UDK 528.33:528.14
Stručni rad

ISPITIVANJE UTJECAJA ALGEBARSKE KORELACIJE NA KLASIČNO IZJEDNAČENE GRADSKE TRIGONOMETRIJSKE MREŽE

Nelja KAMER — Priština*

SAŽETAK: U članku se razmatra utjecaj algebarske korelacije na koordinate trigonometrijskih točaka u mrežama različite veličine, povezane zajedničkom centralnom točkom.

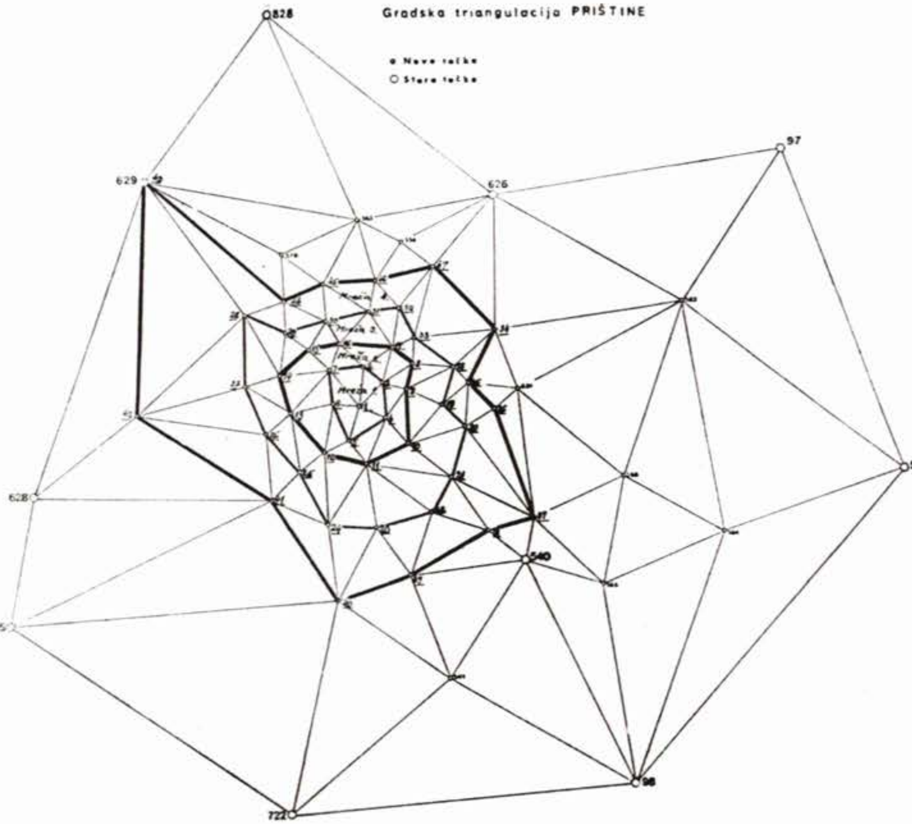
1. UVOD

Poznato je da se trigonometrijske mreže posredno izjednačuju na dva načina: preko prethodno izjednačenih kutova na stajalištu (klasično) i na temelju originalnih kutnih mjerenja. U nas su se redovito ove mreže izjednačavale klasično, tj. kako predviđa Pravilnik II-A. To je način u kojem se vrši uobičajena a priori ocjena točnosti mjerenja, testiranje pogrešaka pomoću raznih testova. Pri tome se kao pogodno sredstvo primjenjuje interval pouzdanosti za zatvaranje horizonta i trokutova, nakon čega se vrše stajališna izjednačenja kutova i s tako ispravljenim mjernim podacima ulazi se u računanje koordinatnih popravaka (ima slučajeva kada se iz mjernih i stajališno izjednačenih kutova računaju pravci, pa se izjednačenje provodi po pravcima).

Klasično je izjednačenje, osim toga, zapravo izjednačenje »pod prisilom«. Naime, uzimajući u obzir način razvijanja gradskih mreža, uvrštene su one mreže koje se oslanjaju na niz okolnih trigonometrijskih točaka 1. i 2. reda. U našem slučaju (sl. 1) radi se o devet točaka, čime se prividno smanjuju elipse pogrešaka izjednačenih točaka, a posebice na točkama koje su blizu fiksnih (poznatih) točaka. Takav pristup obradi trigonometrijskih mreža propisivao je naš Pravilnik. Cilj ovog rada jest ispitivanje utjecaja algebarske korelacije na mreže (s mjerenim kutovima) različitih veličina. Da bi se izbjegao utjecaj poznatih (danih) veličina na izjednačenje mreže prišlo se singularnom izjednačavanju.

Na osnovi ideje A. Bilajbegovića proizvoljno izabrani centralni sustav unutar izabrane gradske trigonometrijske mreže svaki put je proširivan za jednostruki zatvoreni lanac trokutova, s ciljem da se ispita utjecaj algebarske korelacije na mreže različitih veličina, koje imaju homogena kutna mjerenja — ujednačenih srednjih pogrešaka.

* Mr. Nelja Kamer, dipl. inž., Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Prištini, Ramiz Sadiku b.b.



Sl. 1. Skica svih mreža

2. SINGULARNO IZJEDNAČENJE MREŽE

Općenito, slobodne mreže su mreže u kojima nema točaka s poznatim koordinatama i u kojima nema mjerenih azimuta. To znači da sve točke imaju isti tretman. U tom slučaju nemoguće je izjednačiti dotičnu mrežu zbog nemogućnosti inventiranja matrice N normalnih jednadžbi.

U slobodnim 2-D mrežama za definiranje koordinatnog sustava koristimo se svim točkama u mreži, odnosno težištem mreže s uvjetnim jednadžbama u pogledu promjena mjerila i orijentacije mreže. Pri tome se primjenjuju uvjetne jednadžbe nepromjenljivosti težišta

$$\sum \delta x_i = 0, \qquad (1)$$

$$\sum \delta y_i = 0.$$

Uvjetne jednadžbe kojima se određuju orijentacija i mjerilo mreže jesu:

$$\begin{aligned} -y_i\, dx_i + x_i\, dy_i &= 0 \\ x_i\, dx_i + y_i\, dy_i &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

ili

$$\begin{aligned} -\left(y_i - \frac{\Sigma y}{n}\right) dx_i + \left(x_i - \frac{\Sigma x}{n}\right) dy_i &= 0 \\ \left(x_i - \frac{\Sigma x}{n}\right) dx_i + \left(y_i - \frac{\Sigma y}{n}\right) dy_i &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

u slučaju definiranja koordinatnog sustava mreže, pozicijski, jednom točkom — težištem svih približnih koordinata [5]. Ovdje treba istaći: približne koordinate točaka moraju biti vrlo točno određene.

U tzv. singularnom izjednačavanju 2-D mreža preko teorije unutarnjih pogrešaka, jednadžbama popravaka dodaju se i jednadžbe (1) i (2) ili (3).

Postoje dva pristupa toj teoriji. Jednim pristupom do vektora rješenja dolazi se na direktan način (Helmert 1886; Mittermayer 1971), drugim se do takvog rješenja dolazi na indirektan način, primjenom transformacijske matrice $\boldsymbol{G}$. Tom matricom proširujemo matricu $\boldsymbol{N}$ normalnih jednadžbi [3]. Može se reći da je u eri opće prihvaćenog izjednačenja geodetskih mreža pomoću elektroničkih pomagala drugi način prihvatljiviji.

3. PRIMJENA SINGULARNOG IZJEDNAČENJA MREŽE

Primjenom mogućnosti proširenja matrice $\boldsymbol{N}$ transformacijskom matricom $\boldsymbol{G}$ dio promatrane trigonometrijske mreže »podijeljen« je na četiri mreže, odnosno na jedan centralni sustav i tri trgionometrijske mreže sa zajedničkom točkom o 568 (1), prvom u nizu točaka. To znači da je svaka mreža svaki put proširivana za jednostruki zatvoreni lanac trokutova radi dobivanja uvida algebarske korelacije u mreže različite veličine [7].

Centralni sustav ima m = 18 (jednadžbi popravaka) i n = 14 (nepoznanica), odnosno matricu normalnih jednadžbi $\|\boldsymbol{N}_1\|_{n,n}$. U mreži 2 postoje m = 66 i n = 34. U mreži 3 m = 114 i n = 66, a u mreži 4 m = 234 i n = 94. Svaka kvadratna matrica $\boldsymbol{N}$ proširena je transformacijskom matricom $\boldsymbol{G}$ različite veličine, koja odgovara defektu d = 4. Treba istaći da je točka o (1) kao prva u nizu odabrana sasvim slučajno. Naime, mogla su se ispitivanja obaviti i s nekom drugom centralnom točkom, mada se pokušalo pronaći stvarnu centralnu točku mreže kako bi se ovim razmatranjima obuhvatila cjelokupna gradska mreža (ne odstupajući od ideje A. Bilajbegovića), kada su već sastavljene jednadžbe popravaka za svih 366 kutova, čime bi se problem povećao za stotinjak jednadžbi popravaka. Za ovako opsežna i točna računanja dolazi u obzir sastavljanje jednadžbi popravaka jedino kompjutorski.

Radi ispitivanja utjecaja korelacije na računanje koordinata na odabranom dijelu prištinske mreže izjednačeni su dijelovi mreže po istom datumu bez prethodno stajališno izjednačenih kutova i s izjednačenim kutovima na stajalištu. U tu svrhu primijenit će se formula za određivanje granice zanemarivanja utjecaja korelacije [2]:

$$\Delta d = \frac{\Delta}{m_k \text{ ili } m} < \frac{1}{3} \tag{4}$$

1/3 za mjerenja visoke točnosti

2/3 za mjerenja manje točnosti

Δ — razlika koordinata istih točaka dobivenih izjednačenjem uzimajući u obzir korelaciju i zanemarujući korelaciju

m_k — srednja pogreška (koordinata) dobivena izjednačenjem uzimajući u obzir korelaciju i

m — srednja pogreška (koordinata) dobivena izjednačenjem zanemarujući korelaciju.

Na osnovi opisanog modela izjednačenja za ove mreže primijenjene su koordinate ranije izjednačene cijele mreže (kao približne — zanemarujući korelaciju) i mjerni podaci koji su isto tako iskorišteni za izjednačenje koordinata točaka od strane izvođača radova.

Na osnovi predočenih tablica može se zaključiti:

U jednostrukom centralnom sustavu signifikantne se razlike pojavljuju u 29% slučajeva, i to se pojavljuju u koordinatama y.

U mreži 2 (sl. 1) imamo 70% koordinata sa signifikantnim razlikama po y 59%, a po x 35%.

U mreži 3 (sl. 1) 30% točaka ima signifikantne razlike u promjeni koordinata zbog utjecaja algebarske korelacije, i to po y 15%, a po x 18%.

U mreži 4 (sl. 1) susrećemo 36% signifikantnih razlika u koordinatama točaka, i to po y 28% i po x 14%.

Prosječna vrijednost promjene koordinata u mrežama 1, 2, 3 i 4 (sl. 1) iznosi 41%.

Prema tome, na osnovi ispitivanja u samo jednoj gradskoj trig. mreži ne može se zaključiti da se sukcesivnim povećavanjem broja točaka, odnosno opsega mreže, povećava odnosno smanjuje broj signifikantnih razlika u koordinatama točaka zbog algebarske korelacije.

Međutim, činjenica da prosječno 41% točaka signifikantno mijenja svoje koordinate i podatak da se razlike u koordinatama kreću od 0 do 14 mm upućuju na utjecaj algebarske korelacije u gradskim mrežama, pa se to ni u ovom slučaju ne može zanemariti. Stoga nameće se pitanje da li zahtijevati službenu promjenu koordinata, pogotovo ako je izvršen gradski premjer oslonjen na koordinate dobivene izjednačenjem bez uzimanja u obzir algebarske korelacije?

MREŽA 1

Točka broj	Razlika koordin. Nove koordinate — koord. po pravilniku		m_k^y	m_k^x	$\frac{\lvert\Delta y\rvert}{m_k^y}$	$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{m_k^x}$	Signifikantne razlike n	
	$(y - y_p)$	$(x - x_p)$					y	x
△1	0.000	+0.001	0.002	0.002	0.000	0.500		
△2	0.000	+0.001	0.003	0.002	0.000	0.333		
△3	−0.001	−0.001	0.003	0.003	0.333	0.333		
△4	+0.002	−0.001	0.003	0.003	0.666	0.333	*	
△5	−0.003	+0.001	0.003	0.005	1.000	0 333	*	
△6	+0.001	−0.001	0.003	0.003	0.333	0.333		
△7	+0.001	+0.001	0.004	0.004	0.250	0.250		
	+0.004	+0.004					2	0
	−0.004	−0.003						
	0	+0.001					2 točke	

MREŽA 2

△1	−0.001	+0.001	0.003	0.003	0.333	0.333		
△2	0.000	0.000	0.004	0.003	0.000	0.000		
△3	−0.001	+0.001	0.003	0.003	0.333	0.333		
△4	−0.003	−0.001	0.003	0.004	1.000	0.250	*	
△5	0.002	+0.003	0.004	0.005	0.500	0.600	*	*
△6	−0.002	0.000	0.003	0.004	0.666	0.000	*	
△7	0.000	−0.001	0.003	0.004	0.000	0.250		
△8	−0.002	+0.004	0.007	0.006	0.500	0.666	*	*
△9	−0.004	+0.002	0.005	0.005	0.800	0.400	*	*
△10	+0.009	−0.004	0.007	0.008	1.285	0.500	*	*
△11	+0.004	−0.001	0.007	0.007	0.571	0.142	*	
△12	+0.003	+0.002	0.008	0 007	0.375	0.286	*	
△13	−0.004	−0.002	0.007	0.007	0.571	0.285	*	
△14	−0.002	−0.005	0.008	0.008	0.250	0.625		*
△15	+0.001	−0.002	0.007	0.006	0.142	0.333		
△16	+0.002	0.000	0.005	0.006	0.400	0.000	*	
△17	0.000	+0.004	0.006	0.007	0.000	0.571		*
	+0.022	+0.017					10	6
	−0.016	−0.016						
	+0.006	+0.001					12 točaka	

MREŽA 3

Točka broj	Razlika koordinata Nove koordinate — koord. po pravilniku		m_k^y	m_k^x	$\frac{\|\Delta y\|}{m_k^y}$	$\frac{\|\Delta x\|}{m_k^x}$	Signifikantne razlike u	
	$(y - y_p)$	$(x - x_p)$					y	x
△1	−0.002	+0.001	0.004	0.003	0.500	0.333	*	
△2	0.000	0.000	0.004	0.003	0.000	0.000		
△3	−0.001	0.000	0.004	0.003	0.250	0.000		
△4	−0.004	−0.001	0.003	0.004	1.333	0.250	*	
△5	0.000	0.000	0.004	0.005	0.000	0.000		
△6	−0.001	−0.001	0.004	0.004	0.250	0.250		
△7	0.000	0.000	0.005	0.003	0.000	0.000		
△8	−0.001	+0.002	0.004	0.005	0.200	0.400		*
△9	−0.001	+0.002	0.005	0.004	0.250	0.500		
△10	0.004	−0.001	0.005	0.005	0.800	0.200	*	
△11	0.000	0.000	0.006	0.006	0.000	0.000		
△12	0.000	−0.001	0.005	0.005	0.000	0.200		
△13	−0.003	−0.003	0.006	0.005	0.600	0.600	*	*
△14	−0.001	−0.002	0.005	0.006	0.167	0.333	*	
△15	0.000	0.000	0.004	0.004	0.000	0.000		
△16	−0.001	0.000	0.003	0.004	0.250	0.000		
△17	0.000	+0.002	0.005	0.005	0.000	0.400		*
△18	0.000	+0.002	0.011	0.010	0.000	0.182		
△19	−0.001	0.000	0.007	0·008	0.143	0.000		
△20	+0.001	−0.007	0.011	0.011	0.091	0.636		*
△21	+0.007	−0.001	0.011	0.001	0.064	0.091		
△22	+0.004	−0.001	0.013	0.013	0.308	0.077		
△23	+0.003	+0.001	0.013	0.011	0.231	0.091		
△24	0.000	+0.001	0.013	0.013	0.000	0.091		
△25	−0.001	+0.001	0.009	0.008	0.111	0.125		
△26	−0.003	+0.001	0.009	0.010	0.333	0.100		
△27	−0.009	−0.008	0.010	0.008	0.125	0.100		*
△28	+0.005	−0.001	0.019	0.018	0.263	0.056		
△29	+0.001	+0.001	0.009	0.008	0.111	0.125		
△30	−0.002	0.000	0.007	0.007	0.286	0.000		
△31	+0.002	+0.001	0.008	0.009	0.250	0.111		
△32	0.000	+0.005	0.010	0.011	0.000	0.454		*
△33	−0.001	+0.002	0.008	0.008	0.125	0.250		
	+0.027	+0.022					5	6
	−0.023	−0.027						
	+0.004	−0.005					10 točaka	

MREŽA 4

Točka broj	Razlika koordinata Nove koordinate — koord. po pravilniku		m_k^y	m_k^x	$\frac{\lvert\Delta y\rvert}{m_k^y}$	$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{m_k^x}$	Signifikantne razlike u	
	$(y - y_p)$	$(x - x_p)$					y	x
△1	−0.002	0.000	0.004	0.004	0.500	0.000	*	
△2	−0.002	0.000	0.004	0.004	0.500	0.000	*	
△3	−0.001	0.000	0.004	0.004	0.250	0.000		
△4	−0.003	−0.002	0.004	0.005	0.750	0.500	*	*
△5	0.000	−0.001	0.005	0.005	0.000	0.200		
△6	−0.002	−0.001	0.005	0.005	0.400	0.200	*	
△7	−0.002	+0.002	0.004	0.005	0.500	0.400	*	*
△8	−0.002	0.001	0.005	0.006	0.400	0.200	*	
△9	−0.002	0.005	0.005	0.005	0.400	1.000	*	*
△10	+0.004	−0.001	0.005	0.005	0.800	0.200	*	
△11	0.000	−0.001	0.006	0.006	0.000	0.167		
△12	0.000	−0.002	0.007	0.006	0.000	0.286		
△13	−0.002	−0.002	0.006	0.006	0.333	0.333		
△14	−0.002	−0.001	0.006	0.006	0.333	0.167		
△15	−0.001	0.000	0.005	0.005	0.200	0.000		
△16	−0.002	0.000	0.005	0.005	0.400	0.000	*	
△17	−0.002	+0.001	0.006	0.006	0.333	0.167		
△18	−0.003	−0.002	0.009	0.010	0.333	0.200		
△19	+0.001	−0.002	0.007	0.007	0.143	0.286		
△20	+0.003	−0.003	0.008	0.010	0.375	0.300	*	
△21	+0.005	0.000	0.008	0.010	0.075	0.800		*
△22	+0.004	+0.003	0.010	0.010	0.400	0.300	*	
△23	+0.001	0.000	0.010	0.010	0.100	0.000		
△24	−0.001	0.000	0.011	0.011	0.090	0.000		
△25	−0.001	−0.001	0.009	0.007	0.111	0.143		
△26	0.000	−0.002	0.008	0.009	0.000	0.222		
△27	−0.001	−0.001	0.007	0.007	0.143	0.143		
△28	0.000	0.000	0.012	0.009	0.000	0.000		
△29	−0.001	+0.001	0.007	0.006	0.143	0.167		
△30	−0.002	+0.001	0.006	0.007	0.333	0.143		
△31	−0.001	+0.001	0.007	0.008	0.143	0.125		
△32	−0.002	+0.001	0.009	0.009	0.222	0.111		
△33	−0.002	+0.001	0.008	0.008	0.250	0.125		
△34	−0.004	+0.004	0.021	0.017	0.190	0.235		
△35	−0.002	+0.005	0.011	0.010	0.182	0.500		*

Točka broj	Razlika koordinata nove koordinate — koord. po pravilniku		m_k^y	m_k^x	$\frac{\lvert\Delta y\rvert}{m_k^y}$	$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{m_k^x}$	Signifikantne razlike u	
	$(y - y_p)$	$(x - x_p)$					y	x
△36	+0.003	−0.007	0.014	0.014	0.214	0.500		*
△37	+0.011	−0.001	0.030	0.022	0.367	0.045	*	
△38	+0.006	+0.004	0.018	0.017	0.333	0.235		
△39	−0.001	+0.003	0.016	0.019	0.063	0.158		
△40	+0.001	+0.002	0.020	0.026	0.050	0.077		
△41	−0.001	0.000	0.015	0.012	0.066	0.000		
△42	−0.001	−0.008	0.034	0.022	0.029	0.366		*
△43	+0.014	+0.001	0.045	0.059	0.311	0.017	*	
△44	−0.001	+0.001	0.010	0.010	0.100	0.100		
△45	0.000	+0.002	0.010	0.013	0.000	0.154		
△46	−0.001	+0.002	0.014	0.013	0.071	0.154		
△47	−0.002	+0.003	0.017	0.007	0.118	0.176		
	+0.053	+0.044					13	7
	−0.052	−0.038						
	+0.001	+0.006					17 točaka	

Tablica 1

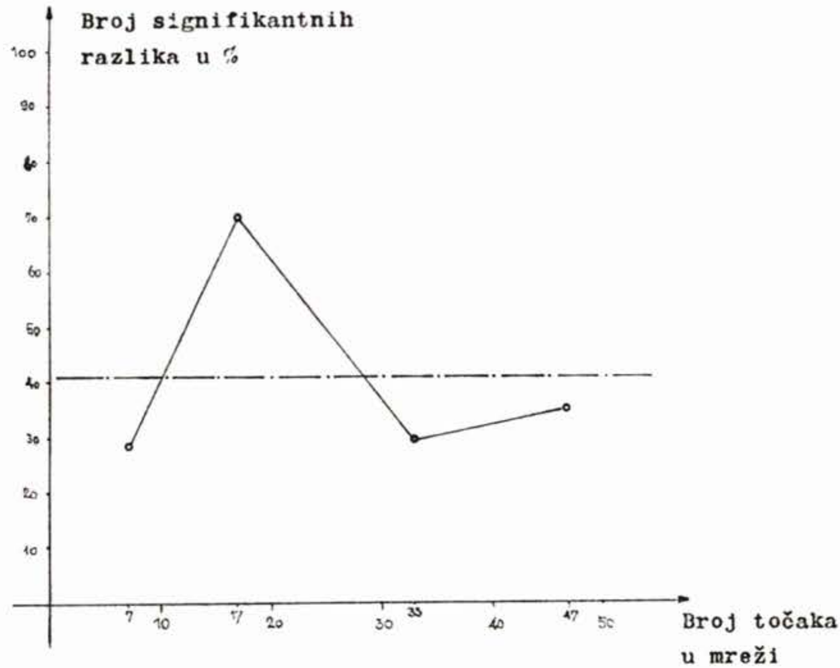
Mreža broj	Broj točaka	Signifikantne razlike		
		% slučajeva	% po osi y	% po osi x
1.	7	29 ili 2 točke	29	—
2.	17	70 ili 12 točaka	59	35
3.	33	30 ili 10 točaka	15	18
4.	47	36 ili 17 točaka	28	14
Prosječna vrijednost promjene koordinata 41%				

Pregled rezultata izjednačavanja mreža bez stajališno izjednačenih kutova

Mre-ža	Težište		$\Sigma\left(y_2-\frac{\Sigma y}{n}\right)$	$\Sigma\left(x_2'-\frac{\Sigma x}{n}\right)$	Trag inverzne pseudo-matrice	[v]	[pw]	m_0	Minimalne i maksimalne veličine:			
	y (m)	x (m)							koordinatnih popravaka u cm	Popravaka kutova	Sr. pogr. nepoz. u cm	Sr. pogr. izj. vel. u cm
1.	13674.83	23686.35	+0.11	+0.15	1.89333	2.31	3.3221	0.91	(−0.555)−(+0.686)	(−0.″52)−(0.″84)	0.217—0.517	0.317—0.617
2.	13570.96	23797.82	+0.45	+0.50	8.33582	5.09	43.5824	1.17	(−1.259)−(+1.167)	(−1.63)−(+2.09)	0.289—0.826	0.441—1.150
3.	13746.45	23629.05	+0.89	+0.79	38.78355	−0.26	88.3380	1.06	(−1.677)−(+2.099)	(−1.78)−(+2.07)	0.322—1.864	0.481—2.590
4.	13906.41	23627.51	+1.32	+2.54	131.99861	−12.37	182.8373	1.14	(−7.554)−(+5.414)	(−2.97)−(+2.07)	0.410—5.853	0.607—7.383

Pregled rezultata izjednačavanja mreža sa stajališno izjednačenim **kutovima**

5.65	5.0749	1.13	(−0.685)−(+0.580)	(−0.41)−(+1.01)	0.269—0.639	0.392—0.762
6.70	43.9334	1.17	(−1.152)−(+1.989)	(−2.14)−(+2.12)	0.290—0.829	0.443—1.154
1.89	92.9234	1.09	(−1.169)−(+1.794)	(−2.82)−(+2.15)	0.325—1.311	0.489—2.656
−2.17	183.0650	1.14	(−6.199)—(+5.916)	(−3.11)—(+2.79)	0.411—5.857	0.607—7.387



Sl. 2

LITERATURA

[1] Bilajbegović, A.: Viša geodezija, Rukopis, Zagreb 1986.

[2] Bilajbegović, A., Šaković, A.: Analiza utjecaja algebarske korelacije u trigonometrijskoj mreži Banja Luke, Geodetski list 1988, 1—3, 27—37.

[3] Illner, I.: Datumfestlegung in freien Netzen, Disertacija, München 1985.

[4] Mihailović, K., Vračarić, V.: Geodezija III, Naučna knjiga, Beograd 1985.

[5] Stevanović, J.: Dileme u vezi sa izravnanjem i ocenom tačnosti slobodnih mreža, Geodetski list 1987, 1—3, 35—39.

[6] Stevanović, J.: Generalisanje problema izravnanja u triangulaciji, Geodetski list 1976, 1—3, 3—15.

[7] Nelja, K.: Ispitivanje algebarske korelacije u slobodnim gradskim triangulacionim mrežama, Magistarski rad, Geodetski fakultet, Zagreb 1988.

EXAMINATION OF ALGEBRAIC CORRELATION INFLUENCE ON CLASIC ADJUSTMENT IN TRIGONOMETRICAL CITY NETWORKS

This paper deals with examination of algebraic correlation influence on coordinates of trigonometrical points in network with different size that are united in central point.

Primljeno: 1990-10-25