

IZ NASTAVNE PRAKSE

Nogomet u nastavi matematike 3. razreda osnovne škole

FILIP MIJAČ¹FRANKA MIRIAM BRÜCKLER²

Uvod

Kao što ste imali priliku čitati u prva dva članka ove serije, nogomet i matematika jednostavno su nerazdvojni. Došli smo do 3. razreda osnovne škole pa ćemo ukratko proći njegovo gradivo te dati zanimljive primjere koji bi učenicima približili matematičke sadržaje.

Učenici u 3. razredu svoga školovanja upoznaju prirodne brojeve do 10 000 (prema starom kurikulumu [4] do 1000) te ih međusobno uspoređuju. Mentalno i pisano zbrajaju i oduzimaju brojeve do 1000, a pisano množe i dijele takve brojeve jednoznamenkastim brojevima, te s 10, 100 i 1000. Vrijedi spomenuti da sad izvode i više računskih operacija u istome zadatku te primjenjuju osnovne računске operacije i brojevne odnose u problemskim situacijama. Štoviše, prema novom kurikulumu, sad određuju i vrijednosti nepoznatog člana u jednakostima i nejednakostima [5]. Naravno, apstraktni zapis u ovom se razredu još ne uvodi. Od geometrijskih tema, u ovom razredu susrećemo točke, dužine, polupravce i pravce te međusobne odnose pravaca (usporednost, okomitost). Učenici u 3. razredu također mjere duljinu (uključivo opseg likova), masu tijela i volumen tekućina, a u proširenom programu i preračunavaju mjerne jedinice za duljinu. Na kraju ovoga razreda, prema novom kurikulumu, bave se i prikazima podataka u tablicama i stupčastim dijagramima [5].

Nogomet u aritmetici i algebri 3. razreda OŠ

Došli smo u fazu kada učenici mogu elegantno i brzo odrediti, primjerice, broj bodova pojedine momčadi na temelju ukupnog broja pobjeda ako znaju broj utakmica kada su odigrali neriješeno i broj poraza, odnosno mogu brže riješiti zadatke poput onih s kojima smo se susreli u prethodnome broju [3].

¹Filip Mijač, X. gimnazija „Ivan Supek“, Zagreb

²Franka Miriam Brückler, PMF – Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu

Primjer 1. Ako znamo da je njemački klub FC Schalke 04 osvojio ukupno 63 boda u Bundesligi sezone 2017./2018. te zauzeo visoko drugo mjesto u konačnom poretku, a da je pri tome 9 puta odigrao neriješeno i 7 puta izgubio [1], koliko je utakmica navedeni klub završio s pobjedničkim ishodom?

Učenici će u ovom primjeru zanemariti broj izgubljenih utakmica jer one donose 0 bodova i ne utječu na ukupan broj. Također, oni su u dobi kada znaju da je rezultat množenja s nulom uvijek 0, tako da nije pogreška napisati i $7 \cdot 0 = 0$. Od ukupnog broj bodova (63) oduzet će one bodove koje je momčad FC Schalke 04 skupila kada je odigrala neriješeno, tj. od broja 63 oduzet će broj 9 i tako doći do broja 54. Sada im je ostao broj bodova koji su stekli zahvaljujući pobjedama. Broj 54 dijele brojem 3 jer znaju da upravo pobjednički ishod donosi 3 boda te dolaze do broja 18, što je traženi odgovor u ovome primjeru.

Potaknuti prethodnim primjerom, u kojem smo računali broj bodova momčadi, možemo gledati učinak igrača u zamišljenim bodovima te ih na taj način uspoređivati. Evo još jednog primjera u kojem učenici množe dva broja te na kraju provode operaciju oduzimanja.

Primjer 2. Francuski nogometaš, neustrašivi Kylian Mbappe, okončao je svoju sezonu 2021./2022. na prvome mjestu najboljih strijelaca, s nevjerojatnih 28 pogodaka i čak 17 asistencija [1]. Govorimo o igraču koji trenutačno najviše vrijedi na tržištu jer sa svega 23 godine života postiže ovakve rezultate. Njegov kolega u klubu, Leo Messi, jedan od najboljih igrača u povijesti nogometa, u istoj je tek završenoj sezoni postigao 6 pogodaka, a 14 je puta asistirao ostalim suigračima. Ako pogodak donosi 2 boda, a asistencija tek 1 bod, koliko više bodova ima Mbappe u odnosu na Messija?

Učenici prvo računaju učinak Mbappea tako što broj pogodaka pomnože s 2 te broj asistencija s 1 i zbroje ta dva broja. U ovom razredu znaju da je 1 neutralan element za množenje pa su mogli jednostavno samo dodati broj asistencija umnošku brojeva 28 i 2. Na isti način računaju i za argentinskog nogometaša Messija te dobivaju da je njegov ukupan broj bodova jednak 26. Mbappe ima čak 73 boda te oduzimanjem broja 26 od 73 dolaze do broja 46 što je traženi rezultat ovoga primjera.

Nogomet u geometriji 3. razreda OŠ

U prvom članku o nogometu u nastavi matematike spomenuli smo nogometnu loptu kao primjer kugle. Rekli smo da ona zbog različitih nesavršenosti na površini nije egzaktna kugla. Ako se vratimo u daleku prošlost, možemo se prilično iznenaditi informacijom da je nekada nogometna lopta bila životinjski mjehur ili želudac, i da bi se lako raspala kada bi je netko jako udario nogom. Nakon proširene primjene gume u 19. stoljeću, nogometna lopta poprima svoj moderni izgled te se s godinama unapređuje do modernog dizajna kakav danas poznajemo. Razlog zbog kojeg ovo spominjemo je taj što učenici u ovom razredu uče masu i računaju s mjernim jedini-

cama za masu (g, dag, kg, t) [5]. Prema službenim nogometnim pravilima [2], masa nogometne lopte mora biti između 410 i 450 grama. Preračunavanje granica mase, tj. 410 g i 450 g, može biti zanimljiv primjer kako povezati sportove, ne samo nogomet, s matematikom. U sljedećem primjeru uključit ćemo i košarku i rukomet kako bi primjer bio zanimljiviji za učenike te dobi.

Primjer 3. Masa nogometne lopte mora biti između 410 i 450 grama, masa košarkaške lopte između 567 i 650 grama, a masa rukometne lopte između 425 i 475 grama. Izračunajte razliku masa između najteže dopuštene košarkaške i najteže dopuštene nogometne lopte, a potom izračunajte razliku između najlakše dopuštene nogometne lopte i najlakše dopuštene rukometne lopte te rezultat zapišite u deka-gramima.

Učenici u ovom primjeru za početak pisano oduzimaju brojeve do 1000, konkretno oduzimaju broj 450 od broja 650 te dobivaju rezultat 200 g, dok u drugom podzadatku ponovno oduzimaju, ali u završnom koraku rezultat 50 g prebacuju u 5 dag, tj. preračunavaju jedinice za mjerenje mase.

Naravno, postoje i mnogi nogometni primjeri vezani uz mjerenje duljina. Svjedoci smo da igrači tijekom nogometne utakmice od 90 minuta (trajanje utakmice bez sudačke nadoknade i/ili produžetaka) pretrče jako puno, a s godinama taj broj kilometara znatno raste. Najviše pretrčanih kilometara tijekom jedne utakmice imao je naš igrač Marcelo Brozović koji je u jednoj utakmici pretrčao čak 17.81 km u dresu talijanskog Intera [5]. Inače, te je sezone Brozović uvjerljivo završio na prvome mjestu po prosječnom broju kilometara po utakmici. Prije njega je rekord držao igrač Olympiacosa, Luka Milivojević, sa 16.8 km u jednoj utakmici. Zašto o ovome govorimo i kako se može osmisliti zadatak na sličnu temu, a da bude prikladan učenicima 3. razreda? Učenici u ovoj dobi nisu se upoznali s decimalnim brojevima pa ćemo pojednostavniti zadatak na način da cilj bude pomnožiti dvoznamenkasti prirodni broj jednoznamenkastim.

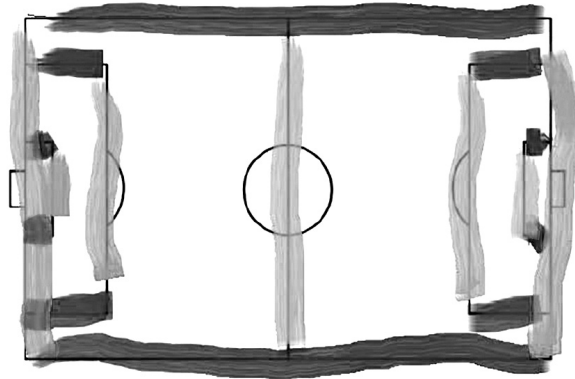
Primjer 4. Igrač *A* jedne momčadi i igrač *B* druge momčadi suparnici su tijekom jedne utakmice. Igrač *A* inače je vezni igrač koji je ušao u igru u 85. minuti utakmice. Igrač *B* je napadač koji je ušao u igru u 83. minuti utakmice. Koji je igrač prešao više kilometara, ako je igrač *A* u svakoj minuti pretrčao 90 metara, a igrač *B* 70 metara?

Učenici u ovom primjeru prvo računaju koliko su minuta igrači *A* i *B* proveli u igri. Igrač *A* je odigrao 5 minuta utakmice, a igrač *B* 7 minuta. Zatim dva puta provode operaciju množenja. Prvo računaju broj pretrčanih metara igrača *A*, a potom igrača *B*. Za igrača *A* određuju tako što množe 90 i 5, tj. $90 \cdot 5 = 450$, a za igrača *B* tako što množe 70 i 7, tj. $70 \cdot 7 = 490$. Uspoređuju dva broja do 1000, a to su 450 i 490, te brzo dolaze do odgovora da je igrač *B* prešao više metara.

Nogometne linije, uzdužna i poprečna, a i sve ostale unutar nogometnog terena, mogu nam poslužiti za određivanje paralelnih, odnosno okomitih pravaca. Učenici u ovoj fazi školovanja znaju da su paralelni pravci oni koji se ne sijeku, tj. nemaju zajedničkih točaka, dok za one pravce koji su okomiti znaju da se sijeku u jednoj točki (pod pravim kutom).

Primjer 5. Nacrtaј tlocrt nogometnog terena i istom bojom označi sve parove paralelnih pravaca. Koji će pravci biti međusobno okomiti?

Na crtežu na Slici 1. tamnijom su bojom označeni svi pravci koji su paralelni s uzdužnom linijom, a svjetlijom bojom svi pravci koji su paralelni s poprečnom linijom.



Slika 1. Označeni dijagram nogometnog terena (vidi primjer 5.)

Dodatak uz novi kurikulum – prikaz podataka

Novim kurikulumom [5] u nastavu matematike 3. razreda OŠ uvedena je novost. Odgojno-obrazovni ishod „Služi se različitim prikazima podataka” razrađen je ovako: „Nabraja različite vrste prikaza podataka. Koristi se nazivima redak i stupac. Prikazuje podatke u tablicama i stupčastim dijagramima. Služi se različitim prikazima podataka.” Vjerujem da je svakome očito da je nogomet i te kako povezan s ovom temom. Štoviše, svi učenici koji prate ijednu nogometnu ligu već su navikli na tablice s podacima, tako da ih nije potrebno posebno motivirati za njihovo korištenje. U sljedećem, posljednjem primjeru ovoga članka dajemo jedan prijedlog kako nogomet iskoristiti za učenje prikaza stupčastim dijagramima na osnovi tablice.

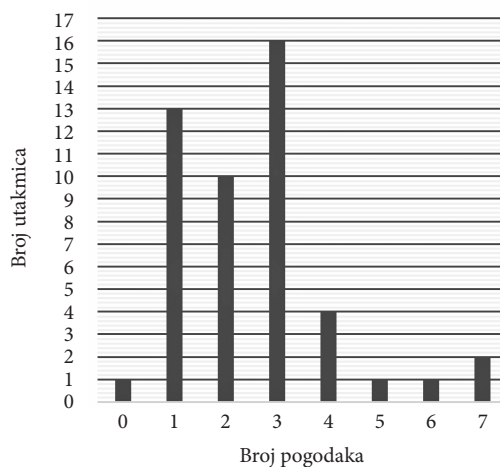
Primjer 6. U grupnoj fazi posljednjeg Svjetskog prvenstva 2018. postignuto je 169 pogodaka u 48 utakmica [1]. Jedna utakmica završena je neriješeno, 13 s jednim golom itd. (tablica 2). Koliko je ukupno pogodaka ostvareno u grupnoj fazi na SP 2018.? Prikaži brojeve utakmica s 0, 1, 2... pogodaka stupčastim dijagramom.

| pogodaka u utakmici | broj utakmica |
|----------------------------|----------------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 13 |
| 2 | 10 |
| 3 | 16 |
| 4 | 4 |
| 5 | 1 |
| 6 | 1 |
| 7 | 2 |
| ukupno: | 48 |

Tablica 1. Brojevi utakmica po ukupnim brojevima golova (grupna faza, SP 2018.)

Prvi dio zadatka uključuje razmišljanje i aritmetiku. Naime, u 1. utakmici bilo je 0 pogodaka (ukupno 0), na 13 utakmica po 1 (ukupno 13), na 10 utakmica po 2 (ukupno 20) itd. Dakle, ukupan broj pogodaka možemo izračunati kao zbroj umnožaka brojeva u svakom retku tablice: $0 \cdot 1 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 16 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 0 + 13 + 20 + 48 + 16 + 5 + 6 + 14 = 122$.

Za stupčasti dijagram učenici prvo trebaju uočiti da vodoravno trebaju rasporediti brojeve pogodaka 0, 1..., 7. Ako, primjerice, koriste bilježnicu na kvadratiće, onda svakom takvom broju dodijele po jedan stupac pa iznad tog broja oboje onoliko kvadratića koliko je bilo utakmica s pripadnim brojem pogodaka kako bi dobili stupčasti dijagram poput onog prikazanog slikom 2. Ovdje je svakako dobra praksa učenike odmah podučiti i tome da označavaju osi prikladnim nazivima, da bi svatko tko vidi dijagram mogao bez dodatnog teksta razumjeti što prikazuje, a i da osoba koja vidi dijagram ne bi možda pomislila da je bilo, primjerice, 3 utakmice sa 16 pogodaka.



Slika 2. Stupčasti dijagram – brojevi utakmica s različitim brojevima pogodaka tijekom grupne faze SP 2018. (vidi primjer 6.)

Naravno, ovdje se otvara puno mogućnosti za kreativne zadatke, primjerice da različiti učenici crtaju stupčaste dijagrame za različita Svjetska prvenstva u nogometu pa, promatrajući ih, uoče trendove, usporede prvenstva i slično.

Zaključak

Kao što smo vidjeli i u prethodna dva članka, postoji beskonačno mnogo lijepih primjera primjene matematike u nogometu. Učenici 3. razreda i dalje su limitirani gradivom pa trenutačni problemi izgledaju vrlo brzo rješivi nama starije dobi, no na njihovom mjestu izvrsni su primjeri jer tako stječu dojam svakodnevnog života i zapravo daju značenje svakom broju na papiru. U prethodnih pet primjera primjene u aritmetici i geometriji vidjeli smo da je matematika i u onim sitnim matematičkim računima naše svakodnevice. U sljedećem članku vidjet ćemo kako pojedine navedene primjere možemo proširiti do prirodnog broja 1 000 000 te nam također preostaju neke druge geometrijske teme, a po novom kurikulumu i dodatne teme vezane uz prikaz podataka i određivanje vrijednosti nepoznate veličine u jednakostima i nejednakostima.

Literatura

1. Fussballdaten.de. <https://www.fussballdaten.de/>
2. Hrvatski nogometni savez, *Pravila nogometne igre 21./22.* (2021). <https://hns-cff.hr/files/documents/21824/PNI%202021-2022.pdf>
3. Mijač F. (2021.), *Nogomet u nastavi matematike*. Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu
4. Nastavni plan i program za osnovnu školu: Matematika. Narodne novine 102/2006. <https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/dodatni/129156.htm>
5. Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 7/2019. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
6. Zagreb.info. <https://www.zagreb.info/sport/nogomet/brozovic-skinuo-rekord-nece-te-vjerovati-koliko-je-kilometara-pretrcao-u-jednoj-utakmici-video/43515/>