

Male matematičke pogreške

SANJA SRUK¹

Izreke kažu: „Ljudski je griješiti”, „Tko radi, taj i griješi”, „Na greškama se uči”... Učenici često rade različite matematičke pogreške. Neke su posljedica brzopletosti, kao što je npr. krivo računanje s malim brojevima (ako srednjoškolac napiše da je $2 + 3 = 6$ to nije posljedica neznanja, nego upravo brzopletosti), druge nastaju kao posljedica neprimjenjivanja pravila za redoslijed računskih operacija, susrećemo se i s „pronalascima” novih formula i zapravo postoji cijeli spektar učeničkih pogrešaka koje bismo mogli rangirati od malih i beznačajnih do onih nad kojima se zgražamo (ili nas pak nakon višegodišnjeg rada u školi ništa ne može iznenaditi i šokirati). Poznato je da matematičari ne znaju računati pa i mi, profesori, sigurno radimo pogreške. Ne treba nam zamjeriti, i veliki su matematičari griješili, čak i objavljivali radove s pogreškom koja je uočena tek puno godina kasnije. Belgijski matematičar Maurice Lecat sastavio je 1935. godine listu s petstotinjak pogrešaka koje su matematičari napravili u dokazima raznih tvrdnji i teorema. Na toj listi nalaze se i velika imena poput Euklida, Eulera, Legendrea, Dirichleta, Cayleyja i mnogih drugih.

Događaji koje ću opisati u nastavku posljedica su trivijalnih matematičkih pogrešaka koje se mogu svrstati u tri skupine: krivo računanje, pogrešne mjerne jedinice i netočno postavljena decimalna točka.

Krivo računanje

Prije četvrt stoljeća puno se pričalo o „problemu Y2K”, odnosno o „milenijskom bugu”, potencijalnoj opasnosti koja je mogla nastati 1. siječnja 2000. godine, na prijelasku iz jednog tisućljeća u drugo, zbog čega je i nastao spomenuti naziv. S obzirom na to da se godine često prikazuju zadnjim dvjema znamenkama, predviđalo se da će se s računalima dogoditi veliki problem kad godina prijeđe iz 99. u 00. Spominjalo se padanje zrakoplova, nestanak struje, kolaps u bankama i opći kaos. Utrošeno je preko 300 milijardi dolara kako bi se software pokušalo prilagoditi katastrofi koja se trebala dogoditi (nerijetko se spominjao i smak svijeta), ali se srećom nije dogodilo ništa tragično. Bilo je manjih problema koji su uglavnom smiješni (u Danskoj je prva rođena beba proglašena stogodišnjakom, a jedan je Amerikanac od videotke dobio račun veći od 91 000 dolara jer videokazetu nije vratio 100 godina). Najveća je tragedija što su zbog konstantne prisutnosti te teme ljudi povjerovali da treće tisućljeće počinje 1. siječnja 2000., a ne 2001. godine.

¹Sanja Sruck, I. gimnazija, Zagreb

Drugi slučaj pogreške u računanju primjer je mosta u Laufenburgu. Njemačka i Švicarska dogovorile su zajedničku gradnju mosta preko Rajne kako bi se povezala dva istoimena gradića na suprotnim obalama rijeke. Dogovor je bio da i Njemačka i Švicarska započnu gradnju sa svoje strane te da se susretnu u sredini. Pri kraju izgradnje, 2003. godine, primijetili su da je most s jedne strane viši čak 54 centimetra. Pa kako se to dogodilo? Pojam nadmorske visine različito se određuje u pojedinim zemljama. Njemačka koristi visinu Sjevernog mora, a Švicarska Sredozemnog, a visine tih dvaju mora razlikuju se za 27 cm. Nijemci i Švicarci su precizni i pedantni pa su, naravno, znali za tu razliku, ali osoba koja je bila zadužena za uklanjanje te pogreške dodala je tih 27 cm na krivu stranu pa se pogreška nije uklonila nego udvostručila.



Ovo nipošto nije jedina pogreška u računanju vezana uz mostove. Milenijski most u Londonu pješački je viseći most dug 370 metara. Otvoren je u lipnju 2000. godine, no samo je dva dana kasnije zatvoren jer se previše ljuljao i postojala je velika opasnost od urušavanja. Projektanti su uzeli u obzir pokrete gore – dolje, ali nisu uračunali da će se zbog velikog broja ljudi (a bilo ih je preko 150 000 u prva dva dana), rezonance i lateralnih oscilacija, događati i ljuljanja lijevo - desno. Prilikom sanacije ugrađeni su amortizeri, no ova je pogreška samo povećala ionako visoke troškove izgradnje mosta (preko 18 milijuna funti).

Zbog oscilacija nastalih vjetrom srušio se most Tacoma Narrows 1940. godine. Vjetar koji je puhao brzinom od svega 64 km/h uzrokovao je aeroelastično vibriranje. Svakim udarom vjetra amplituda oscilacija se povećavala te je naposljetku zbog prekomjernog izvijanja došlo do kolapsa mosta. Urušavanje mosta možete pogledati na: <https://www.youtube.com/watch?v=j-zczJXSxnw>. Jedina žrtva bio je pas koji je odbio napustiti automobil iako je jedan čovjek riskirao vlastiti život kako bi ga spasio, što je također prikazano na snimci. Neslavno su završili i most Quebec Bridge u Kanadi i West Gate Bridge u Australiji, odnijevši sa sobom 75, odnosno 35 ljudskih života.

Pogrešne mjerne jedinice:

U srpnju 1984. godine zrakoplov aviokompanije Air Canada letio je na relaciji Montreal – Edmonton (let 143) i na 12.5 kilometara visine ostao bez goriva. Igrom



slučaja i indikator goriva u pilotskoj kabini bio je pokvaren pa je pilot, kad se oglasio alarm, pomislio da je došlo do problema s jednim od motora. Tek kad se oglasio i drugi alarm shvatili su da ni drugi motor ne radi, a takva situacija nije ni predviđena ni opisana u priručniku, niti piloti uče kako postupati ako oba motora prestanu raditi. Pilot je, srećom, imao iskustva u upravljanju zrakoplovima-jedrilicama (glajderi) pa je, koristeći se tim tehnikama, nakon 17 minuta leta bez goriva i stotinjak prijeđenih kilometara uspio sletjeti na pistu u Gimliju (Manitoba) bez ljudskih žrtava, zbog čega je zrakoplov dobio nadimak Gimli Glider. Do pogreške je došlo zbog razlike u metričkom i anglosaksonskom sustavu mjernih jedinica. Podatci za potrebnu masu goriva bili su izraženi u kilogramima, a u zrakoplov je stavljena količina goriva koja odgovara potrebnom iznosu, ali u funtama. Kako je jedna funta 0.45 kilograma, u zrakoplovu se nije nalazila niti polovica potrebne količine goriva. Što je najgore, zrakoplov je stao u Ottawi, gdje je prekontrolirana količina goriva i ponovno učinjena ista pogreška. Kontrola se vršila uranjanjem štapa u rezervoar s gorivom i pretvaranjem očitane visine goriva u litre, pa pomoću poznate gustoće goriva u kilograme. Greškom radnika dvaput je izvršena pretvorba u funte, zbog čega je malo nedostajalo da se dogodi katastrofa.

Čak je i NASA imala slučajeve skupih pogrešaka zbog razlika u metričkom i anglosaksonskom sustavu. U rujnu 1999. lansirana je letjelica koja je trebala bilježiti podatke o klimi na Marsu. Inženjeri korporacije Martin Lockheed koristili su se anglosaksonskim mjerama, dok je laboratorij NASA-e računao u metričkom sustavu. Tako su unesene krive navigacijske informacije i nitko nije primijetio tu banalnu pogrešku. Tek kad su izgubili vezu s letjelicom, shvatili su što se dogodilo i da je letjelica vjerojatno udarila u Mars ili izgorjela u njegovoj atmosferi. Projekt je stajao 125 milijuna dolara, ali to nije jedina nezdoga s letjelicom na putu prema Marsu. Troškovi neuspješnih pokušaja istraživanja crvenog planeta popeli su se gotovo do milijarde dolara.

Pogreška aritmetike računala

Za vrijeme Zaljevskog rata, točnije 25. veljače 1991., 28 američkih vojnika je poginulo, a više od 100 bilo je ranjeno kad je projektil pogodio njihovu bazu u Dharanu u Saudijskoj Arabiji, iako je baza bila zaštićena obrambenim sustavom za presretanje

projektila. Problem je bio u softveru koji je koristio brzinu projektila i proteklo vrijeme kako bi odredio njegovu poziciju. Vrijeme se računalo u desetinkama sekunde. Broj $1/10$ zapisan u binarnom sustavu ima beskonačno mnogo decimala, a program je dopuštao preciznost 24 bita. Spremanjem $1/10$ u takvo računalo dolazi do pogreške reda veličine 10^{-8} . Nakon 100 sati neprekidnog rada, pogreška zaokruživanja iznosila je 0.34 s, što je u konačnici rezultiralo da je projektil ciljanu metu promašio za više od 500 m. Američka vojska postala je svjesna pogreške i još 16. veljače popravila softwara, ali je ispravljena verzija stigla u Dharan tek 26. veljače, dan nakon tragedije.



Netočno postavljena decimalna točka

Bez ljudskih žrtava, ali uz velike materijalne troškove, završio je projekt izgradnje četiriju podmornica za španjolsku mornaricu. Projekt težak 2.7 milijardi dolara započeo je 2003. godine, a kad je 2013. prva podmornica bila skoro gotova, primijećeno je da zbog krivo postavljene decimalne točke podmornica teži 70 tona više nego što bi trebala težiti i da zbog toga vjerojatno, jednom kad zaroni, neće moći izroniti. Na površinu je ne bi uspio podići ni Popaj jer njegova snaga leži u željezu kojim je navodno bogata Popajeva omiljena hrana – špinat.

Mit o velikom udjelu željeza u špinatu proširio se zbog njemačkog kemičara Ericha von Wolfa koji je 1870. godine u znanstvenom radu o kemijskom sastavu špinata pogreškom pomaknuo decimalnu točku za jedno mjesto udesno. Time je povećao njegov sadržaj željeza 10 puta, s 3.5 - 4 mg na 35 - 40 mg na 100 g svježeg špinata.

Iako je 1937. pogreška ispravljena, mit o špinatu kao izuzetnom izvoru željeza opstao je sve do današnjih dana.

Oscar Wilde je rekao: „Ljudi svoje pogreške obično nazivaju iskustvom”. Opisane pogreške, a bilo ih je još podosta, vrlo su skupa iskustva koja su ponekad imala i ljudske žrtve. Pokazuju nam da i sasvim mala matematička pogreška može dovesti do velike katastrofe.

Literatura:

1. <https://listverse.com/2019/08/30/10-simple-but-costly-math-errors-in-history/>
2. <https://mathspig.wordpress.com/category/lists/10-biggest-mathematical-disasters-in-the-world-lists/>
3. <http://hawaii.hawaii.edu/math/Courses/Math100/Chapter1/Extra/CanFlt143.htm>
4. <http://www-users.math.umn.edu/~arnold/disasters/patriot.html>