Matka 30 (2021./2022.) br. 120

PRIKRIVENA SLUČAJNOST

Tvrtko Tadić, Seattle, SAD

Slika 1. Pismo i glava - kovanica od 1 kune

U razredu su 32 učenika. Učitelj je svakome dao kovanicu od jedne kune.

Učenici će igrati igru prema sljedećim pravilima:

- U svakom kolu učenici bacaju novčić koji su dobili.
- Ako na bačenome novčiću padne pismo (broj 1), učenik ostaje u igri, ako padne glava (slavuj), učenik ispada iz igre.
- Pobjednik je onaj koji zadnji ispadne iz igre.

Nakon pet bacanja pobjeđuje Ana jer je jedina ostala u igri. Bravo, Ana! Nakon igre prirodno je postaviti ovakva pitanja:

- *Zna li Ana bolje bacati novčić od drugih?*
- *Treba li razred poslati Anu da igra s predstavnikom susjednog razreda u školi, kako bi povećao izglede za pobjedu?*

Odgovor na oba pitanja je, naravno, ne. Ana ne zna bacati novčić ništa bolje od svojeg prijatelja iz razreda Matka koji je ispao iz igre odmah u prvom kolu. Premda na prvi pogled podatci Ani daju prednost nad Matkom i drugima, u ovom slučaju radi se o normalnoj realizaciji slučajnosti.

Očekivani ishod igre

U svakom kolu *očekujemo* da će pola igrača ispasti.

Tako u prvom kolu sudjeluju 32 učenika, a očekujemo da će u drugo kolo ući njih pola, tj. 16 učenika. U trećem kolu očekujemo 8 učenika, u četvrtom 4, u petom 2, a nakon petog kola očekujemo da će u igri ostati samo jedan učenik.

Pukom slučajnošću to je ovaj put bila Ana, a isto tako mogao je to biti Matko, kao i bilo tko drugi iz njihova razreda.

Kolika je vjerojatnost da se ovako nešto dogodi?

Očekivani ishod očito ne znači da će se takav ishod zbilja i dogoditi. Očito je da igra može prestati i prije petog bacanja jer su svi sudionici dobili glavu u nekom od prethodnih bacanja. Isto tako može se dogoditi da nakon petog bacanja imamo više učenika koji su još u igri.

Ovaj problem istražit ćemo pomoću simulacija. Za svakog učenika u razredu simuliramo niz od pet bacanja. Učenici koji ispadnu iz igre mogu nastaviti bacati novčić, ali to nema nikakvog utjecaja na igrače koji su ostali u igri. Da bi se ovaj slučaj dogodio, samo jedan učenik treba imati niz od pet pisama.

Ovaj postupak možemo provesti stvarnim bacanjem novčića. Budući da želimo provesti postupak veći broj puta, koristit ćemo se računalom. U programskom jeziku po vlastitom izboru zapisat ćemo sljedeći postupak – simulaciju igre:

Ponovi onoliko puta koliko ima igrača:

Simuliraj bacanje 5 novčića;

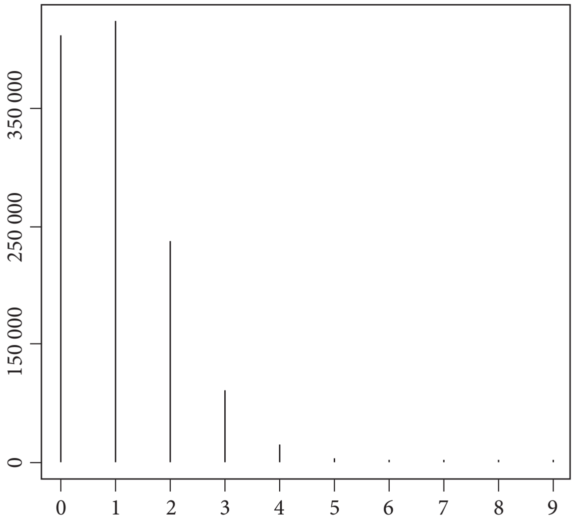
Ako je palo pet pisama, *zabilježi*;

Zabilježi koliko je igrača imalo pet pisama;

Ovo se može jednostavno isprogramirati i izvesti na računalu. Simulirali smo igru milijun puta. Rezultati simulacija zabilježeni su u Tablici 1. i grafički prikazani na Slici 2.

Broj igrača koji je imao pet pisama	Broj simuliranih igara s tim ishodom
0	361 453
1	374 427
2	186 647
3	60 605
4	13 895
5	2 542
6	378
7	43
8	8
9	2
Ukupno	**1 000 000**

Tablica 1. Rezultati simulacija

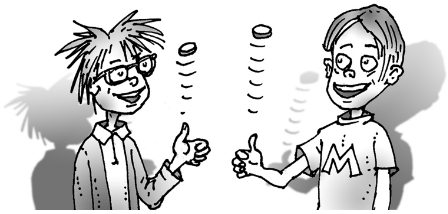


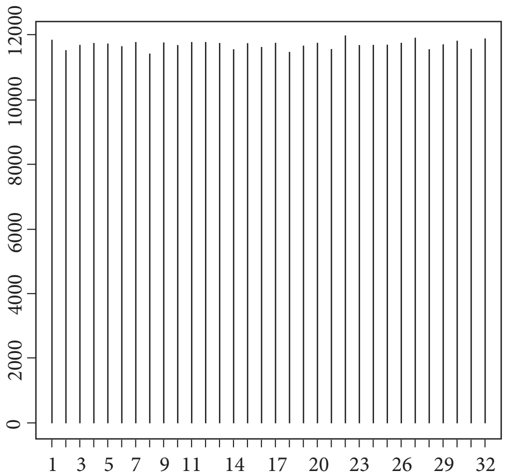
Slika 2. Frekvencijski dijagram koliko je igrača ostalo nakon pet bacanja u mlijun simuliranih igara

Kao što vidimo iz rezultata, ovaj ishod gdje jedan učenik ostane jedini u igri nakon pet bacanja dogodio se u 374 427 ili 37.4 % slučajeva. Mogućnost da nakon petog bacanja nitko nije imao niz od pet pisama dogodio se u 361 453 ili 36.1 % slučajeva. Nakon pet bacanja imamo dva ili više igrača u nešto manje od 26.5 % slučajeva.

Rezultati dobiveni simulacijama vrlo su bliski vjerojatnostima za ove događaje. Vjerojatnost da nakon pet bacanja u igri ostane točno jedan učenik može se precizno izračunati te iznosi 37.37 %.

Simulacija se može doraditi. U ovom slučaju možemo zabilježiti tko je učenik koji je pobjednik nakon pet bacanja. Svakom učeniku dodijelimo broj od 1 do 32 i bilježimo tko je imao pet pisama. Frekvencijski dijagram na Slici 3. pokazuje da će u 374 427 simuliranih igara, gdje je jedan učenik bio pobjednik, svaki broj biti *podjednako* mnogo puta pobjednički.





Slika 3. Frekvencija koliko je puta koji učenik (označen brojem od 1 do 32) pobijedio u slučaju kad je jedan pobjednik nakon pet bacanja. Vidimo da su stupci podjednake veličine.

Zaključak

Situacija u kojoj jedan učenik od 32 nakon pet bacanja novčića završi kao jedini koji je dobio pet pisama vrlo je vjerojatna. Međutim, takav ishod ne znači da je taj pojedinac bolji od ostalih. Kako je u ovom slučaju netko morao biti izabran, slučajnim izborom odabran je taj pojedinac.

Promatračima se može učiniti da taj pojedinac *zna* bacati novčić, dok će taj pojedinac misliti da mu je *krenulo*. No, uočite da nismo prije početka igre utvrdili tko će ta osoba biti, nego tek nakon nje, što je bitno drukčije. Ako ta osoba može ponoviti pobjedu u igri, to bi već pokazalo da je manje vjerojatno da je riječ o slučajnosti.

Slični zaključci vrijede ako je ostalo i više od jedne osobe nakon pet bacanja. Sreća nas često može prevariti i odigrati ulogu koje ne moramo biti svjesni.