

VIŠESTRUKO POVEĆAVANJE ILI SMANJIVANJE POMOĆU STROJA ZA KOPIRANJE

Milan ZUPAN, Miljenko LAPAINE — Zagreb*

SAŽETAK: U ovom se radu predlaže jednostavan postupak za određivanje parametara potrebnih pri višestrukome povećavanju ili smanjivanju pomoću stroja za kopiranje.

1. UVOD

U svim tehničkim strukama stalno je prisutna potreba za smanjivanjem ili povećavanjem različitih skica, crteža, karata, planova i drugih predložaka. Pomagala koja omogućuju rješavanje takvih zadataka doživjela su velik razvitak od primitivnih pantografa pa sve do modernih kompjutoriziranih elektroničkih instrumenata.

Ovo razmatranje odnosit će se prvenstveno na kopirne strojeve različitih proizvođača s mogućnošću povećavanja i smanjivanja.

2. ODREĐIVANJE PARAMETARA PRI VIŠESTRUKOM POVEĆAVANJU ILI SMANJIVANJU

Ako se vrši kopiranje predloška iz mjerila $1:M_A$ u mjerilo $1:M_B$, gdje je $1:M_A$ poznato mjerilo, a $1:M_B$ željeno mjerilo, onda nam odnos tih mjerila predoduje koeficijent kopiranja

$$K = M_A/M_B. \quad (1)$$

S druge strane postoji koeficijent K_{gr} koji ovisi o vrsti stroja, a predstavlja granični (maksimalni) mogući koeficijent povećavanja, odnosno smanjivanja. Tako je npr. za kopirni stroj CANON NP-305 granični koeficijent za povećavanje 1.21, a za smanjivanje 0.66.

Dogovorimo se da ćemo povećavanje ili smanjivanje u daljnjem tekstu zvati kopiranje. U praksi se često pojavljuje potreba kopiranja iz jednog mjerila u drugo, gdje koeficijent kopiranja K premašuje graničnu vrijednost K_{gr} .

* Milan Zupan, dipl. inž., Miljenko Lapaine, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26

Postavlja se pitanje koliko se puta može izvršiti kopiranje s graničnim koeficijentom K_{gr} i kolika će biti posljednja (preostala) vrijednost koeficijenta K_0 koja je između 1 i K_{gr} .

Krenimo od crteža u mjerilu $1:M_A$ pa ga kopirajmo u mjerilo $1:M_1$. Pri tome je koeficijent ovog preslikavanja

$$K_1 = M_A/M_1. \quad (2)$$

U slijedećem koraku dobiveni crtež u mjerilu $1:M_1$ kopirajmo u mjerilo $1:M_2$ uz koeficijent kopiranja

$$K_2 = M_1/M_2. \quad (3)$$

Postupak ponovimo ukupno n puta. U posljednjem koraku smo dakle crtež iz mjerila $1:M_{n-1}$ kopirali u mjerilo $1:M_n$ uz koeficijent

$$K_n = M_{n-1}/M_n. \quad (4)$$

Na taj smo način, vršeći kopiranje n puta, stigli iz mjerila $1:M_A$ u mjerilo $1:M_n$ s koeficijentom

$$K_1 K_2 \dots K_n = M_A/M_n. \quad (5)$$

Pretpostavimo da smo svaki put primijenili granični koeficijent kopiranja, tj. da je

$$K_1 = K_2 = \dots = K_n = K_{gr}, \quad (6)$$

te da smo postigli traženo mjerilo, tj. da je

$$M_n = M_B. \quad (7)$$

Tada iz relacija (5) — (7), lako vidimo da mora biti

$$K_{gr} = K, \quad (8)$$

odakle za poznate K i K_{gr} nalazimo

$$n = \log K / \log K_{gr}. \quad (9)$$

Broj n određen prema (9) će uvijek biti pozitivan, ali općenito neće biti cijeli broj. Zbog toga ga napišimo u obliku

$$n = c + m, \quad (10)$$

gdje je c najveći cijeli broj sadržan u n , i $0 \leq m < 1$. Pomoću izraza (10) možemo (8) napisati u obliku

$$K_{gr}^c K_0 = K, \quad K_0 = K_{gr}^m, \quad 0 \leq m < 1. \quad (11)$$

Dakle, potrebno je izvršiti c kopiranja s graničnim koeficijentom K_{gr} i jedno kopiranje s koeficijentom K_0 koji je između 1 i K_{gr} .

Međutim, kopirni strojevi uglavnom ne omogućuju kopiranje sa proizvoljnim koeficijentom K_0 koji je između 1 i K_{gr} . Tako npr. kopirni stroj CANON NP-305 omogućuje povećavanje s korakom 0.01 do 1.21, te smanjivanje s istim korakom do 0.66. Zbog toga opisani postupak neće biti općenito moguće provesti bez pogrešaka, nego ćemo umjesto kopiranja s koeficijentom K_0 biti prisiljeni kopirati s koeficijentom K_1 kojeg imamo na raspolaganju, a nastao je npr. zaokruživanjem koeficijenta K_0 na dvije decimale. Označimo

$$K_0 = K_1 + K_v, \quad (12)$$

gdje je K_v ostatak od koeficijenta K_0 nakon zaokruživanja na K_1 . Sad možemo izračunati mjerilo koje smo stvarno dobili, kao i pogrešku u odnosu na traženo mjerilo, odnosno ukupnu pogrešku pri kopiranju proizvoljne dužine. Stvaran konačni koeficijent kopiranja K_{kon} bit će

$$K_{kon} = K_{gr}^c K_1, \quad (13)$$

a nazivnik konačnog mjerila

$$M_{kon} = M_A / K_{kon}. \quad (14)$$

Ako je duljina neke dužine u mjerilu $1:M_A$ jednaka d_A , u mjerilu $1:M_B$ je $d_B = K d_A$, a u mjerilu $1:M_{kon}$ je $d_{kon} = K_{kon} d_A$. Zbog nemogućnosti kontinuiranog povećavanja, odnosno smanjivanja, imamo razliku

$$\Delta d = (K_{kon} - K) d_A = K_{gr}^c (K_1 - K_0) d_A = -K_{gr}^c K_v d_A. \quad (15)$$

Izraz (15) nam omogućava da izračunamo pogrešku bilo koje dužine pri konkretnom smanjivanju, odnosno povećavanju, kao i da odredimo maksimalnu pogrešku koja bi se mogla pojaviti za takav koeficijent K koji bi dao maksimalnu pogrešku K_v . Npr. za kopirni stroj CANON NP-305 sa gore spomenutim karakteristikama očito je maksimalna pogreška $K_v = 0.005$.

Primjer 1.

Ako treba crtež iz mjerila $1:M_A = 1:5000$ povećati u mjerilo $1:M_B = 1:1000$, tada je željeni koeficijent kopiranja $K = 5$. Prema izvedenim relacijama dobijemo:

$$\begin{aligned} n &= 8.4432 \\ c &= 8, & m &= 0.4432 \\ K_0 &= 1.0881 & K_1 &= 1.09, \end{aligned}$$

što znači da je potrebno napraviti 9 povećavanja, od toga 8 sa graničnim koeficijentom 1.21 i jedno povećavanje s koeficijentom 1.09. Nadalje, na taj način

ostvaruje se ukupno povećavanje s koeficijentom $K_{kon} = 5.0085$, a pogreška zbog nužnog zaokruživanja preostalog koeficijenta K_0 je $K_v = -0.0019$. Konkretan primjer takvog pristupa ilustriraju slike 1a i 1b.

Tablica 1

d_A	$d_B = K d_A$	$d_{kon} = K_{kon} d_A$	$\Delta d = d_{kon} - d_B$
10.0000	50.0000	50.0852	0.0852
20.0000	100.0000	100.1704	0.1704
30.0000	150.0000	150.2556	0.2556
40.0000	200.0000	200.3408	0.3408

U tablici 1 u prvom stupcu je nekoliko duljina d_A čija je željena duljina nakon povećavanja d_B (u drugom stupcu). Treći stupac prikazuje ostvarene duljine d_{kon} , a u četvrtom stupcu su pripadne razlike. Sve numeričke vrijednosti su u istim jedinicama, npr. u milimetrima.



Slika 1a. Predložak prije višestrukog povećavanja

Primjer 2.

Ako treba crtež iz mjerila $1:M_A = 1:1000$ smanjiti u mjerilo $1:M_B = 1:5000$, tada je željeni koeficijent kopiranja $K = 0.2$. Prema izvedenim relacijama dobijemo:

$$n = 3.8734$$

$$c = 3, \quad m = 0.8734$$

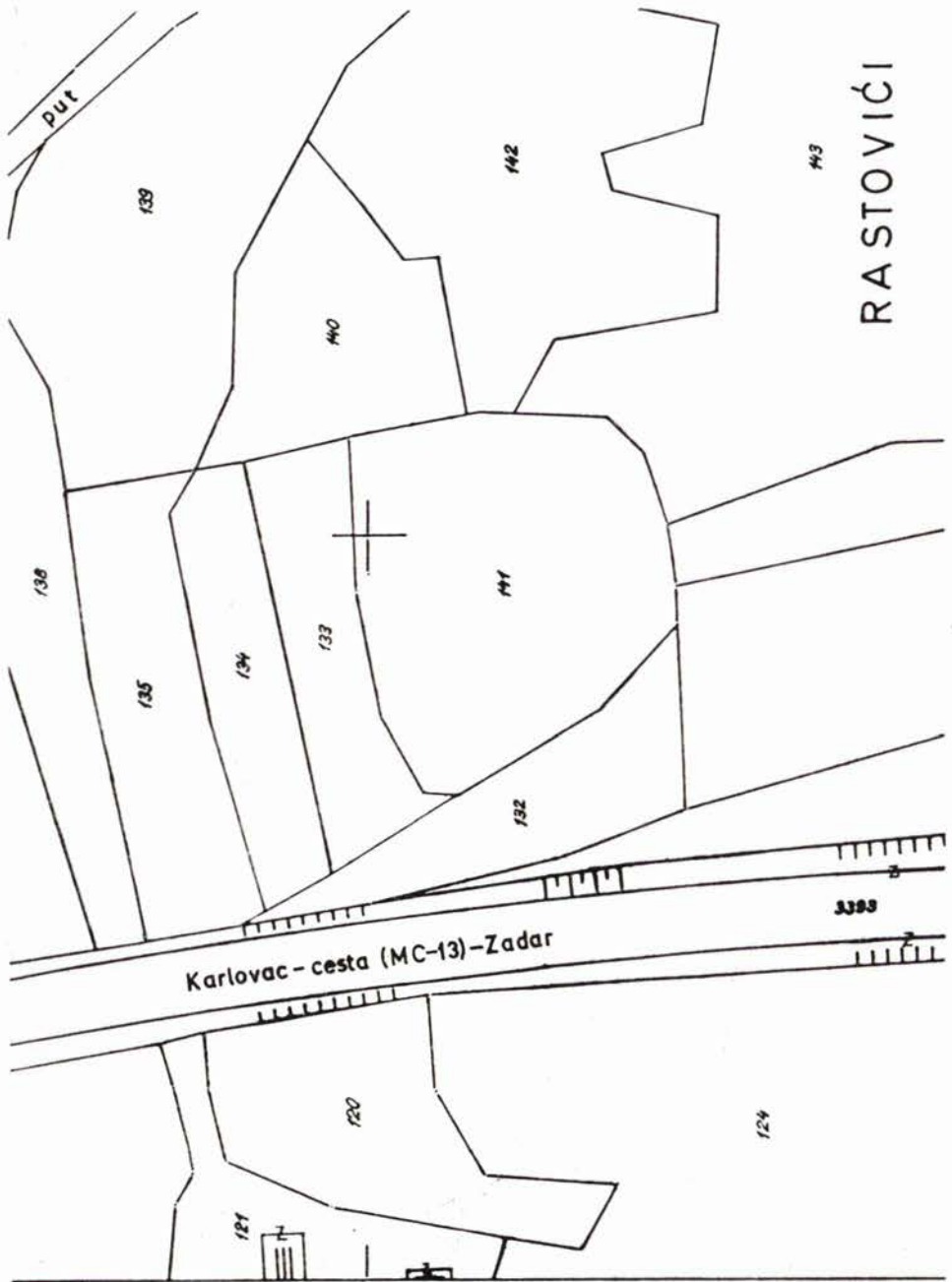
$$K_0 = 0.6957 \quad K_i = 0.70$$

što znači da je potrebno napraviti 4 smanjivanja, od toga 3 sa graničnim koeficijentom 0.66 i jedno smanjivanje s koeficijentom 0.70. Nadalje, na taj način ostvaruje se ukupno smanjivanje s koeficijentom $K_{kon} = 0.2012$, a pogreška zbog nužnog zaokruživanja preostalog koeficijenta K_0 je $K_v = -0.0043$. Za ilustraciju vidi slike 2a i 2b.

U tablici 2 su sve numeričke vrijednosti u istim jedinicama, npr. u centimetrima, a značenje pojedinih veličina je analogno odgovarajućima u tablici 1.



Slika 1b. Peterostruko povećanje predloška sa slike 1a



Slika 2a. Predložak prije višestrukog smanjivanja



Slika 2b. Peterostruko smanjenje predložka sa slike 2a

Tablica 2.

d_A	$d_B = K d_A$	$d_{kon} = K_{kon} d_A$	$\Delta d = d_{kon} - d_B$
10.0000	2.0000	2.0125	0.0125
20.0000	4.0000	4.0249	0.0249
30.0000	6.0000	6.0374	0.0347
40.0000	8.0000	8.0499	0.0499
50.0000	10.0000	10.0624	0.0642

Svi parametri potrebni za višestruko povećavanje ili smanjivanje pomoću aparata za kopiranje mogu se po potrebi vrlo lako izračunati pomoću džepnog kalkulatora. Kako se neka povećavanja i smanjivanja kod nas češće susreću u praksi, to za njih dajemo izračunate (za stroj CANON NP-305) parametre u tablicama 3 i 4. Učinjena pogreška pri povećavanju, odnosno smanjivanju neke dužine duljine d dobije se množenjem duljine d s faktorom za ocjenu točnosti koji treba pročitati u posljednjem stupcu tablice 3, odnosno 4.

3. MOGUĆA POBOLJŠANJA PRI ODREĐIVANJU PARAMETARA ZA VIŠESTRUKO POVEĆAVANJE ILI SMANJIVANJE

U prethodnom poglavlju pokazano je kako se na vrlo jednostavan način mogu odrediti parametri potrebni da bi se na nekom aparatu za kopiranje izvršilo povećavanje ili smanjivanje koje je nemoguće izvesti u jednom koraku, već ga treba provesti u nekoliko ponavljanja. Osnovna karakteristika opisanog pristupa je jednostavnost koja se očituje u osnovnim izrazima (9) — (11). Zbog nemogućnosti kontinuiranog povećavanja ili smanjivanja pojavljuje se pogreška koja će možda u nekim specijalnim slučajevima biti prevelika, pa se postavlja pitanje, može li se ona smanjiti.

Pri izvodu formule (9) učinjena je pretpostavka da se svaki put primjeni isti (granični) koeficijent kopiranja, tj. da je

$$K_1 = K_2 = \dots = K_n = K_{gr}, \quad (6)$$

što nije neophodno. Zbog toga ćemo sada razmotriti najopćenitiji slučaj pri kojem se svaki koeficijent K_i (K_i između 1 i K_{gr}) može upotrijebiti n_i puta.

Tablica 3. Parametri za povećavanje

Nazivnik polaznog mjerila	Nazivnik željenog mjerila	Broj povećavanja za 121%	Postotak jednog povećavanja	Faktor za ocjenu točnosti
25000	10000	4	117	0.0080
25000	5000	8	109	0.0085
10000	5000	3	113	0.0019
10000	2904.17	6	110	0.0089
10000	2880	6	111	0.0114
10000	2500	7	105	-0.0126
10000	2000	8	109	0.0085
10000	1000	12	102	0.0467
5000	2904.17	2	118	0.0060
5000	2880	2	119	0.0062
5000	2500	3	113	0.0019
5000	2000	4	117	0.0080
5000	1000	8	109	0.0085
2904.17	2880	0	101	0.0016
2904.17	2500	0	116	-0.0017
2904.17	2000	1	120	-0.0001
2904.17	1000	5	112	0.0008
2904.17	500	9	104	-0.0260
2880	2500	0	115	-0.0020
2880	2000	1	119	-0.0001
2880	1000	5	111	-0.0009
2880	500	9	104	0.0223
2500	2000	1	103	-0.0037
2500	1000	4	117	0.0080
2500	500	8	109	0.0085
2000	1000	3	113	0.0019
2000	500	7	105	-0.0126
1000	500	3	113	0.0019

Analognim razmatranjem kao u poglavlju 2, dolazimo do zaključka da treba biti ispunjena relacija

$$\prod_{i=1}^n (K_i)^{n_i} = K. \quad (16)$$

Budući da je u relaciji (16) K proizvoljan pozitivni realni broj, da su K_i elementi nekog zadanog konačnog skupa racionalnih brojeva i da su n_i traženi pozitivni (ne pretjerano veliki) cijeli brojevi, to možemo zaključiti da relaciji (16) općenito neće biti moguće ispuniti.

S jedne strane, kopiranje se ne može izvršiti beskonačno mnogo puta, a s druge strane, na temelju iskustva znamo da se kvaliteta kopije pri višestrukome kopiranju smanjuje. Kvantitativni pokazatelji ovisnosti kvalitete kopija o broju kopiranja nisu nam poznati, te bi to mogao biti predmet jednog istraživanja. No u svakom slučaju možemo uzeti da broj svih potrebnih kopiranja nije veći od nekog unaprijed danog prirodnog broja M .

Na osnovi prethodnih razmatranja može se formulirati postavljeni problem određivanja parametara pri višestrukome kopiranju na slijedeći način. Za zadani $M \in \mathbb{N}$, $K \in \mathbb{R}^*$ i $\{K_1, K_2, \dots, K_n\} \subset \mathbb{Q}^+$ uočimo skup

Tablica 4. Parametri za smanjivanje

Nazivnik polaznog mjerila	Nazivnik željenog mjerila	Broj smanjivanja za 66%	Postotak jednog smanjivanja	Faktor za ocjenu točnosti
500	1000	1	76	0.0016
500	2000	3	87	0.0001
500	2500	3	70	0.0012
500	2880	4	91	-0.0009
500	2904.17	4	91	0.0005
500	5000	5	80	0.0002
1000	2000	1	76	0.0016
1000	2500	2	92	0.0008
1000	2880	2	80	0.0013
1000	2904.17	2	79	-0.0002
1000	5000	3	70	0.0012
1000	10000	5	80	0.0002
2000	2500	0	80	0.0000
2000	2880	0	69	-0.0044
2000	2904.17	0	69	-0.0008
2000	5000	2	92	0.0008
2000	10000	3	70	0.0012
2500	2880	0	87	0.0019
2500	2904.17	0	86	-0.0008
2500	5000	1	76	0.0016
2500	10000	3	87	0.0001
2880	5000	1	87	-0.0018
2880	10000	2	66	-0.0005
2904.17	5000	1	88	-0.0000
2904.17	10000	2	67	0.0014
5000	10000	1	76	0.0016
5000	25000	3	70	0.0012
10000	25000	2	92	0.0008

$$\mathcal{E} = \{ | \prod_{i=1}^n (K_i)^{n_i} - K | : n_i \in \mathbf{Z}_0^+, \sum_{i=1}^n n_i \leq M \}. \quad (17)$$

Ona n -torka (n_1, n_2, \dots, n_n) za koju se postiže minimum u skupu \mathcal{E} predstavlja optimalno rješenje, tj. ona određuje kopiranja koja će rezultirati kopijom čiji je konačni koeficijent najbliži željenom koeficijentu K .

Mogući su i drugačiji pristupi. Tako bismo npr. mogli unaprijed zadati potrebnu točnost ε , pa zatim u skupu

$$\mathcal{N} = \{ (n_1, n_2, \dots, n_n) : | \prod_{i=1}^n (K_i)^{n_i} - K | \leq \varepsilon : n_i \in \mathbf{Z}_0^+, \sum_{i=1}^n n_i \leq M \}, \quad (18)$$

potražiti onu n -torku (n_1, n_2, \dots, n_n) koja osigurava željenu točnost uz minimalan broj kopiranja, tj. za koju je

$$\sum_{i=1}^n n_i = \text{minimum}. \quad (19)$$

U svakom slučaju, radi se o problemima cjelobrojnog programiranja, čija praktična primjena prelazi okvire ovog rada.

THE SUCCESSIVE ENLARGEMENTS OR REDUCTIONS USING A COPYING DEVICE

The paper proposes a simple procedure for the determination of the parameters needed in the successive enlargements or reductions using a copying device.

Primljeno: 1990-05-09