

UDK 528.425.063.1
Stručni članakPRILOG ODREĐIVANJU KOORDINATA
DETALJNIH TOČAKA

Nevio ROŽIĆ — Zagreb*

SAŽETAK: U radu je prikazano određivanje koordinata detaljnih točaka (snimljenih ortogonalnom i polarnom metodom) u državnom koordinatnom sustavu, primjenom ortogonalne transformacije koordinata.

1. UVOD

U geodeziji se detaljna snimanja određenog područja provode dvjema klasičnim metodama: ortogonalnom i polarnom. Položaj detaljnih točaka određuje se u lokalnom pravokutnom, odnosno polarnom koordinatnom sustavu. Način nanošenja snimljenih točaka, pri izradi geodetskog plana, istovjetan je metodi snimanja, a rezultat je geodetski plan u analognom (grafičkom) obliku. Izrada plana je složena, dugotrajna, zahtjeva zavidnu stručnu vještinu, podložna je pogreškama instrumentarija za kartiranje i deformacijama podloge. Dobiveni original se, uz očuvanje točnosti, bez skupih postupaka ne može umnožiti, a plan u analognom obliku onemogućuje upotrebu koordinata detaljnih točaka pri računanju površina, određivanju elemenata isključavanja, projektiranju i sl.

Uvođenje kompjutera, razvoj programa u višim programskim jezicima i primjena aplikativnih programa opće namjene nameću drukčiji pristup ovom problemu. Naime, poznavanje koordinata detaljnih točaka u državnom sustavu omogućuje automatizaciju procesa izrade geodetskog plana i izradu geodetskih podloga u obliku numeričkih (digitalnih) baza podataka. Niz gotovih programskih aplikacija inženjerske orijentacije tipa AutoCAD, Surfer i sl. omogućuje neposredno kartiranje detaljnih točaka, uz poznavanje njihova apsolutnog položaja, te čuvanje i obradu u digitalnom obliku. Zato je nužno ispitati postojeće postupke određivanja koordinata detaljnih točaka snimljenih ortogonalnom i polarnom metodom, prilagoditi ih automatskoj obradi podataka ili primijeniti drukčije postupke koji zadovoljavaju ovakve uvjete.

* Nevio Rožić, dipl. inž., Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26.

2. ODREĐIVANJE KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA SNIMLJENIH ORTOGONALNOM METODOM

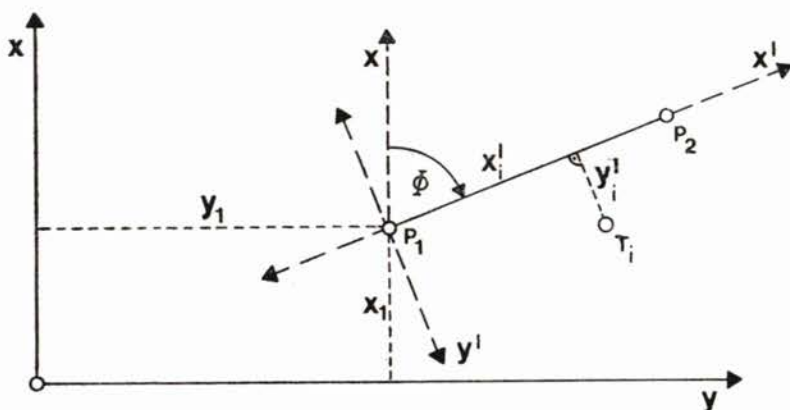
Koordinate detaljnih točaka u državnom koordinatnom sustavu mogu se efikasno odrediti (Macarol 1977; Mihailović 1974; Živković 1979; Pravilnik 1958), u pogledu automatizacije računanja na kompjutoru, svođenjem na problem transformacije koordinata između dva koordinatna sustava.

Transformacija dva pravokutna sustava u ravnini, sl. 1, općenito je određena izrazom

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + R \bar{x}', \quad (1)$$

gdje je:

- \bar{x} — vektor položaja točke T u koordinatnom sustavu transformiranih koordinata (državni sustav)
- \bar{x}_0 — vektor položaja ishodišta lokalnog sustava u sustavu transformiranih koordinata
- R — rotacijska matrica
- \bar{x}' — vektor položaja točke T u izvornom sustavu.



Sl. 1. Transformacija koordinata

U razvijenom obliku izraz (1) je

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}. \quad (2)$$

gdje je φ kut rotacije između osi koordinatnih sustava.

Da bismo primjenom izraza (2) osigurali ispravnost postupka transformacije koordinata, nužno je uvesti konvenciju o orijentaciji lokalnog koordinatnog sustava u kojem se provodi ortogonalno snimanje. Ishodište ovog sustava jedna je od dvije poligone točke koje određuju poligonu stranu (liniju

snimanja). Pozitivna os x' (apscisa) ovog sustava koincidira s projekcijom poligone strane na horizont ishodišne točke, dok je pozitivna os y' (ordinata) uvijek s desne strane pozitivne osi x' i također u ravnini horizonta. Usvojena konvencija prikazana je na sl. 1, kao i položaj detaljne točke $T_i(x'_i, y'_i)$.

Koordinate poligonih točaka $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ poznate su u državnom koordinatnom sustavu, a radi jednostavnosti ishodište lokalnog sustava je u poligonnoj točki P_1 . Time je određen vektor translacije \bar{x}_0 . Nužno je osigurati da kut rotacije φ , lokalnog koordinatnog sustava u odnosu na državni koordinatni sustav, bude ispravno i automatski određen.

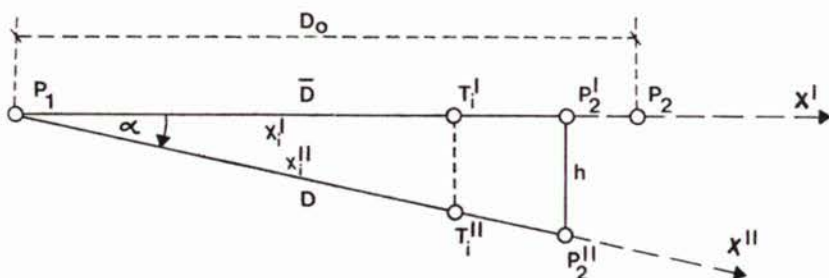
Iz sl. 1 slijedi da je kut rotacije, u općem slučaju, jednak smjernom kutu poligone strane određenom prema

$$\varphi = \nu = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (3)$$

Na taj način, pomoću izraza (2) slijedi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \nu & -\sin \nu \\ \sin \nu & \cos \nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Međutim, čest je slučaj u praksi da je poligona strana (apscisa lokalnog koordinatnog sustava) jednoliko nagnuta u odnosu na horizont. Pritom je α kut nagiba.



Sl. 2. Redukcija apscisa uslijed nagiba poligone strane

Prema sl. 2 D je mjerena duljina poligone strane, dok je \bar{D} pripadna reducirana vrijednost na horizont. Prema Čubranić 1974. jednostavno se izvodi izraz za reduciranu duljinu \bar{D} .

$$\bar{D} = D \left(1 - \frac{h^2}{2D^2} \right). \quad (5)$$

Reducirane vrijednosti apscisa detaljnih točaka x'' mogu se izraziti omjerom

$$x'' : x' = \bar{D} : D. \quad (6)$$

Iz omjera slijedi

$$x'' = x' \left(1 - \frac{h^2}{2D^2} \right). \quad (7)$$

Uz redakciju na horizont redovito duljina poligone strane nije posve jednaka duljini te strane D_0 određene iz koordinata poligonih točaka. Zato je nužno provesti redukciju apscisa (x'') kako bi se zadovoljila jednakost duljine D i iz koordinata određene duljine poligone strane D_0 . Redukcije apscisa detaljnih točaka jednostavno se izvode pomoću omjera

$$x''' : x'' = D_0 : \bar{D}. \quad (8)$$

Nakon uvođenja izraza (5) i (7) u izraz (8) slijedi

$$x''' = x' \frac{D_0}{D} = x' q_x, \quad (9)$$

gdje se q_x , kao omjer duljine iz koordinata i mjerene duljine, može smatrati faktorom promjene mjerila uzduž osi apscisa lokalnog koordinatnog sustava, pa iz (4) slijedi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \nu & -\sin \nu \\ \sin \nu & \cos \nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x & x' \\ & y' \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Izrazom (10) određen je konačni oblik izraza za transformaciju koordinata. Iz izraza (9) slijedi da je korekcija uslijed nagiba poligone strane u odnosu na horizont implicitno uvedena u izraz za transformaciju. Njeno je eksplicitno određivanje ipak potrebno radi kontrole mjerene duljine pomoću dopuštenog odstupanja.

Daljnje poopćenje izraza za transformaciju obuhvatilo bi i treću dimenziju, tj. i visine detaljnih točaka

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \nu & -\sin \nu & 0 \\ \sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x & x' \\ & y' \\ & h' \end{bmatrix}, \quad (11)$$

gdje je: h_1 — nadmorska visina poligone točke koja je ishodište lokalnog koordinatnog sustava

h' — relativna visinska razlika u odnosu na ishodište lokalnog sustava.

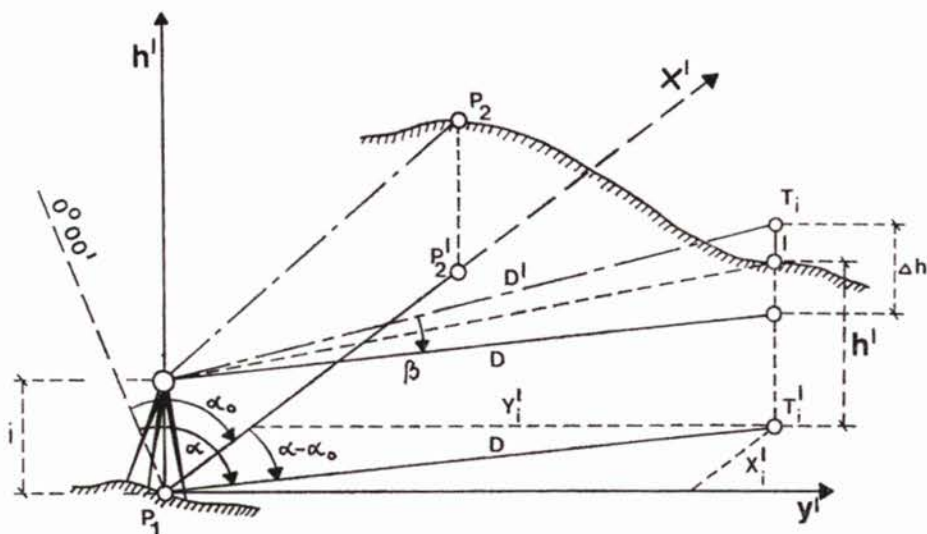
Prikazana trodimenzionalna transformacija ipak je samo teorijskog karaktera jer se visine detaljnih točaka redovito određuju detaljnim nivelmanom.

3. ODREĐIVANJE KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA SNIMLJENIH POLARNOM METODOM

Postupak određivanja koordinata detaljnih točaka u državnom koordinatnom sustavu nije u dosadašnjoj praksi uobičajen postupak. Međutim, analogno izloženom postupku, kod ortogonalne metode snimanja jednostavno se rješava primjenom transformacije koordinatnih sustava.

Kod polarne metode, uz upotrebu suvremenog instrumentarija, neposredno se određuju: na horizont reducirana duljina D , visinska razlika Δh između okretne osi instrumenta i signala, te pravac α u odnosu na pravac nule limba. Također se određuje visina instrumenta i , te visina signala l .

Mjerene veličine mogu se prikazati u lokalnom prostornom pravokutnom koordinatnom sustavu čija se orijentacija definira odgovarajućom konvencijom. Ishodište sustava je u poligonoj točki stajališta, pozitivna os x' (apscisa) koordinatnog sustava koincidira sa smjerom projekcije pogodne poligone strane na horizont stajališta, pozitivna os y' (ordinata) uvijek je s desne strane pozitivnog smjera osi x' u ravnini horizonta stajališta, a os h' okomita je na ravninu horizonta, sl. 3.

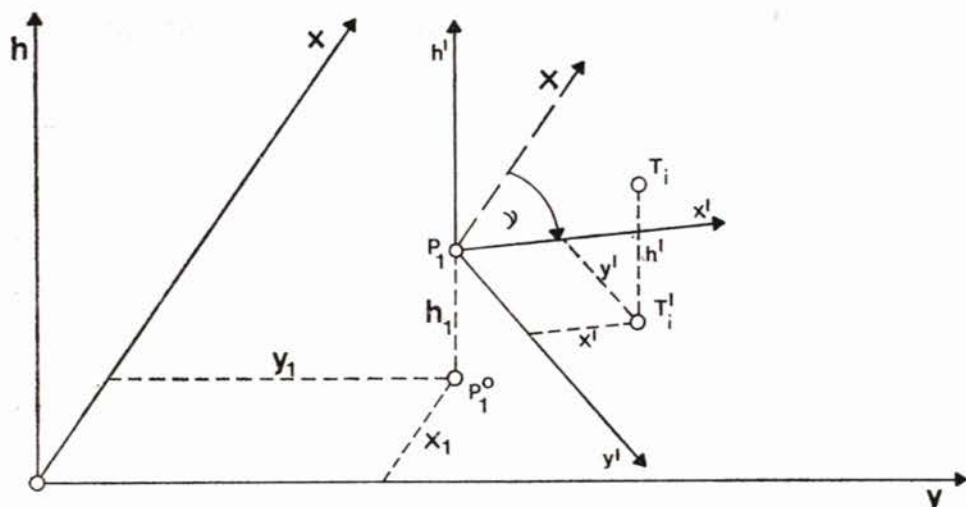


Sl. 3. Lokalni koordinatni sustav kod polarnog snimanja

Dobro poznate relacije omogućuju transformaciju polarnih u pravokutne koordinate:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \cos(\alpha - \alpha_0) \\ D \sin(\alpha - \alpha_0) \\ i + \Delta h - l \end{bmatrix}, \quad (12)$$

gdje je α_0 vrijednost pravca prema odabranoj poligonoj strani koja određuje orijentaciju lokalnog koordinatnog sustava. Međusobni položaj lokalnog i državnog koordinatnog sustava prikazan je na slici 4.



Sl. 4. Odnos lokalnog i državnog koordinatnog sustava

Transformacija koordinata između ovih sustava je u analogiji s izrazom (9), a u suglasju sa sl. 4 određena slijedećim izrazom

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \nu & -\sin \nu & 0 \\ \sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \cos (\alpha - \alpha_0) \\ D \sin (\alpha - \alpha_0) \\ i + \Delta h - 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

U slučaju da se umjesto reducirane duljine D neposredno mjeri kosa duljina D' i visinski kut β , te da visinska razlika Δh nije izražena neposrednim mjerenjem, izraz (13) prelazi u

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \nu & -\sin \nu & 0 \\ \sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D' \cos (\alpha - \alpha_0) \cos \beta \\ D' \sin (\alpha - \alpha_0) \cos \beta \\ i + D' \sin \beta - 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Točnost transformiranih koordinata može se izvesti primjenom zakona o prirastu pogrešaka (Feil 1989) na izraze (11) i (14). Ona neposredno ovisi o točnosti provedenih mjerenja, dok je pogreška modela zanemariva.

4. PRIMJENA TRANSFORMACIJSKIH FORMULA

U automatizaciji izrade geodetskih podloga transformacijske formule nalaze odgovarajuću primjenu. Naime, niz gotovih programskih aplikacija (AutoCAD, Surfer, ARC/INFO) inženjerske orijentacije omogućuje automatsko nanošenje točaka i izradu geodetskih skica i planova. U navedene aplikacije mogu se unijeti, u obliku datoteka odgovarajućeg formata, koordinate točaka, pa se izrada plana sastoji u obradi slike na ekranu kompjutera. Tako je npr.

moguće u programsku aplikaciju AutoCAD (Computer Aided Design/Drafting) unijeti apsolutne koordinate točaka (određene vlastitim programom prema izrazima (10) i (14) u obliku datoteka formata DXF (Damjanović 1990). S druge strane, transformacijske formule mogu se implementirati u sam program primjenom AutoCAD-ova programskog jezika AutoLISP-a, pa je time omogućen neposredan unos izvornih mjerenja. Konačna geodetska podloga jednostavno se pomoću plotera pretvara u grafički prikaz.

5. ZAKLJUČAK

Prikazani postupci određivanja koordinata detaljnih točaka u državnom koordinatnom sustavu ostvareni su primjenom postupka ortogonalne transformacije koordinata. Usporedba izraza (11) i (14) pokazuje da se bez obzira na razlike u metodi izmjere zadatak određivanja koordinata unificira i postiže pomoću istog modela. Prikazani postupci su univerzalni i uz usvojene konvencije o orijentaciji lokalnih koordinatnih sustava omogućuju jednoznačno i pouzdano određivanje koordinata. Efikasno se mogu programirati u nekom od viših programskih jezika (BASIC, FORTRAN i dr.) ili uklopiti u gotove programske aplikacije, te doprinijeti automatizaciji izrade geodetskih podloga. U analizama efikasnosti vlastitih programa, temeljenih na izrazima (11) i (14), nepovoljna je okolnost primjena trigonometrijskih funkcija, ali je važna prednost univerzalnost transformacijskih modela. Uslijed svojstva ortogonalnosti rotacijskih matrica isti modeli mogu poslužiti u inverznom postupku, kada se na temelju koordinata točaka u državnom sustavu određuje položaj u lokalnom sustavu (iskolčavanja).

LITERATURA

- Čubranić, N. (1974): Viša geodezija I, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb 1974.
Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja — prvi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 1989.
Damjanović, B., Damjanović, P. (1990): AutoCAD, Institut za nuklearne nauke »Boris Kidrić«, Beograd 1990.
Macarol, S. (1977): Praktična geodezija, Tehnička knjiga, Zagreb 1977.
Mihailović, K. (1974): Geodezija II, Građevinska knjiga, Beograd 1974.
Savezna geodetska uprava (1958): Pravilnik za državni premer II i III deo, Geokarta, Beograd 1958.
Živković, I. (1979): Topografski planovi, Naučna knjiga, Beograd 1979.

CONTRIBUTION TO THE DETERMINATION OF THE COORDINATES OF THE DETAIL POINTS

In the paper, determination of the coordinates of the detail points in national system of coordinates (surveyed by rectangular and bearing and distance method) by orthogonal transformations is presented.