UDK 528.411:528.181
Pregledni članak

IZJEDNAČENJE SLOBODNE MIKROTRIANGULACIJSKE MREŽE PRIMJENOM PSEUDOINVERZIJE I USPOREDBA S KLASIČNOM METODOM

Mira IVKOVIĆ, Đuro BARKOVIĆ — Zagreb*

SAŽETAK: U ovom radu opisan je jedan način rješavanja singularnih sistema jednadžbi pomoću pseudoinverzije. Osim toga prikazana je primjena pseudo-inverzije i usporedba s klasičnom metodom izjednačenja slobodnih mreža.

1. UVOD

Za potrebe snimanja, iskolčavanja i praćenja deformacija manjih građevinskih objekata projektiraju se mikrotriangulacijske ili mikrotrilateracijske mreže, koje se zatim izjednačuju kao slobodne mreže. U tom slučaju može se definirati sasvim proizvoljno lokalni koordinatni sistem (kod mikrotriangulacijskih mreža uglavnom pomoću dvije točke te mreže), a ostale se točke određuju u odnosu na izabrani koordinatni sistem [6]. Na taj se način postiže da matrica koeficijenata u jednadžbama pogrešaka ima potpuni rang kolona, i da se iz matrične jednadžbe:

$$Ax - l = v,$$

po teoriji najmanjih kvadrata, uz uvjet $v^T v = \min$, dobije rješenje za nepoznate parametre:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l,$$

gdje je:

A . . . . konfiguracijska matrica,
x . . . . vektor nepoznatih parametara,
l . . . . vektor slobodnih članova,
v . . . . vektor popravaka.

To znači da se za koordinate izabranih točaka koje određuju koordinatni sistem, bez obzira što se i s njih mjerilo, ne dobiju u postupku izjednačenja

* Mira Ivković, dipl. inž., Đuro Barković, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26.

rezultata mjerenja nikakvi popravci ni srednje pogreške. Za koordinate ostalih točaka srednje pogreške rastu udaljavanjem od ishodišta lokalnog koordinatnog sistema (vidi primjer 1. i sliku 1). Dakle, ocjena točnosti određivanja koordinata točaka dobivena na taj način je nerealna i ne daje pravu sliku o njihovoj točnosti.

Ovaj problem se prvi put razmatra u radu [9], gdje se daje jedno novo rješenje pomoću pseudoinverzije, koje zapravo predstavlja proširenje klasičnog izjednačenja metodom najmanjih kvadrata. U našoj literaturi taj se način izjednačenja slobodnih mreža prvi put prikazuje u radu [6] i ilustrira primjerom na jednoj maloj nivelmanskoj mreži. Zatim se u radu [18] isti problem razmatra na primjeru slobodne trilateracijske mreže. Nakon toga se u radovima [14], [7], [15] i [8] razvila diskusija o prednostima i manama, odnosno ispravnosti ili neispravnosti klasične i nove metode izjednačenja slobodnih mreža.

Međutim, još je Bjerhammar u svom radu [3] naglasio da su oba načina ispravna, samo predstavljaju različite pristupe tom problemu, te ovisno o budućoj namjeni mreže treba primijeniti pogodniju metodu. Tako, na primjer, u procesu dizajniranja mreže, treba najprije za potrebe uspoređivanja različitih oblika mreže definirati mjeru pomoću koje će se to provesti. Za dvodimenzionalne mreže najčešći je izraz:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(m_{xi}^2 + m_{yi}^2),$$

gdje su:

m_{xi} — srednja pogreška i-te x koordinate,
m_{yi} — srednja pogreška i-te y koordinate,
n — broj točaka u mreži.

U slučaju primjene klasičnog izjednačenja, ta bi mjera ovisila o izabranom koordinatnom sistemu i mogla bi se primijeniti samo onda kad bi se uspoređivali različiti oblici mreže, ali uz zadržavanje istog koordinatnog sistema [1]. Novi način izjednačenja je invarijantan o izboru koordinatnog sistema, te je u tom slučaju pogodniji od klasičnog načina.

2. PSEUDOINVERZIJA SINGULARNIH MATRICA

Ako se u postupku izjednačenja rezultata mjerenja sve točke smatraju kao nepoznate, onda je matrica koeficijenata A s nepotpunim rangom kolona (defekt kod triangulacijskih mreža je 4) i rješenje se može dobiti pomoću pseudoinverzije, tj.:

$$x = N\,(NN)^{-}\,A^{T}l = A^{+}l,$$

gdje je $A^+ = N(NN)^-A^T$ — pseudoinverzija matrice A, a $N = A^TA$.

Pomoću pseudoinverzije dobiva se jednoznačno rješenje za nepoznate parametre x i korelacijsku matricu Q_x, te minimalni trag za Q_x, uz uvjete:

$$v^T v = \min \quad i \quad x^T x = \min.$$

Na jednostavnom primjeru neregularnog sistema jednadžbi ilustrirat će se primjena pseudoinverzije.

Neka je razmatrani sistem jednadžbi:

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 2$$

$$3x + 3y = 3.$$

Očito je da ne postoji jednoznačno rješenje za taj sistem jednadžbi. Obično se postupa na slijedeći način: minimizira se funkcija f(x, y) a gdje je f (x, y) zbroj kvadrata pogrešaka, tj.:

$$f(x, y) = (x + y - 2)^2 + (2x + 2y - 2)^2 + (3x + 3y - 3)^2 = \min.$$

Derivira li se ova jednadžba po nepoznatim parametrima x i y i dobiveni izrazi izjednače s nulom, tj.:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 0,$$

dobit će se dvije identične jednadžbe:

$$14x + 14y = 15$$

$$14x + 14y = 15.$$

Dakle, kriterij minimiziranja zbroja kvadrata pogrešaka f (x, y) nije dao jednoznačno rješenje. Da bi se dobilo jednoznačno rješenje za x i y, treba primijeniti neki dodatni kriterij [4]. Na primjer, od svih rješenja koja minimiziraju f (x, y) izabrati ono koje minimizira i $g(x, y) = x^2 + y^2$. Riješivši to, dobit će se za nepoznanice:

$$x_0 = y_0 = \frac{15}{28}.$$

Isti rezultat dobio bi se iz matrične jednadžbe

$$x_0 = A^+ l,$$

gdje je:

$$A^+ = N(NN)^- A^T.$$

Računanje pseudoinverzije A^+ može se izvršiti na slijedeći način [13]. Najprije se izračuna produkt NN i dobije singularna matrica, čiji je defekt jednak defektu matrice koeficijenata jednadžbi pogrešaka [12]. Zatim se eliminira onoliko redova i kolona koliki je defekt dobivenog produkta i izračuna inverzija ostatka matrice na uobičajen način. Matrici dobivenoj invertiranjem dodaje se onoliko nul-redova i nul-stupaca koliki je defekt i pomnoži se slijeva matricom N. Tada je rješenje za nepoznanice x, koje zadovoljava uvjet $x^T x = \min$; $x = N(NN)^- n = A^+ l$. Postupak se može izvršiti i eliminiranjem nekih drugih redova i kolona, ali će se za nepoznate parametre x dobiti isti rezultati.

U navedenom primjeru je:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad N = A^T A = \begin{bmatrix} 14 & 14 \\ 14 & 14 \end{bmatrix}, \quad NN = \begin{bmatrix} 392 & 392 \\ 392 & 392 \end{bmatrix},$$

$$(NN)^- = \frac{1}{392}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A^+ = \frac{1}{28}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Za matricu A^+ vrijedi [3]:

$$A^+AA^+ = A^+, \quad AA^+A = A, \quad (AA^+)^T = AA^+, \quad (A^+A)^T = A^+A.$$

Rješenje za nepoznate parametre x i y je tada:

$$A^+ l = \frac{1}{28}\begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

Ovim jednostavnim primjerom ilustrirana je upotreba pseudoinverzije za rješavanje singularnih sistema jednadžbi.

2.1. *Primjena pseudoinverzije kod izjednačenja slobodne mreže*

U postupku izjednačenja rezultata mjerenja slobodne mreže sistem normalnih jednadžbi glasit će:

$$Nx = n,$$

gdje je matrica koeficijenata normalnih jednadžbi $N = A^T A$ singularna, tj. $\det N = 0$, a $n = A^T l$. Rješenja za nepoznate parametre x dobit će se primjenom pseudoinverzije [13],

$$x = A^+ l,$$

odnosno

$$x = N(NN)^- n,$$

jer je N simetrična matrica. Odgovarajuća korelacijska matrica Q_x bit će:

$$Q_x = N(NN)^- N(NN)^- N.$$

Za ovako izračunanu korelacijsku matricu Q_x je trag $(Q_x) = \min.$, što je i bio cilj izjednačenja rezultata mjerenja u ovom pristupu. Poznato je da je trag $(Q_x) = \Sigma\, Q_{ii}$, a da je:

$$\sum m_{xi}^2 = m_0^2 \sum Q_{ii},$$

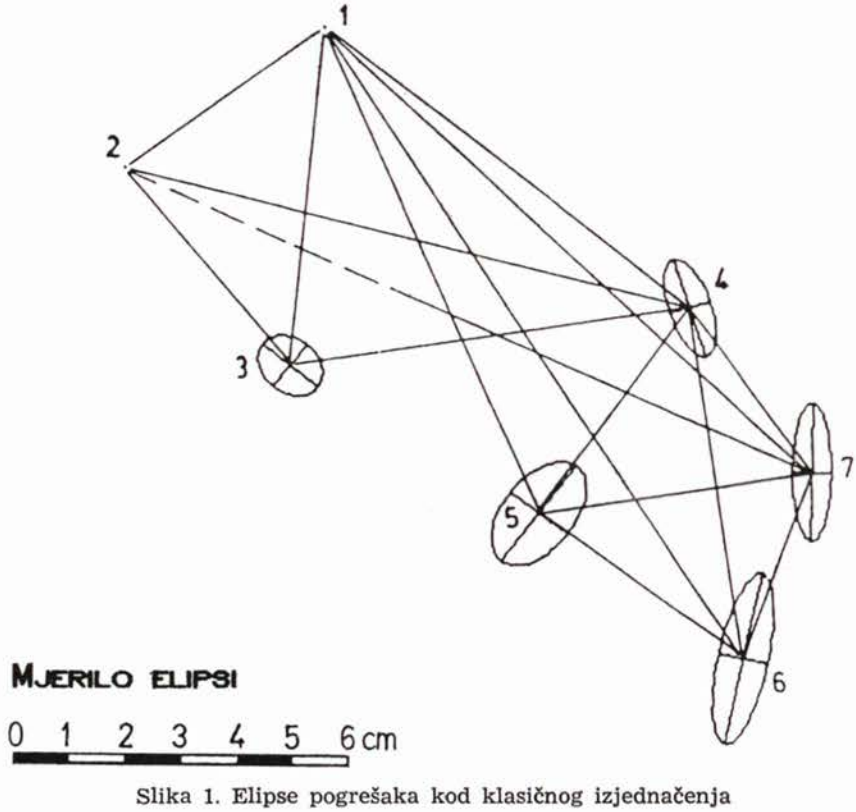
gdje su:

m_{xi} . . . . srednje pogreške nepoznatih parametara
m_0 . . . . srednja jedinična pogreška,

pa će se na taj način dobiti najmanji zbroj srednjih pogrešaka nepoznatih veličina. Osim toga, ovim načinom izjednačenja za sve točke slobodne mreže dobit će se popravci koordinata, zatim srednje pogreške koordinata, a s tim u vezi i elipse pogrešaka (te sve druge ocjene točnosti).

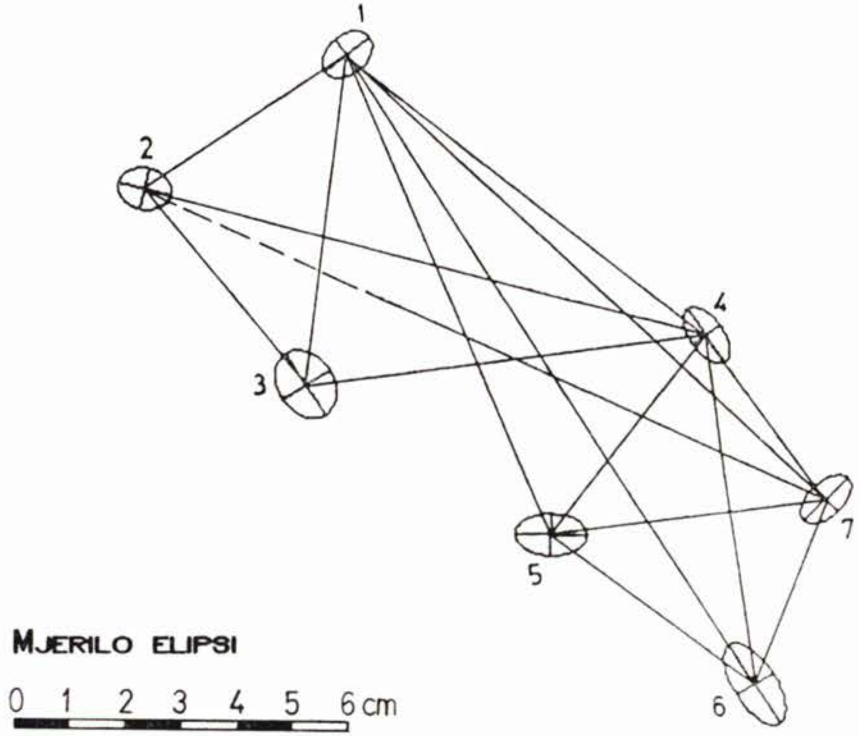
2.2. *Primjer izjednačenja slobodne mikrotriangulacijske mreže*

Da bi se mogla usporediti dva različita načina izjednačenja slobodnih mreža, izračunat će se jedna mikrotriangulacijska mreža na oba načina. U prvom primjeru izjednačenja slobodne mreže definirat će se lokalni koordinatni sis-



Slika 1. Elipse pogrešaka kod klasičnog izjednačenja

tem pomoću dvije točke ($\Delta 1$, $\Delta 2$), zatim izračunati popravci koordinata preostalih točaka, njihove srednje pogreške i elipse pogrešaka (vidi primjer 1. i sliku 1). U drugom primjeru ista mreža izjednačit će se primjenom pseudoinverzije. U tom slučaju za sve točke mreže dobit će se popravci koordinata, srednje pogreške koordinata i elipse pogrešaka (vidi primjer 2. i sliku 2).



Slika 2. Elipse pogrešaka kod izjednačenja primjenom pseudoinverzije

3. ZAKLJUČAK

Primjenom pseudoinverzije u izjednačenju slobodnih mreža eliminirat će se subjektivnost pri izboru lokalnog koordinatnog sistema. Naime, iz prvog primjera izjednačenja slobodne mreže vidi se da je izbor lokalnog koordinatnog sistema sasvim proizvoljan i da o tom izboru ovise veličine popravaka koordinata, srednje pogreške koordinata i elipse pogrešaka točaka. Dakle, kad bi netko drugi računao istu mrežu, mogao bi izabrati drugi koordinatni sistem i rezultati bi bili potpuno drugačiji. Da bi se izbjegla ova proizvoljnost, a i moguća kriva predodžba da su neke točke u mreži apsolutno točne, postupak izjednačenja slobodne mreže može se provesti primjenom pseudoinverzije. U tom slučaju dobit će se za sve točke mreže popravci koordinata a također i srednje pogreške koordinata i elipse pogrešaka.

U slučaju izjednačenja većih slobodnih mreža (više od 10 točaka), autor rada [5] upozorava na neke praktične probleme računanja pseudoinverzije po-

Primjer 2. Izjednačenje mikrotriangulacijske mreže upotrebom pseudo-inverzije

KONFIGURACIJSKA MATRICA A

	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5	X6	Y6	X7	Y7	1
1	1.272543	-0.269813	-0.445268	0.286715	-0.052783	0.378195	-1.091802	-0.906747	0.089227	0.226739	0.087972	0.146322	0.140111	-0.692941	2.183330
2	0.803048	-0.526380	-0.445268	0.286715	-0.052783	0.378195	0.218360	0.181349	0.089227	0.226739	0.087972	0.146322	-0.700556	0.138588	0.083330
3	0.490212	-0.479978	-0.445268	0.286715	-0.052783	0.378195	0.218360	0.181349	0.089227	0.226739	-0.439859	-0.731609	0.140111	0.138588	-0.116670
4	0.497742	0.002525	-0.445268	0.286715	-0.052783	0.378195	0.218360	0.181349	-0.446134	-1.133695	0.087972	0.146322	0.140111	0.138588	-3.416670
5	-0.354318	0.911261	-0.445268	0.286715	0.263916	-1.890975	0.218360	0.181349	0.089227	0.226739	0.087972	0.146322	0.140111	0.138588	0.283330
6	-2.709229	0.362383	2.226342	-1.433577	-0.052783	0.378195	0.218360	0.181349	0.089227	0.226739	0.087972	0.146322	0.140111	0.138588	0.983330
7	-1.781073	1.146861	0.733637	-2.061206	0.617239	0.791367	0.430197	0.122978	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.400000
8	0.890537	-0.573431	-0.647381	0.028021	0.617239	0.791367	-0.860395	-0.245957	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.200000
9	0.890537	-0.573431	-0.086256	2.033186	-1.234478	-1.582733	0.430197	0.122978	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.800000
10	0.105566	-0.756390	1.234478	1.582733	-1.983037	-0.754607	0.642992	-0.071736	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.366700
11	-0.211133	1.512780	-0.617239	-0.791367	0.185379	-0.649677	0.642992	-0.017736	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-1.366700
12	0.105566	-0.756390	-0.617239	-0.791367	1.797657	1.404285	-1.285985	0.143472	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.733300
13	-0.218360	-0.181349	-0.215099	-0.061489	-0.321496	0.035868	2.789254	2.042269	-0.308267	0.400360	0.039652	0.356746	-1.765683	2.592404	-3.716660
14	-0.218360	-0.181349	-0.215099	-0.061489	-0.321496	0.035868	0.908345	1.071860	-0.308267	0.400360	-0.198259	-1.783730	0.353137	-0.518481	-4.016660
15	-0.218360	-0.181349	-0.215099	-0.061489	-0.321496	0.035868	-1.179167	1.333545	1.541334	-2.001801	0.039652	0.356746	0.353137	-0.518481	2.283340
16	-0.218360	-0.181349	-0.215099	-0.061489	1.607481	-0.179340	-1.258543	-0.853408	-0.308267	0.400360	0.039652	0.356746	0.353137	-0.518481	4.383340
17	-0.218360	-0.181349	1.075493	0.307446	-0.321496	0.035868	-0.620158	-1.437551	-0.308267	0.400360	0.039652	0.356746	0.353137	-0.518481	2.483340
18	1.091802	0.906747	-0.215099	-0.061489	-0.321496	0.035868	-0.639728	-2.156712	-0.308267	0.400360	0.039652	0.356746	0.353137	-0.518481	-1.416660
19	0.401521	1.020326	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.462400	-0.600540	-2.174700	-0.818042	0.608065	0.481916	0.702714	-0.083658	-6.800000
20	-0.133840	-0.340108	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-1.387201	1.801621	0.210262	-1.859769	0.608065	0.481916	0.702714	-0.083658	2.700000
21	-0.133840	-0.340108	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.462400	-0.600540	1.171518	0.207759	0.608065	0.481916	-2.108143	0.250975	1.000000
22	-0.133840	-0.340108	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.462400	-0.600540	0.792920	2.470054	-1.824194	-1.445746	0.702714	-0.083658	3.100000
23	-0.131958	-0.219483	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.059478	-0.535120	1.824194	1.445746	-1.993129	0.195956	0.360370	-0.887101	3.000000
24	0.395873	0.658448	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.059478	-0.535120	-0.608065	-0.481916	-0.088701	1.245687	0.360370	-0.887101	-0.200000
25	-0.131958	-0.219483	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.178433	1.605356	-0.608065	-0.481916	0.201219	-0.016858	0.360370	-0.887101	2.300000
26	-0.131958	-0.219483	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.059478	-0.535120	-0.608065	-0.481916	1.880609	-1.424786	-1.081109	2.661303	-5.100000
27	-0.168133	-0.166306	-0.186284	-0.091279	0.000000	0.000000	-0.423764	-0.622177	-0.562171	0.066927	1.153183	-2.838723	0.187170	3.651558	0.780000
28	-0.168133	-0.166306	-0.186284	-0.091279	0.000000	0.000000	-0.423764	-0.622177	2.248686	-0.267706	-0.288296	0.709681	-1.182208	0.437787	1.280000
29	-0.168133	-0.166306	0.745136	0.365115	0.000000	0.000000	-0.423764	-0.622177	-0.562171	0.066927	-0.288296	0.709681	0.697229	-0.353240	-0.320000
30	-0.168133	-0.166306	-0.186284	-0.091279	0.000000	0.000000	-0.423764	-0.622177	-0.562171	0.066927	-0.288296	0.709681	0.787982	-0.728375	-0.420000
31	0.672534	0.665223	-0.186284	-0.091279	0.000000	0.000000	1.695056	2.488708	-0.562171	0.066927	-0.288296	0.709681	-0.490171	-3.007731	-1.320000

Qx

0.047544	0.018571	-8.004271	-0.030687	-0.046036	0.016099	-0.021307	0.008735	0.007207	0.027670	0.046175	-0.034276	-0.022651	-0.029679
0.018571	0.057171	-0.015569	-0.040058	-0.038089	-0.013931	-0.007359	-0.002806	0.018288	0.005224	0.027893	-0.026936	-0.003067	-0.015465
-0.004271	-0.015569	0.043143	-0.005726	-0.022248	0.005656	-0.018872	0.007748	-0.008398	0.027728	0.034530	-0.003423	-0.016866	-0.022503
-0.030687	-0.040058	-0.005726	0.063052	0.054299	-0.010641	0.034433	-0.017528	-0.019078	-0.039130	-0.065088	0.051120	0.024566	0.036115
-0.046036	-0.038089	-0.022248	0.054299	0.110782	-0.024794	0.028885	-0.010222	-0.028736	-0.023563	-0.064022	0.063033	0.016573	0.038271
0.016099	-0.013931	0.005656	-0.010641	-0.024794	0.085874	0.030433	-0.020092	-0.003305	-0.036944	-0.037276	0.004856	0.009050	0.010217
-0.021307	-0.007359	-0.018872	0.034433	0.028885	0.030433	0.074877	-0.033287	-0.012462	-0.063116	-0.091234	0.046660	0.029279	0.045210
0.008735	-0.002806	0.007748	-0.017528	-0.010222	-0.020092	-0.033287	0.046316	0.002408	0.039385	0.049398	-0.031541	-0.016649	-0.028212
0.007207	0.018288	-0.008398	-0.019078	-0.028736	-0.003305	-0.012462	0.002408	0.042487	-0.002536	0.005949	-0.016281	-0.007383	-0.004121
0.027670	0.005224	0.027728	-0.039130	-0.023563	-0.036944	-0.063116	0.039385	-0.002536	0.113336	0.104976	-0.052607	-0.052565	-0.059962
0.046175	0.027893	0.034530	-0.065088	-0.064022	-0.037276	-0.091234	0.049398	0.005949	0.104976	0.158729	-0.069496	-0.068782	-0.072191
-0.034276	-0.026936	-0.003423	0.051120	0.063033	0.004856	0.046660	-0.031541	-0.016281	-0.052607	-0.069496	0.080744	0.009500	0.031083
-0.022651	-0.003067	-0.016866	0.024566	0.016573	0.009050	0.029279	-0.016649	-0.007383	-0.052565	-0.068782	0.009500	0.056473	0.030601
-0.029679	-0.015465	-0.022503	0.036115	0.038271	0.010217	0.045210	-0.028212	-0.004121	-0.059962	-0.072191	0.031083	0.030601	0.059731

x	Mo	Mx	My	A	B	THETA
0.307493	1.873488	0.408508	0.447959	0.5011	0.3412	52.265488
0.828028		0.389141	0.470437	0.4761	0.3822	-75.045872
-0.567074		0.623569	0.549010	0.6652	0.4977	-31.664835
0.169373		0.512653	0.403195	0.5829	0.2925	-33.390060
-0.468708		0.386171	0.630716	0.6310	0.3858	-87.952623
0.847688		0.746414	0.532362	0.8366	0.3749	-30.352143
2.071003		0.445216	0.457880	0.5581	0.3104	46.523591
-0.753530						
-1.069350						
-1.589240						
-0.864851						
0.407668						
0.370367						
1.170190						

stupkom opisanim u ovom radu. Ti se problemi mogu izbjeći primjenom nekog drugog načina računanja pseudoinverzije [13]. Zatim se u radu [16] navodi kao glavna zamjerka da se novom metodom dobivaju rezultati iz kojih se može zaključiti da se točnost povećava povećanjem broja točaka u mreži. Međutim, iz računskih primjera koji se nalaze u radu [3] ne proizlaze takvi zaključci. Kao nedostatak nove metode izjednačenja u radovima [11] i [16] navodi se da je mnogo kompliciranija od klasičnog izjednačenja. Mišljenje autora ovog rada je da uz primjenu današnje tehnike računanja i adekvatnu programsku podršku nema bitne razlike u težini numeričke obrade ovih dviju metoda izjednačenja.

Problem izjednačenja slobodnih mreža u teoriji optimiranja geodetskih mreža pojavljuje se kao optimiranje nultog reda i opisuje u više radova [2], [10], [17]. I u tim radovima se ne odbacuje nijedna metoda, a koja će se kada primijeniti, ovisi o budućoj namjeni pojedine slobodne mreže.

LITERATURA

[1] Baarda, W. (1968): Statistics: A Compass for the Land Surveyor, Computing Centre of the Delft Geodetic Institute, Delft 1968.
[2] Bilajbegović, A. (1983): Optimiranje geodetskih mreža, Zbornik radova, Geodetski fakultet, br. 35, Zagreb 1983.
[3] Bjerhammar, A. (1973): Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam 1973.
[4] Graybill, F. A. (1969): Introduction to Matrices with Applications in Statistics, Wadsworth Publishing Company, Inc., Belmont, California 1969.
[5] Kovačić, D. (1979): Prilog istraživanju praktične primjene unutarnje teorije grešaka kod izravnanja slobodnih geodetskih mreža, Savjetovanje o naučnoistraživačkom radu i obrazovanju kadrova u geodetskoj struci, Jajce 1979.
[6] Mihailović, K. (1973): Apsolutne i relativne greške traženih veličina u lokalnim mrežama, Zbornik geodetskog instituta, br. 14, Beograd 1973.
[7] Mihailović, K. (1977): Generaliziranje problema izravnanja u triangulaciji, Geodetski list, 1977, 4—6, 77—83.
[8] Mihailović, K. (1977): Prilog diskusiji o izravnanju geodetskih mreža, Geodetski list, 1977, 11—12, 295—297.
[9] Mittermayer, E. (1972): A generalisation of the leastsquares method for the adjustment of free networks, Bulletin Geodesique, 104, 139—157.
[10] Ninkov, T. (1989): Optimizacija projektovanja geodetskih mreža, Naučna knjiga, Beograd 1989.
[11] Pašalić, S. (1983): Jedna metoda izravnanja slobodne triangulacione mreže, Geodetski list, 1983, 4—6, 69—76.
[12] Perelmuter, A. (1974): Adjustment of free Networks, Bulletin Geodesique, br. 4.
[13] Perović, G. (1986): Singularna izravnanja, Naučna knjiga, Beograd 1986.
[14] Stevanović, J. (1976): Generalisanje problema izravnanja u triangulaciji, Geodetski list, 1976, 1—3, 3—15.
[15] Stevanović, J. (1977): Prilog diskusiji o oceni točnosti za slučajeva kada se u izravnanje uključuju približne odnosno merene vrednosti, Geodetski list, 1977, 4—6, 84—86.
[16] Stevanović, J. (1987): Dileme u vezi sa izravnanjem i ocenom točnosti slobodnih geodetskih mreža, Geodetski list, 1987, 1—3, 35—59.
[17] Tennissen, P. (1984): Optimization and Design of Geodetic Networks, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York—Tokio 1984.
[18] Tomković, D. K. (1975): Posredno izravnanje slobodne geodetske mreže, Geodetski list, 1975, 117—122.

ADJUSTMENT OF A FREE MICROTRIANGULATION USING THE PSEUDO--INVERSE AND THE COMPARISON WITH THE CLASSIC METHOD

In this article, a method for solving a singular sitem of equations using the pseudo-inverse is described. Beside that, the adjustment of a free network by the pseudo-inverse is explicived and compared with the classic method.

Primljeno: 1990-01-31