

Vrednovanje u nastavi matematike

SANJA JANEŠ¹

Kada govorimo o vrednovanju, razlikujemo tri pristupa: vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje i vrednovanje naučenog.

Vrednovanje za učenje proces je prikupljanja informacija o procesu učenja i poučavanja te interpretacija prikupljenih informacija. Odvija se tijekom učenja i poučavanja, a rezultira kvalitetnom povratnom informacijom. Najveća vrijednost provođenja vrednovanja kao učenja je poticanje razvoja i unaprjeđenja procesa učenja i poučavanja. Vrednovanje za učenje pomaže i učiteljima i učenicima. Kvalitetno vrednovanje procesa učenja uključuje i učenika u proces vrednovanja kao samovrednovanja i suradničkog vrednovanja. Poticanjem učenika na samovrednovanje uči ga se da samostalno postavlja vlastite ciljeve učenja te načine poboljšavanja vlastitog učenja i razvijanja strategija učenja.

Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje važan su dio procesa procjene ostvarivanja planiranih ishoda i uspješnosti učenja i poučavanja u određenom vremenskom razdoblju, i ne rezultiraju ocjenom već kvalitetnom povratnom informacijom. U tom pristupu imamo dvije razine samovrednovanja:

- Učitelj vrednuje uspješnost svoga poučavanja te na osnovi rezultata planira buduće učenje, a i procjenjuje usvojenost ishoda kod učenika.
- Učenik vrednuje svoj napredak te procjenjuje na čemu mora više raditi, gdje su nedostaci i čemu mora posvetiti više pažnje ili u čemu potražiti pomoć. Samovrednovanje pomaže učeniku u procesu samoregulacije učenja, što dugoročno unaprjeđuje njegov proces učenja.

U nastavku će biti opisani segmenti formativnog vrednovanja, vrednovanja za učenje i vrednovanja kao učenja, te sumativnog vrednovanja, vrednovanja naučenog.

- 1. Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje** bit će opisane kao dio kompetencije *Učiti kako učiti* u dijelu *Primjena strategija za učenje i poučavanje Matematike*². Strategije će biti razmatrane kao alat za ostvarivanje matematičkih procesa koji su također opisani u Kurikulumu Matematike.

¹Sanja Janeš, OŠ Petar Zrinski, Čabar

²Pojam pisan velikim početnim slovom odnosi se na nastavni predmet Matematika.

Kompetencija *Učiti kako učiti* detaljno je razrađena u kurikulumu međupredmetne teme *Učiti kako učiti*, a dio o strategijama opisan je pomoću odgojno-obrazovnih očekivanja u domeni *primjena strategija učenja i upravljanja informacijama* sa sastavnicama *upravljanje informacijama*, *primjena strategija učenja i rješavanja problema*, *kreativno mišljenje* i *kritičko mišljenje*. Razvijanje sposobnosti otkrivanja i primjena strategija omogućuje učeniku svladavanje viših razina znanja i procesa.

2. **Vrednovanje naučenog.** U predmetu Matematika tri su elementa vrednovanja: *usvojenost znanja i vještina*, *matematička komunikacija* i *rješavanje problema*. Ti su elementi koncipirani na način da unaprijede planiranje i realizaciju nastavnoga procesa. Omogućuju i uvjetuju ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda i matematičkih procesa, od najnižih (*usvojenost znanja i vještina*) do najviših (*matematička komunikacija* i *rješavanje problema*). Detaljno su opisani u Kurikulumu Matematike.

1. Povezanosti poučavanja strategija učenja i poučavanja matematike i matematičkih procesa

U ovom dijelu predlažu se strategije i metode za učenje i poučavanje Matematike te se povezuju matematički procesi i strategije učenja i poučavanja matematike. Valja istaknuti da je ostvarivanje međupredmetne teme zapravo dio svakog nastavnog sata u kojem se učenike poučava strategijama učenja, a samim time i samovrednovanja.

Kurikulum Matematike temelji se na odgojno-obrazovnim ishodima i u jednakoj mjeri matematičkim procesima. Kroz odgojno-obrazovne ishode određeni su sadržaji koje svaki učenik mora usvojiti učenjem, a učitelj ostvariti poučavanjem. Matematički odgojno-obrazovni ishodi s jedne su strane sadržajni jer se iz njih čita matematički sadržaj na koji se odnosi, ali su i procesni jer u njima čitamo i proces.

Na primjer, u ishodu

MAT SŠ A.3.1

MAT SŠ B.3.1 Računa s potencijama racionalnoga eksponenta

postoji proces, a sadržaj se odnosi na potencije.

Kada bismo izostavili matematički sadržaj iz odgojno-obrazovnog ishoda i koncentrirali ga uglavnom na proces, to bi moglo ovako izgledati:

- Učenik računa i izračunava brojevnii izraz.
- Učenik zapisuje brojevni izraz iz zadane problemske situacije.
- Učenik primjenjuje svojstva aritmetičke sredine.

Ovi ishodi, različitih razina, mogu biti korišteni u bilo kojem razredu, od osnovne do srednje škole, upravo zato jer nemaju specifični matematički sadržaj na koji se primjenjuju.

Kako bi se dala dodatna važnost matematičkim procesima u samom procesu učenja i poučavanja, oni su istaknuti u samom kurikulumu da bi se ostvarivali pomoću ishoda. Zašto su matematički procesi važni? Zato što nose poruku o tome što još, osim matematičkih sadržaja, učenici moraju ponijeti sa sobom kroz školovanje i učenje Matematike. Poznavanje matematičkih procesa i njihovo ovladavanje omogućuje učeniku uspješno učenje i razumijevanje sadržaja.

Matematički procesi u Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika su: prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije.

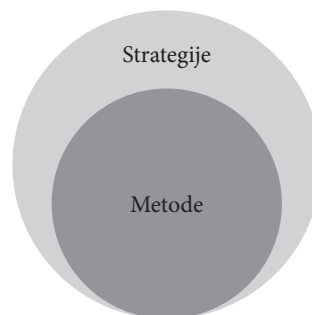
Navedeni matematički procesi učenicima pomažu ne samo u učenju Matematike, već i ostalih nastavnih predmeta.

Pri planiranju ostvarivanja odgojno-obrazovnih ishoda učitelj treba kreirati ishode aktivnosti te osmisliti aktivnosti. U realizaciji aktivnosti valja implementirati procese, a isto tako i strategije učenja i poučavanja. Svakako bi trebalo planirati raznolike strategije učenja i prepustiti učenicima da sami odaberu kojima će se koristiti. Strategije trebaju biti matematički ispravne i logične. Kako bi ih učenici mogli i dalje koristiti, trebali bi ih samostalno znati opisati i obrazložiti. Ne bi se trebalo zadovoljiti samo provođenjem strategije, već od učenika treba tražiti da je opišu i zapišu matematičkim jezikom i simbolima. Na taj se način potiče razvoj matematičke komunikacije koja je ujedno i jedan od elemenata vrednovanja naučenog. Tako povezujemo pristupe vrednovanju – vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje (strategije) i vrednovanje naučenog (matematička komunikacija).

U matematici postoje znanstveno utvrđene metode, a strategije ne moraju biti znanstveno utvrđene, ali moraju poštivati znanstvenost. Može se reći da su strategije nadređeni pojam pojmu metoda.

Tako u matematici poznajemo metode:

- metoda supstitucije
- metoda pomoćnih likova
- Gaussova metoda
- metoda prebrojavanja.



Najkorisniji dio poučavanja strategija je kad učenici samostalno osmisle vlastitu strategiju koja poštuje matematičke i logičke zakonitosti, te je znaju obrazložiti i zapisati matematičkim jezikom i pismom. Tada učitelj može biti siguran da je učenik potpuno ovladao konceptom o kojemu je poučavao učenika koji je postigao visoku razinu ostvarenosti ishoda i matematičkih procesa.

U radu s učenicima uočava se da učenici samostalno otkrivaju i primjenjuju vlastite strategije i upravo je to iznimno važno jer je znak da su učenici i zainteresirani i da shvaćaju koncepte kojima ih se uči. Tim više je odgovornost učitelja za primjenu i

demonstraciju novih strategija veća jer i dalje potiče učenike da istražuju i otkrivaju nove strategije, pazeći na matematičku korektnost i poštivanje ispravnih logičkih koraka. Slijede prijedlozi strategija grupiranih po matematičkim procesima. Tek onda možemo ih očekivati i od učenika. Ovaj prijedlog nije jednoznačan, a isto tako skupovi strategija u procesima nisu disjunktni.

PRIKAZIVANJE I KOMUNIKACIJA

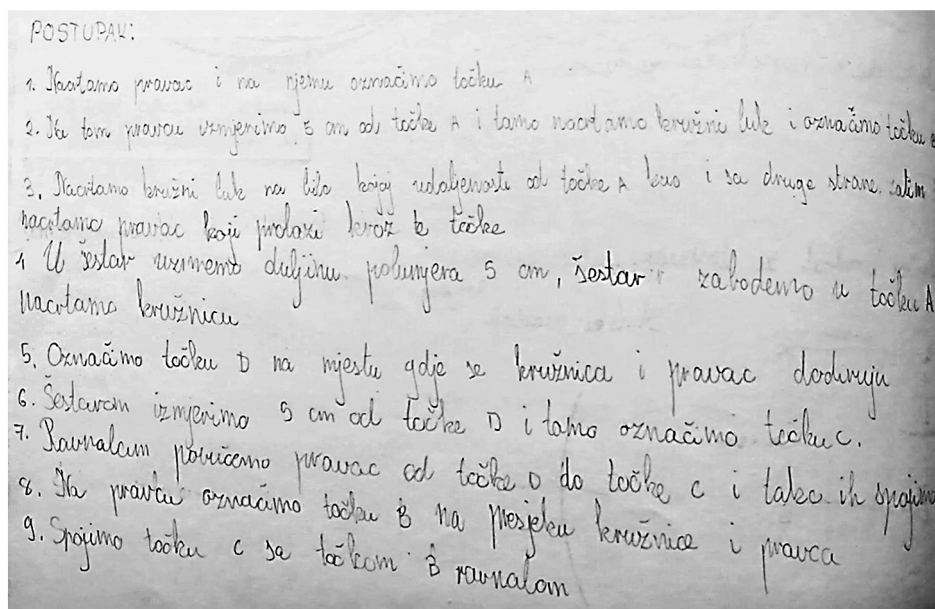
1. postavljanje i odgovaranje na pitanja koja zahtijevaju donošenje zaključaka
2. nabranje, isticanje (bojenje) i obrazlaganje svojstava/obilježja
3. reinterpretacija teksta zadatka, problemske situacije
4. pružanje pomoći u rješavanju, obrazlaganje
5. zapisivanje postupka rješavanja zadatka
6. zapisivanje postupka konstrukcije
7. izrada plana rješavanja zadatka, konstrukcije, crteža
8. izrada videa s uputstvima i demonstracijom
9. izrada plakata, podsjetnika (za sistematizaciju)
10. zapis margina, podsjetnika tijekom učenja novih sadržaja

Svojstva	kvadrat	romb	pravokutnik	paralelogram
skica				
sukladnost nasuprotnih stranica				
sukladnost susjednih stranica				
okomitost susjednih stranica				
usporednost nasuprotnih stranica				
sukladnost dijagonala				
raspolavljanje dijagonala				
okomitost dijagonala				
opisana kružnica				
upisana kružnica				

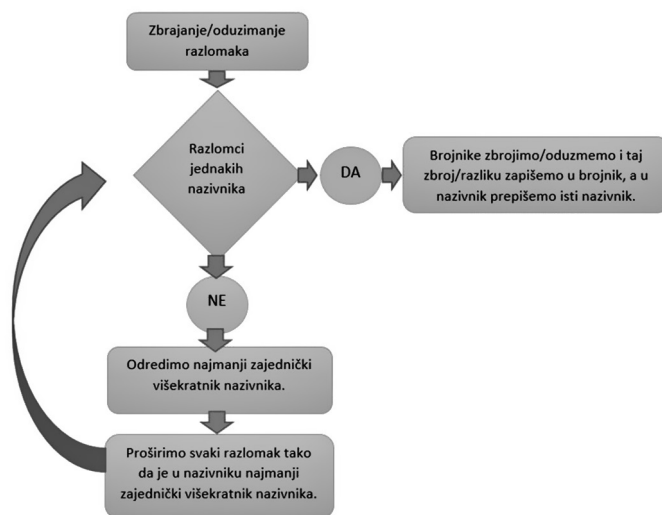
Slika 1. Tablični prikazi svojstava i njihov zapis matematičkim pismom



Slika 2. Izrada videozapisa s uputama i demonstracijom. Snimak je popraćen učenikovim usmenim obrazlaganjem postupka matematičkim jezikom (učenik 8. razreda)



Slika 3. Zapisivanje postupka konstrukcije (učenika 5. razreda)



Slika 4. Shematski prikazi postupaka

POVEZIVANJE

11. provjera rješenja
12. provjera smislenosti rješenja
13. shematski i grafički prikazi postupaka

14. grafički prikazi problemske situacije
15. prikaz procesa u donošenju odluka
16. kreiranje/pisanje matematičke priče
17. računalno razmišljanje – pisanje algoritama
18. proučavanje promjena parametara – funkcija, koordinate, opseg, površina, volumen, omjeri
19. izrada klasifikacije – tablični prikazi
20. povezivanje i reinterpretacija koncepta

Usporedimo cijene vožnje za Plavi, Crveni i Žuti taxi.

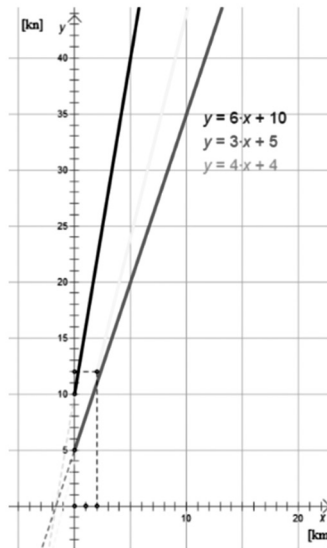
Napišimo zakonitost ovisnosti cijene o prijednim kilometrima i prikažimo grafički u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravni.

Plavi taxi: $y = 6x + 10$

Crveni taxi: $y = 3x + 5$

Žuti taxi: $y = 4x + 4$

Lako vidimo da je najskuplji Plavi taksi, zatim Žuti, a najjeftiniji Crveni taxi.



Slika 5. Grafički prikazi za rješenje problemske situacije (učenica 8. razreda)

$$2x - 3 = 5 - x \quad \text{Provjera: } 2 \cdot \frac{8}{3} - 3 = 5 - \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{8}{3} \qquad \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$$

Slika 6. Provjera rješenja

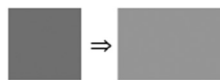
LOGIČKO RAZMIŠLJANJE, ARGUMENTIRANJE I DONOŠENJE ZAKLJUČAKA

21. ispitivanje uzročno-posljedičnih veza
22. primjer i kontraprimjer
22. ispitivanje istinitosti tvrdnje/generalizacije

23. primjena pravila
24. promatranje, istraživanje i uočavanje analogija
25. učenje prema analogiji

Istraži točnost tvrdnji

- Je li svaki kvadrat pravokutnik? Objasni.
- Je li svaki pravokutnik kvadrat? Objasni.
- Postoji li pravokutnik koji nije kvadrat?



Istraži točnost tvrdnji

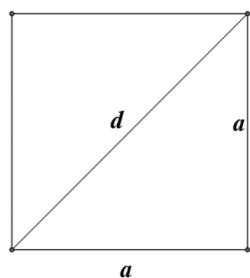
- Svaki broj djeljiv s 5 je djeljiv s 10. Objasni.
- Svaki broj djeljiv s 10 je djeljiv s 5. Objasni.
- Postoji li broj koji je djeljiv s 5, a da nije djeljiv s 10?

$$5/n \neq 10/n$$

$$10/n \Rightarrow 5/n$$

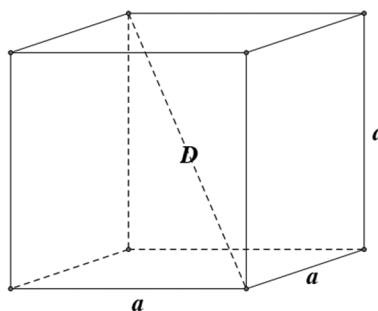
Slika 7. Ispitivanje uzročno-posljedičnih veza

Duljina dijagonale kvadrata



$$d = a\sqrt{2}$$

Duljina prostorne dijagonale kocke



$$D = a\sqrt{3}$$

Slika 8. Promatranje, istraživanje i uočavanje analogija, učenje po analogiji

Lista provjere

$$\frac{2}{3}x - 1 = \frac{2}{15} + \frac{1}{5}x \quad / \cdot 15$$

$$\frac{2}{3}x \cdot 15 - 1 \cdot 15 = \frac{2}{15} \cdot 15 + \frac{1}{5}x \cdot 15$$

$$10x - 15 = 2 + 3x$$

$$10x - 15 - 3x + 15 = 2 + 3x - 3x + 15$$

$$7x = 17 \quad / : 7$$

$$x = \frac{17}{7}$$

- Pomnožiti cijelu jednadžbu s najmanjim zajedničkim višekratnikom nazivnika
- Skratiti
- Pomnožiti
- Grupirati nepoznanice i brojeve
- Pojednostaviti
- Podijeliti jednadžbu s koeficijentom uz x
- Napraviti provjeru

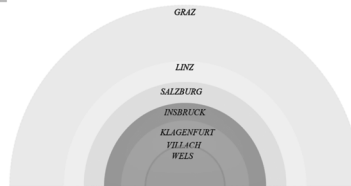
Slika 9. Primjena pravila – lista provjere

RJEŠAVANJE PROBLEMA I MATEMATIČKO MODELIRANJE

26. analiziranje i sažimanje – organizacija ideja
27. povezivanje informacija za donošenje zaključaka
28. prepoznavanje ključnih podataka/informacija u zadatku
29. uočavanje i opisivanje problema
30. modeliranje rješenja problemske situacije
31. zapisivanje postupka rješavanja zadatka – rastavljanje problema na jednostavnije probleme
32. procjena, računanje greške
33. odabir zadataka za vježbanje – samovrednovanje
34. traženje greške u postupku rješavanja zadataka, konstrukcija, crtanja
35. pregledavanje riješenih zadataka, davanje osvrta – u potpunosti točno, djelomično točno, netočno, nije riješeno – rubrike

U tablici je prikazan broj stanovnika najvećih austrijskih gradova. Prikaži pomoću infografike odnos broja stanovnika tih gradova.

Graz	Linz	Salzburg	Innsbruck	Klagenfurt	Villach	Wels
261 540	189 367	148 078	120 147	94 303	59 285	58 713



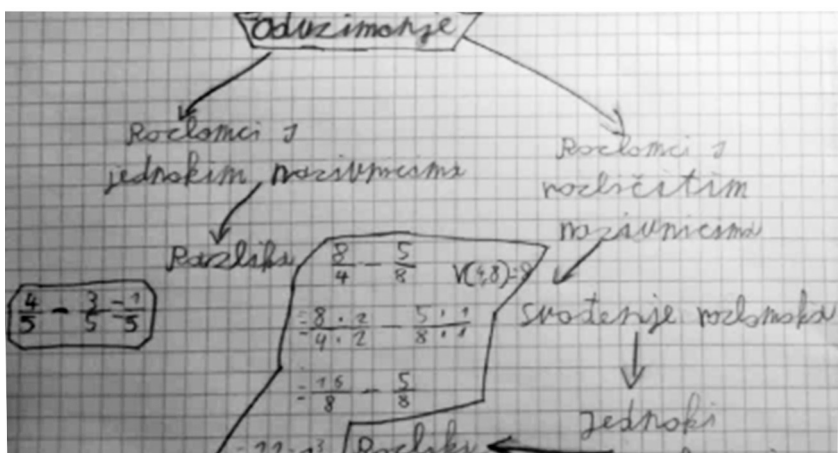
Slika 10. Izrada infografika

Iznos površine lika zaokružen na desetice je peteroznamenasti broj veći od 80 000, oblika $\overline{abaa0}$ djeljiv s 9. Još vrijedi $a + b = 11$.

- Peteroznamenasti broj veći od 80 000 $\Rightarrow a = \{8, 9\}$
- Djeljiv s 9 $\Rightarrow 9/a + b + a + a + 0, 9/3a + b,$
- $a = 8$
 - $9/24 + b, b = 3, a + b = 11, 83880$
- $a = 9$
 - $9/27 + b, b = 0, a + b \neq 11$

Površina iznosi 83 880

Slika 11. Rastavljanje problema na jednostavnije probleme



Slika 12. Analiziranje i sažimanje – organizacija ideja (učenik 6. razreda)

PRIMJENA TEHNOLOGIJE

36. korištenje digitalnih alata – *Photomath*, *Graspable math*, kalkulator, *Sketchpad*, *Geogebra*
37. izrada modela
38. korištenje geometrijskog pribora
39. korištenje konkretna – tangrami

2. Vrednovanje naučenog i elementi vrednovanja u predmetu Matematika

Elementi vrednovanja prema Kurikulumu predmeta Matematika su: *usvojenost znanja, matematička komunikacija i rješavanje problema*. Do donošenja toga dokumenta u predmetu Matematika nisu postojali jedinstveni elementi vrednovanja, nego su to bili načini vrednovanja: pismeno, usmeno, domaća zadaća. Novim elementima zapravo se želi poboljšati i kvaliteta poučavanja jer se vrednovati, ocjenjivati, može samo ono što se i kako se poučavalo. Osim usvojenosti znanja, koja je ujedno i preduvjet za ostala dva elementa, više pažnje valja posvetiti matematičkom jeziku i pismu. Rješavanje problema segment je učenja i poučavanja koji od učitelja zahtijeva poučavanje viših kognitivnih razina matematičkih procesa i znanja. Kako je promjena elemenata zapravo velik skok u pristupu vrednovanja naučenog, dobro je obrazložena elemenata vrednovanja iz kurikuluma sistematizirati i prilagoditi vlastitu poučavanju. Kako bi se elementi vrednovanja što bolje mogli primijeniti i kako bi se planiranje poučavanja i vrednovanja što bolje koordiniralo, uz proučavanje opisa elemenata iz Kurikuluma može se napraviti i rubrika.

Rubrike mogu poslužiti za sva tri pristupa vrednovanju: za vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje i za vrednovanje naučenog – ovisi o tome kakve kriterije ostvarenosti ishoda postavimo. Ako želimo vrednovanje naučenog, stavimo ocjene ili bodove, a ako želimo samo povratnu informaciju vezanu uz vrednovanje za učenje, možemo staviti:

- izvrsno, vrlo dobro, dobro, zadovoljavajuće.
- u potpunosti i samostalno, u potpunosti uz povremenu učiteljevu pomoć, djelomično uz povremenu učiteljevu pomoć, potrebna je stalna podrška.
- ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆

Dakle, rubriku za sumativno vrednovanje odnosno vrednovanje naučenog može se koristiti i u svrhu formativnog vrednovanja.

A ako se želi oblikovati rubrika za vrednovanje kao učenje, u opisnicama se stavi izričaj u prvom licu jednine, na primjer: *Prepoznajem matematičke pojmove koji su prikazani slikovno, algebarski ili aritmetički*.

Kriteriji ostvarenosti mogu se preurediti i na tri razine i opisati, na primjer: u potpunosti, djelomično, potrebna pomoć.

Prijedlozi rubrika za pojedini element vrednovanja

Vrednovanje elementa *usvojenost znanja i vještina*

Sastavnice u ovoj rubrici nisu propisane, već su „izvučene” iz opisa elementa *usvojenost znanja i vještina* u kombinaciji s onim što je učitelj samostalno odredio kao važno u određenom trenutku. Svatko ih može odrediti prema vlastitom načinu

rada, poučavanja i ciljevima rada. Opisnice su namijenjene učitelju, učeniku, ali i roditelju, uz dodatna pojašnjenja. Zašto i roditelju? Vrednovanje treba biti unaprijed planirano i transparentno. Ako je unaprijed planirano, vrednovanje naučenog je dosljedno i lako za obrazložiti svakome sudioniku obrazovnog procesa.

	razine ostvarenosti ishoda			
	odličan	vrlo dobar	dobar	dovoljan
sastavnice	opisnice			
matematički pojam	Potpuno razumije i samostalno opisuje matematički pojam. Ako je pojam definiran, izriče točnu definiciju i obrazlaže je. Primjenjuje definiciju pojma (to se najviše odnosi na konstrukciju geometrijskog mjesta točaka).	Razumije matematički pojam, opisuje ga uz poneku grešku koju na poticaj učitelja ili kolege, samostalno ispravlja. Ako je pojam definiran, izriče točnu definiciju i obrazlaže.	Opisuje matematički pojam uz učiteljevu pomoć. Na primjeru samostalno uočava traženi pojam.	Prepoznaje matematičke pojmove koji su prikazani slikovno, algebarski ili aritmetički.
procedure	Samostalno i točno odabire, provodi i tumači odgovarajuće i matematički ispravne procedure. Provjerava ispravnost matematičkih postupaka i analizira smislenost rezultata.	Odabranu matematičku proceduru ispravno provodi i tumači. Provjerava ispravnost matematičkih postupaka i analizira smislenost rezultata.	Odabranu matematičku proceduru provodi uz poneku pogrešku koju samostalno ispravlja prema učiteljevoj napomeni. Na poticaj provjerava ispravnost matematičkih postupaka. Ispituje smislenost rezultata.	Odabranu matematičku proceduru ispravno provodi uz učiteljevu pomoć. Ispituje smislenost rezultata.
koncepti	Samostalno odabire i smisleno povezuje, primjenjuje, različite matematičke koncepte za rješavanje matematičkih (problemskih, istraživačkih) situacija.	Zadane matematičke koncepte samostalno povezuje i koristi za rješavanje matematičkih (problemskih, istraživačkih) situacija.	Zadane matematičke koncepte samostalno povezuje i koristi za rješavanje jednostavnih matematičkih (problemskih, istraživačkih) situacija.	Uz učiteljevu pomoć povezuje i primjenjuje zadane matematičke koncepte.

Vrednovanje elementa *matematičke komunikacije*

sastavnice	razine ostvarenosti ishoda			
	odličan	vrlo dobar	dobar	dovoljan
	opisnice			
jezik i pismo	Samostalno i ispravno koristi se odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju.	U usmenom izričaju ispravno se koristi odgovarajućim matematičkim jezikom i terminologijom. Zapis matematičkim simbolima uglavnom je točan, uočene pogreške, samostalno ispravlja.	Uz učiteljevu pomoć u usmenom se izričaju ispravno koristi odgovarajućim matematičkim jezikom i simboličkim matematičkim zapisom.	Uz učiteljevu pomoć u usmenom se izričaju ispravno koristi odgovarajućim matematičkim jezikom.
prikazi	Samostalno i točno kreira ili odabire odgovarajuće matematičke prikaze (grafovi, dijagrami, crteži, skice, konstrukcije) za predstavljanje, analizu i tumačenje koncepata i podataka.	Koristeći učiteljevu uputu stvara prikaze (grafovi, dijagrami, crteži, skice, konstrukcije) pomoću kojih predstavlja, analizira i tumači matematičke koncepte i podatke.	Prikaze (grafovi, dijagrami, crteži, skice, konstrukcije) stvara uz učiteljevu pomoć. Iz gotovih prikaza čita podatke i samostalno ih tumači.	Uz učiteljevu pomoć crta i tumači prikaze (grafovi, dijagrami, crteži, skice, konstrukcije).
ideje i zaključivanje	Vlastito razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama. Tijekom razmišljanja je logički ispravan. Samostalno zapisuje ideju matematičkim jezikom i simbolima.	Vlastito razmišljanje samostalno artikulira, u izričaju koristi matematičke pojmove i jezik. Poneku pogrešku, logičku ili jezičnu, ispravlja uz učiteljevu pomoć.	Vlastite ideje i razmišljanje artikulira uz učiteljevu pomoć. Prepoznaje logičke strukture, tijekom razmišljanja.	Učenik ima ideju, ali je ne zna u potpunosti opisati matematičkim jezikom. Učitelj to prepoznaje i pomaže učeniku.

pitanja	Postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljeno pitanja.	Na poticaj učitelja postavlja dodatna pitanja za rješavanje matematičke situacije.	Koristi gotova pitanja (koja je pripremio učitelj) kao smjernice za rješavanje matematičke situacije.	Opetovano postavlja ista pitanja vezana uz problemsku situaciju, ali mu odgovori na njih ne pomažu.
tehnologija/informacijska tehnologija	Samoinicijativno, samostalno i primjereno koristi tehnologiju u kreiranju istraživanja, prikazima, tumačenjima...	Uz učiteljevu pomoć primjereno koristi tehnologiju u istraživanju, prikazima, tumačenjima...	Koristi gotova tehnološka rješenja u interpretaciji matematičkih rezultata, zakonitosti...	Prepoznaje mogućnost primjene tehnologije (kalkulator, dinamična geometrija).

Vrednovanje elementa *rješavanje problema*

Kod vrednovanja elementa *rješavanje problema* pojavila se potreba za bodovanjem razina ostvarenosti ishoda te izrada skale bodova i ocjena. Razlog je jednostavan: kod rješavanja problema iznimno je važan proces, a koraci procesa trebaju biti vrednovani.

	razine ostvarenosti ishoda			
sastavnice	4 boda	3 boda	2 boda	1 bod
	opisnice			
opis problema	Učenik samostalno uočava i jasno formulira problem. Određuje temeljna pitanja.	Učenik uočava problem i opisuje ga.	Učenik uočava i opisuje problem uz učiteljevu pomoć.	Učenik uz učiteljevu pomoć uočava i opisuje pojednostavljenu* problemsku situaciju.
izrada plana za rješavanje problema	Učenik izrađuje jasan i koncizan plan za rješavanje problema s raznolikim strategijama te slijedi plan do izvođenja zaključka.	Učenik izrađuje adekvatan plan i slijedi ga do izvođenja zaključka. Zadovoljava se jednom strategijom.	Učenik izrađuje samo okvirni plan. Uz učiteljevu pomoć dolazi do izvođenja zaključka.	Učenik uz podršku izrađuje okvirni plan rješavanja pojednostavljene* problemske situacije i slijedi ga do izvođenja zaključka.

prikupljanje i analiza informacija	Učenik samostalno prikuplja relevantne informacije/podatke iz različitih izvora te temeljito analizira informacije/podatke.	Učenik prikuplja odgovarajuće informacije/podatke i provodi osnovnu analizu.	Učenik prikuplja informacije/podatke bez selekcije, a onda uz učiteljevu pomoć odabire relevantne.	Učenik tek uz podršku prikuplja korisne informacije za rješavanje pojednostavljene* problemske situacije.
interpretacija zaključaka i rješenje problema	Učenik pruža logičku interpretaciju zaključaka i jasno rješava problem pružajući i druga rješenja.	Učenik daje odgovarajuću interpretaciju zaključaka i rješava problem, ali ne pruža i druga rješenja.	Učenik djelomično točno interpretira zaključke, a problem rješava tek uz učiteljevu pomoć.	Učenik interpretira zaključke pojednostavljene* problemske situacije i rješava je uz učiteljevu pomoć.

16 – 14 odličan

13 – 11 vrlo dobar

10 – 8 dobar

7 – 4 dovoljan

*Ako učitelj uoči da učenik ne može riješiti zadanu problemsku situaciju, pojednostavljuje ju i pruža učeniku mogućnost rješavanja uz podršku.

Zaključak: Proces poučavanja i planiranja poučavanja iznimno je važan za ostvarivanje ishoda i za vrednovanje. Aktivnosti su oblikovane odabranim ishodima i odabranim sadržajima, ali je vrlo važno, gdje god se može, implementirati strategije učenja i poučavanja, bez obzira provode li ih učitelji ili učenici. Učenje strategija učenikima će olakšati i unaprijediti učenje matematike, a i drugih područja. Ojačat će vlastitu kompetenciju Učiti kako učiti i usmjeriti je k traženju vlastitih strategija koje poštuju matematičke zakonitosti, procedure i logiku. Transparentnost vrednovanja učitelju olakšava proces vrednovanja jer unaprijed planirani i postavljeni uvjeti otvaraju proces učenja i usmjeravaju učenika prema željenim ciljevima. Također će i roditelju, uz konzultacije, biti transparentniji napredak njegova djeteta.

Literatura:

1. Odluka o donošenju kurikuluma za međupredmetnu temu *Učiti kako učiti* za osnovne i srednje škole u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 7/2019.
2. Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 7/2019.
3. Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za srednje strukovne škole na razini 4.2. u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 10/2019.