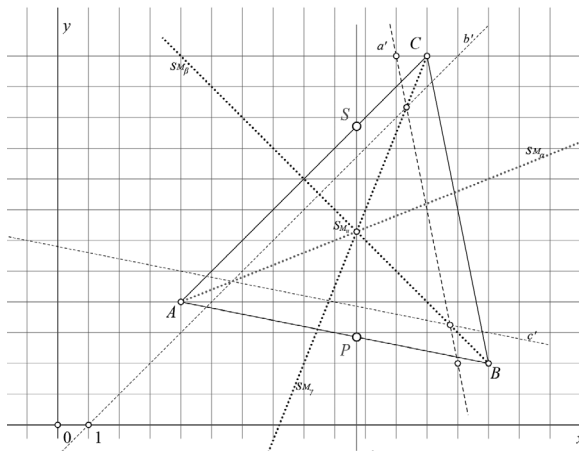
- Time je konstrukcija M -simetrala kutova gotova. – komentira Maja.
- Kako to misliš? – zanimalo je Lukasa: – Još moramo nacrtati M -simetralu $s_{M\gamma}$ kuta $\gamma = \angle BCA$. Kako možemo biti gotovi?
- Maja je u pravu, – uključio se i Kvadratoslav – svi pomoćni pravci pomoću kojih crtamo/konstruiramo simetrale su nacrtani. Dovoljno je pogledati točke presjeka pomoćnih pravaca a' i b' , Slika 12., one će definirati treću M -simetralu $s_{M\gamma}$.
- Sve tri M -simetrale $s_{M\alpha}$, $s_{M\beta}$ i $s_{M\gamma}$ sijeku se u točki S_{M_u} ; tada postoji upisana M -kružnica k_{M_u} zadanog trokuta ABC . – komentira Šimun i nastavlja: – Prisjećam se zadatka od posljednjeg druženja, kada sam provjeravao Majinu i Petrinu konstrukciju.



- Sada kada smo konstruirali središte upisane M -kružnice, moramo konstruirati/odrediti polumjer. – objašnjava Lukas i nastavlja: – Središtem S_{M_u} crtamo pravac y' paralelan s osi y (Šimun komentira ili crtamo klasično paralele ili y -os translaticamo), Slika 13.



Slika 12.

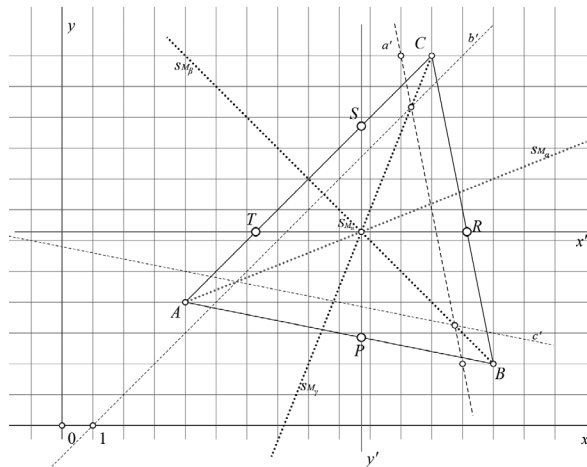


Slika 13.

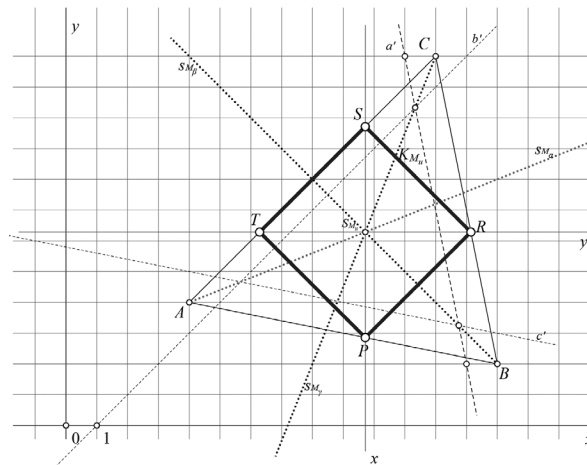
- Pravac y' – objašnjava Kvadratoslav – siječe stranice trokuta ABC , i to stranicu \overline{AB} trokuta u točki P i stranicu \overline{CA} u točki S , koje su vrhovi upisane M -kružnice k_{M_u} .



- Sada imamo dvije mogućnosti, – komentira Šimun - jedna je da središtem S_{M_u} crtamo pravac x' , Slika 14., paralelan s osi x (Petra komentira ili crtamo klasično paralele ili x -os transliramo) ili da vrhove odredimo rotacijom oko središta S_{M_u} za veličinu kuta od 90° (označimo središte S_{M_u} kao središte rotacije, označimo točke P i S u izborniku *Transformacije* odaberemo naredbu *Rotacija*, pri čemu je veličina kuta jednaka 90°).
- Konstruirani vrhovi P, R, S i T vrhovi su upisane M -kružnice k_{M_u} trokuta ABC , Slika 15. – zaključio je konstrukciju Lukas.



Slika 14.



Slika 15.



- Sada kada vidite rješenje, jasno vam je da smo rješavali sličan, a opet malo drugačiji zadatak, jer iako je postupak rješavanja sličan rješavanju zadatka od prošlog druženja, naišli smo na neke specifičnosti. I sama upisana *M*-kružnica posebna je jer je jedna stranica incidentna sa stranicom trokuta. – tim je riječima profesor Kosinus priveo kraju još jedno geometrijsko druženje.

Literatura:

1. Divjak, B. (2000.): *Notes on Taxicab Geometry*, KOG. 5 – 9.
2. Mladinić, P.; Radović N. (2018.): *Geometrija prirode*, Proven grupa d. o. o., Zagreb.
3. Mladinić, P.; Radović, N. (2019.): Kružnica je kvadrat ili proučavanje novih geometrija, Zbrnik radova Stručno – metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi – Geometrija u nastavi matematike, Pula, 14. – 16. 11. 2019., 261 – 269.
4. Nirode, W. (2018.): *Doing Geometry with Geometry Software*, Mathematic Teacher, Vol. 112, No. 3, November/ December, 179 – 184.
5. Polya, G. (2003.): *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb.
6. Reynolds, B. E.; Fenton, W. E. (2005.): *College Geometry Using The Geometer's Sketchpad*, Key College Publishing, Emeryville.

