UDK 528.38:519.242.5
Pregledni članak

UPOREĐIVANJE REZULTATA OPTIMIZACIJE GEODETSKIH MREŽA PO RAZNIM KRITERIJUMIMA

Toša NINKOV, Ivan ALEKSIĆ — Beograd*

SAŽETAK: U radu se daje prikaz uporedne analize rezultata različitih metoda optimizacije primenjenih na istim modelima. Razmatraju se neke metode koje su detaljnije obrađivane u literaturi naše zemlje (model sa ciljnom funkcijom $\lambda max\ (Q_x) \rightarrow min/max$*, minimalna norma matrice* $K_{\bar{l}}$ *i interativni postupak* $K_{\bar{l}} \rightarrow min$*). Te metode daju rezultate koji najbolje odgovaraju svojim postavljenim kriterijumima. Opšti zaključak je da se međusobno mogu upoređivati samo rezultati dobijeni metodama koje imaju iste kriterijume. Dobijeni optimalni planovi predstavljaju dragocenu pomoć iskusnom geodeti za pronalaženje praktičnog optimalnog rešenja.*

1. UVODNA RAZMATRANJA

U svetskoj a i našoj stručnoj literaturi dosta se pisalo o problemima optimizacije geodetskih mreža. Najintenzivniji rad iz ove oblasti geodezije odvijao se u periodu 1978—1988. godine delovanjem SSG.4.71 (SPECIAL STUDY GROUP) pri IAG. Mnogi problemi optimizacije u potpunosti su rešeni, ali pojedina pitanja još su uvek ostala otvorena. Nažalost, zbog relativno (a i apsolutno) nedovoljne valorizovanosti geodetskih radova, kako u svetu, tako i kod nas, metode optimizacije nisu naišle na širu praktičnu primenu. Najveća korist od istraživanja ove oblasti geodezije leži u tome što su se formirali jednoznačni kriterijumi kvaliteta kojima se mogu upoređivati varijante projektovanih i realizovanih mreža. Kriterijumi kvaliteta uglavnom su podeljeni na globalne (odnose se na mreže u celini) i lokalne (odnose se na tačke ili manje delove mreža) i omogućuju kvalitativna i kvantitativna upoređivanja jedne varijante mreže ili njenog dela u odnosu na drugu varijantu ili njen deo.

Nezavisno od napred navedenog autori smatraju da je potrebno nastaviti istraživanje ove oblasti (naročito problema kriterijumskih matrica) jer se time bolje sagledavaju karakteristike geodetskih mreža, što dovodi do boljeg i pouzdanijeg rešenja.

U ovom se radu daje prikaz nekih rezultata optimizacije po tri metode na dva modela jednodimenzionalnih (1—D) mreža. Razmatraju se rezultati pri-

*Doc. dr Toša Ninkov, Energoprojekt, N. Beograd, Bul. Lenjina 12, mr Ivan Aleksić, Građevinski fakultet, Bul. revolucije 73.

mene metode sa ciljnom funkcijom λ_{max} $(Q_x) \rightarrow$ min/max (λ_{max} — maksimalna sopstvena vrednost korelacione matrice), metoda minimalne norme matrice $K_{\bar{l}}$ i iterativnog postupka sa $K_{\bar{l}} \rightarrow$ min.

Detaljne teorijske postavke metode minimalne sopstvene vrednosti matrice Q_x date su u radovima [6], [7] i [8], a za druge dve u [1], [3] i [8]. U ovom radu biće prikazane samo osnovne idejne teorijske postavke i rezultati optimizacije dobijeni za dva projekta 1—D geodetskih mreža. Na kraju će se dati uporedna analiza dobijenih rezultata. Cilj je tih upoređivanja da se proveri da li je moguće uporediti metode i predložiti najbolju.

Na osnovu analize će se doći do zaključka da se navedene metode ne mogu upoređivati jer svaka od njih najbolje ispunjava svoj kriterijum po kojem je optimizacija i izvršena.

2. METODA MINIMALNE SOPSTVENE VREDNOSTI Q_x

Osnovna ideja metode leži u primeni kriterijuma tačnosti geodetske mreže oblika

$$\lambda_{max} \rightarrow \min$$

kao cilj funkcije matematičke optimizacije. To je moguće jer će varijanta sa minimalnom sopstvenom vrednosti matrice Q_x biti optimalna. Ovaj kriterijum kvaliteta iskorišćen je kao ciljna funkcija matematičke optimizacije pomoću koje se mogu dobiti optimalne težine P_i. To je moguće jer je u izrazu $Q_x = (A^TPA)^{-1}$, budući da je A jednoznačno definisano usvojenom geometrijom mreže, jedino promenljiva veličina dijagonalna matrica P, koja se može prikazati sa

$$P_0 = \text{diag}\left[\frac{1}{\sigma_1^2}, \frac{1}{\sigma_2^2}, \ldots, \frac{1}{\sigma_n^2}\right]. \tag{2.1}$$

U tom slučaju maksimalno sopstvena vrednost λ_{max} može se prikazati kao funkcija tačnosti merenja planiranih elemenata mreže, pa se može formirati nelinearna ciljna funkcija matematičke optimizacije sa linearnim uslovima ograničenja

$$\lambda_{max}(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n) \rightarrow \min \text{ ili (Const) — ciljna funkcija} \tag{2.2}$$

$$\sigma_{min} < \sigma_i < \sigma_{max} \text{ — uslovi ograničenja}$$

σ_{min}, σ_{max} moguća minimalna i maksimalna vrednost standarda planiranih opažanja.

Problem minimizacije ovako postavljene ciljne funkcije svodi se na izbor takvih vrednosti σ_i koje će dati λ_{max} (Q_x) = min. To rešenje će se dobiti za $\sigma_i = \sigma_{min}$, ali to nije optimalno rešenje jer ne moraju sve σ_i imati tu vrednost pa da λ_{max} (Q_x) = min.

Osnovna ideja primenjene metode matematičke optimizacije po formiranom kriterijumu leži u određivanju uticaja promene tačnosti merenja pojedinih elemenata σ_i za isti priraštaj $\Delta\sigma$ na formiranu ciljnu funkciju. Na taj se način određuje uticaj tačnosti svakog merenog elementa na ciljnu funkciju, a oni su različiti i uglavnom zavise od položaja elemenata u geometriji mreže. Polazeći od proizvoljnog (najjeftinijeg) početnog rešenja za $\sigma_i = \sigma_{max}$ i njegovog pojedinačnog menjanja za $\Delta\sigma$, računa se $(\Delta\lambda_{max})_i$.

Sada se računaju koeficijenti obrnute proporcionalnosti uticaja tačnosti merenog elementa na ciljnu funkciju po formuli

$$K_i = \sqrt{\frac{(\Delta\lambda_{max})\min}{\Delta\lambda^i \max}} \tag{2.3}$$

gde je $\Delta\lambda^i_{max} = \lambda^i_{max} - \lambda^o_{max}$

— λ^i_{max} — maksimalna sopstvena vrednost razmatranog rešenja

— λ^o_{max} — maksimalna sopstvena vrednost početnog rešenja.

Polazeći od početnog rešenja i menjajući standarde planiranih opažanja proporcionalno sa dobijenim K_i, dobiće se u svakoj iteraciji sve bolje i bolje rešenje. Iterativni proces se završava kad ciljna funkcija postigne unapred definisani i željeni optimum.

3. METODE MINIMALNE NORME KOVARIJACIONE MATRICE $K_{\bar{l}}$

Osnovna ideja u pristupu rešenju problema optimizacije po ovoj metodi je da se na osnovu poznatih informacija (A, $\sigma_{\bar{x}_i}$, K_l) odredi kovarijaciona matrica planiranih merenja

$$K_{\bar{l}} = F \begin{cases} 1.\ \text{Matrica projektovane geometrije mreže} & = A \\ 2.\ \text{Neophodna i dovoljna tačnost} & = \sigma_{\bar{x}_i} \\ 3.\ \text{Analiza metoda merenja} & = K_l \end{cases}$$

Kovarijaciona matrica planiranih merenja u mreži $K_{\bar{l}}$ određuje se pod uslovom

$$\|K_{\bar{l}}\| \Rightarrow \min,$$

gdje je $\|K_{\bar{l}}\|$ bilo koja kanonska norma kovarijacione matrice $K_{\bar{l}}$. Iz ovog uslova minimuma proističe ekvivalentnost

$$\|K_{\bar{l}}\| \Rightarrow \min \Leftrightarrow \bar{\sigma}_0^2 \Rightarrow \min,$$

gdje je multiplikaciona konstanta $\bar{\sigma}_0^2$ nepoznat skalar. Rešenje za ovaj nepoznati skalar dobija se po metodi najmanjih kvadrata u obliku

$$\bar{\sigma}_0^2 = (q_x^T q_x)^{-1} q_x^T \cdot k_{\bar{x}},$$

gde je:

$$q_x^T q_x = \sum_{i=1}^{u} Q_{x_i x_i},\quad q_x^T k_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{u} Q_{x_i x_i} \cdot \sigma_{\bar{x}_i}^2,$$

a $\sigma_{\bar{x}_i}$ standardne devijacije »a priori« definisane u vidu neophodne i dovoljne tačnosti nepoznatih parametara mreže. Kada je određena skalarna veličina $\bar{\sigma}_0^2$, onda lako određujemo kovarijacionu matricu planiranih merenja $K_{\bar{l}}$ u obliku

$$K_{\bar{l}} = \bar{\sigma}_0^2 \cdot Q_l$$

i ona će imati minimalnu normu $\|K_{\bar{l}}\| = \min$.
Kako je sada poznata matrica $K_{\bar{l}}$, onda možemo odrediti kovarijacionu matricu nepoznatih parametara

$$K_x = (A^T \cdot K_{\bar{l}}^{-1} \cdot A)^{-1}$$

i uveriti se da li važe nejednakosti

$$\sigma_{x_i} \leq \sigma_{\bar{x}_i}, \qquad (i = 1, 2, \ldots, u)$$

Ako sve ove nejednakosti nisu ispunjene, problem rešavamo uvođenjem koeficijenta

$$t = (\sigma_{\bar{x}_i}^2 / \sigma_{x_i}^2) \min$$

i matricu $K_{\bar{l}}$ korigujemo za ovu veličinu

$$K_{\bar{l}} = t \cdot K_{\bar{l}}.$$

Na taj način uvek će biti zadovoljen uslov da je $\sigma_{x_i} \leq \sigma_{\bar{x}_i}$.

4. INTERATIVNI POSTUPAK DOBIJANJA OPTIMALNOG REŠENJA

Problem određivanja optimalnih standardnih devijacija planiranih opažanja $\sigma_{\bar{l}_i}$ definisan je opštom matričnom jednačinom [1]

$$K_{\hat{x}} = (A^T K_{\bar{l}}^{-1} A)^{-1}$$

ili u razvijenom obliku

$$K_{\bar{x}}^{-1} = D_{\bar{x}}^{-1} R_{\bar{x}}^{-1} D_{\bar{x}}^{-1} = (A^T D_{\bar{l}}^{-1} R_{\bar{l}}^{-1} D_{\bar{l}}^{-1} A)^{-1}, \tag{4.1}$$

gde je

$$K_{\bar{l}} = D_{\bar{l}} \cdot R_l \cdot D_{\bar{l}} = D_{\bar{l}} \cdot R_{\bar{l}} \cdot D_{\bar{l}})$$

odnosno

- $K_{\hat{x}}$ kovarijaciona kriterijumska matrica
- $D_{\hat{x}}$ dijagonalna matrica »a'priori« definisanih standardnih devijacija nepoznatih parametara
- $R_{\hat{x}}$ korelaciona matrica nepoznatih parametara

$D_{\bar{l}}$ dijagonalna matrica nepoznatih standardnih devijacija planiranih opažanja $\sigma_{\bar{l}_i}$

$R_l = R_{\bar{l}}$ korelaciona matrica planiranih opažanja dobijena iz prethodne analize metode merenja.

Iz matrične jednačine (4.1) sledi da je potrebno odrediti nepoznatu dijagonalnu matricu standardnih devijacija planiranih merenja $D_{\bar{l}}$ tako da ova jednakost ostane ispunjena, a da pri tome matrice A, $D_{\hat{x}}$ i R_l ostanu nepromenjene $A = \text{const}$, $D_{\hat{x}} = \text{const}$ i $R_l = \text{const}$.

U tom cilju vektor popravaka V pišemo u obliku

$$-V = (I - K_{\hat{l}} K_l^{-1}) \cdot \varepsilon = (I - U) \cdot \varepsilon,$$

gde je:

$$U = K_{\hat{l}} \cdot K_l = Q_{\hat{l}} \cdot Q_l, \quad \text{tr}\, U = \text{rk}\, U = u$$

$$u_{ii} = \sigma_{\hat{l}_i}^2 / \sigma_{l_i}^2, \quad \sum_{i=1}^{n} u_{ii} = U, \quad 0 < U_{ii} < 1 \tag{4.2}$$

ili

$$\sigma_{l_i} = \sigma_{\hat{l}_i} / \sqrt{U_{ii}} \tag{4.3}$$

Standardne devijacije $\sigma_{\hat{l}_i}$ uzimaju se sa glavne dijagonale matrice

$$K_{\hat{l}} = A K_{\hat{x}} A^T$$

i one su funkcija $\sigma_{\hat{l}_i} = F_1 (A, K_l, D_{\hat{x}})$, a koeficijenti $U_{ii} = F_2 (A, K_l)$. Jednačinu (4.3) sada pišemo u obliku

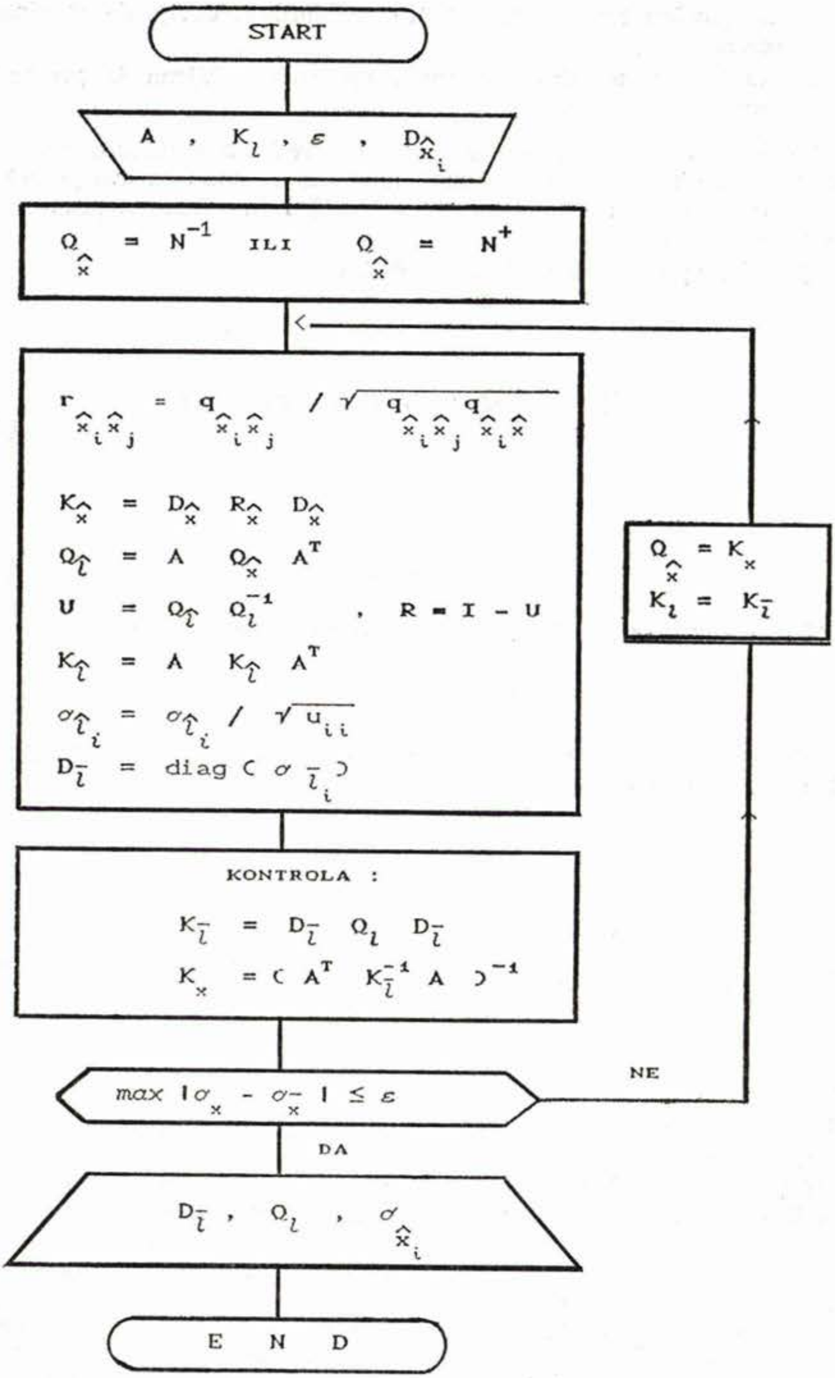
$$\sigma_{\bar{l}_i} = \frac{\sigma_{\hat{l}_i}}{\sqrt{U_{ii}}} = F(A, K_l, D_{\hat{x}}),$$

gde su $\sigma_{\bar{l}_i}$ tražene standardne devijacije planiranih opažanja. Na taj način dobijaju se početne vrednosti za standardne devijacije $\sigma_{\bar{l}_i}$, a konačne iterativnim postupkom prikazanim algoritmom 1.

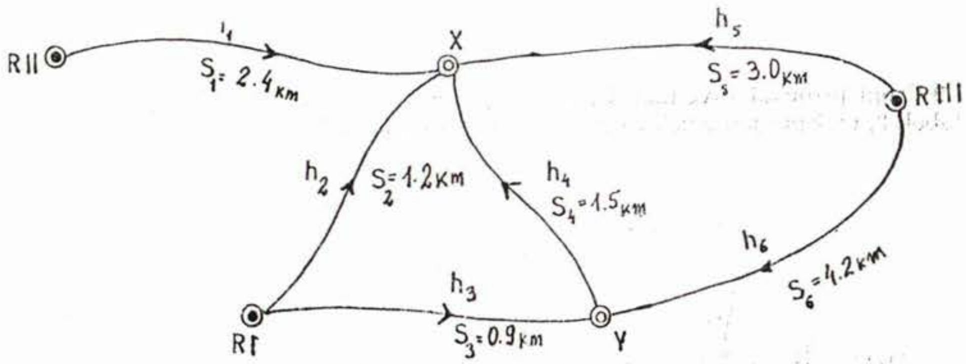
5. UPOREDNA ANALIZA REZULTATA OPTIMIZACIJE

Za navedene tri metode optimizacije ne mogu se dati, u teorijskom smislu, određene prednosti ni jednoj od njih, iz jednostavnog razloga što sve tri imaju različite idejne pristupe, odnosno kriterijume koje mreže treba da zadovolje. Isto tako ni o konačnim rezultatima nema smisla govoriti niti ih porediti, jer iako predstavljaju standardne devijacije planiranih merenja, one se kod sve tri metode odnose na tri različita kriterijuma kvaliteta geodetskih mreža.

U tom se cilju prikazuju rezultati optimizacije dva projekta 1-D mreža pomoću sve tri metode. Za prvi projekat (sl. 1) određene su standardne devijacije planiranih merenja (tabela 1) tako da obezbeđuju neophodnu i dovoljnu tačnost nepoznatih parametara.



Algoritam 1. Iterartivni postupak određivanja $D_{\bar{l}}$



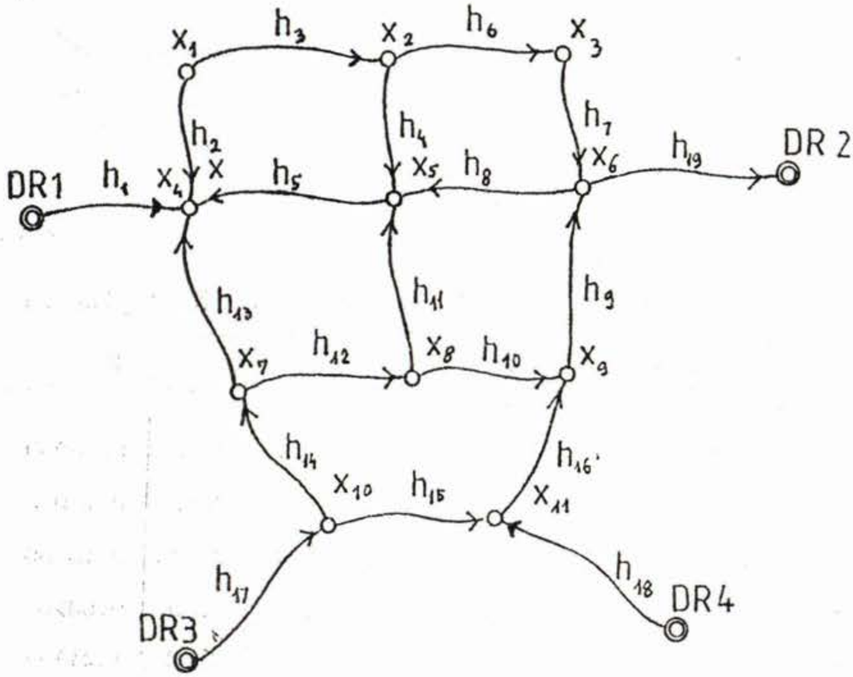
Slika 1. Projekat 1-D mreže.

TABELA 1.

h_i	$(\lambda_{max})_{Q_x} \Rightarrow min$		$\lVert K_{\bar{\ell}} \rVert \Rightarrow min$		$K_{\bar{\ell}} \Rightarrow$ optimumu	
	σ_h [mm]	P_h [mm^{-2}]	$\sigma_{\bar{h}}$ [mm]	$P_{\bar{h}}$ [mm^{-2}]	$\sigma_{\bar{h}}$ [mm]	$P_{\bar{h}}$ [mm^{-2}]
h1	4.21	0.05 647	4.18	0.05 727	4.45	0.05050
h2	2.50	0.16 063	2.95	0.11 455	3.15	0.10078
h3	$\boxed{1.70}$	0.34 692	$\boxed{2.56}$	0.15 291	$\boxed{2.54}$	0.15500
h4	$\boxed{8.58}$	0.01 360	3.30	0.09 158	3.39	0.08702
h5	4.99	0.04 017	4.67	0.04 581	4.98	0.04032
h6	5.92	0.02 855	$\boxed{5.53}$	0.03 272	$\boxed{5.48}$	0.03330
$\sum P_i$	0.646		0.495		0.467	
$\lambda_{max} \Rightarrow min$	$\boxed{3.7}$		5.3		5.6	
$\lVert K_{\bar{\ell}} \rVert \Rightarrow min$	87.35		$\boxed{44.20}$		46.70	
$\sigma^{max} - \sigma^{min} \Rightarrow min$	6.88		3.05		$\boxed{2.94}$	
kontrola K_x	$\begin{bmatrix} 3.70 & 0.13 \\ 0.13 & 2.57 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 3.58 & 1.18 \\ 1.18 & \boxed{14.00} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \boxed{14.00} & 1.26 \\ 1.26 & \boxed{14.00} \end{bmatrix}$	
BROJ ITERACIJA	7		/		1	

$$\sigma_{\bar{x}_i} < 2 \text{ mm}$$

Za drugi projekat nivelmanske mreže (slika 2) rezultati optimizacije dati su u tabeli 2, uz ispunjenje uslova da su $\sigma_{\bar{x}_i} < 2$ mm [2], [9]



Slika 2. Projekat 1-D mreže

Na tabeli odmah se uočava da svaka metoda najbolje ispunjava sopstveni kriterijum. Rešenje $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min daje zaista najminimalniju sopstvenu vrednost matrice Q_x, tj. $\lambda_{max} = 3.7$, a ostala dva rešenja $\lambda_{max} = 5.3$ i $\lambda_{max} = 5.6$. Rešenje $\| K_{\bar{l}} \| \Rightarrow$ min ima najmanju normu kovarijacione matrice planiranih merenja $\|K_{\bar{l}}\| = 44{,}20$, dgk iterativno rešenje $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimum ima normu $\|K_{\bar{l}}\| = 46.70$ a rešenje $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min ima normu $\|K_{\bar{l}}\| = 87.35$. Rešenje sa $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu omogućuje daleko manji raspon tačnosti u odnosu na druga dva načina

$$(\sigma_{\bar{l}}^{max} - \sigma_{\bar{l}}^{min}) = \text{min.}$$

Metode $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min i $\|K_{\bar{l}}\| \Rightarrow$ min omogućuju ispunjenje zahtevane tačnosti $(\sigma_{xi} = \sigma_{\bar{x}_i})$ samo za jedan nepoznat parametar, dok za sve preostale parametre važi $(\sigma_{x_i} < \sigma_{\bar{x}i})$.

Metoda $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu daje homogenu tačnost za sve nepoznate parametre u mreži $(\sigma_{x_i} = \sigma_{\bar{x}_i})$.

TABELA 2

h_i	S_i [km]	$(\lambda_{max})_{Q_x} \Rightarrow min$			$\lVert K_{\bar{l}} \rVert \Rightarrow min$			$K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu		
		σ_{h_i} [mm]	$\sigma_{1km} = \frac{\sigma_{h_i}}{\sqrt{S_{km}}}$	P_i	σ_{h_i} [mm]	σ_{1km}	P_i	σ_{h_i} [mm]	σ_{1km}	P_i
1	5	1.0	0.43	1.5256	2.1	0.9	0.2268	2.9	1.3	0.1189
2	6	1.3	0.52	0.8653	2.3	0.9	0.1890	2.5	1.0	0.1600
3	3	13.6	7.88	0.0075	1.6	0.9	0.3906	11.6	0.9	0.3906
4	6	1.6	0.63	0.5816	2.3	0.9	0.1890	2.6	1.1	0.1479
5	4	2.7	1.35	0.1905	1.8	0.9	0.3086	2.5	1.2	0.1600
6	5	2.4	1.10	0.2326	2.1	0.9	0.2268	2.1	0.9	0.2268
7	6	1.1	0.45	1.1285	2.3	0.9	0.1890	2.6	1.1	0.1479
8	4	1.2	0.62	1.0967	1.8	0.9	0.3086	2.7	1.3	0.1372
9	8	2.7	0.97	0.1862	2.6	0.9	0.1479	3.4	1.2	0.0865
10	6	3.0	1.22	0.1563	2.3	0.9	0.1890	2.6	1.1	0.1479
11	8	141.0	49.87	0.00007	2.6	0.9	0.1479	3.2	1.1	0.0977
12	4	2.0	0.99	0.3583	1.8	0.9	0.3086	2.2	1.1	0.2066
13	8	17.4	6.15	0.0046	2.6	0.9	0.1479	3.4	1.2	0.0865
14	4	1.1	0.55	1.1739	1.8	0.9	0.3086	2.5	1.2	0.1600
15	6	4.4	1.81	0.0711	2.3	0.9	0.1890	3.9	1.6	0.0657
16	6	1.9	0.76	0.3976	2.3	0.9	0.1890	2.7	1.1	0.1372
17	3	1.7	0.99	2.1250	1.6	0.9	0.3906	2.5	1.4	0.1600
18	8	1.7	0.61	0.4711	2.6	0.9	0.1479	3.2	1.1	0.0977
19	2	10.5	0.41	4.82216	1.3	0.9	0.5917	2.3	1.6	0.1890
$\sum P_i$				15.394			4.786			2.924
		σX1=1.5	σX7=1.3			2.0	1.6		2	2
		σX2=1.6	σX8=2.0			1.9	1.8		2	2
		σX3=1.2	σX9=1.7			1.9	1.7		2	2
		σX4=0.9	σX10=0.8			1.4	1.3		2	2
		σX5=1.1	σX11=1.4			1.4	1.6		2	2
		σX6=0.5				1.0			2	
Broj iteracija		24			0			0		

Ako se dakle insistira na globalnom kriterijumu tačnosti 1-D mreže $\lambda_{max} \Rightarrow$ min, onda nesumnjivo treba dati prednost metodi $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min. Prednost metode $\lVert K_{\bar{l}} \rVert \Rightarrow$ min je u tome što nije iterativna, a do rešenja se dolazi efikasno i brzo. Metode $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min i $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu su iterativne, prednost se mora dati ovoj drugoj jer zahteva daleko manji broj iteracija (tabela 1 i 2). Međutim, imajući u vidu primenu savremenih računskih sistema, ova razlika je praktično zanemarljiva.

Interesantno je razmatranje rešenja dobijenih pomoću ove tri metode, sa aspekta minimalne sume težina odnosa, pomoću neutralnog kriterijuma za njih [4]

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = \min, \qquad P_i > 0.$$

Imajući u vidu podatke tabela 1 i 2, lako se uočava da ovaj kiterijum najbolje ispunjava metoda $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu.

Kod rešenja $(\lambda_{max})\ Q_x \Rightarrow$ min pojedine visinske razlike treba meriti sa jako malom tačnošću (σh_{11} = 141,0 mm, σh_{13} = 17,4 mm, σh_3 = 13,6 mm), ali nasuprot njima, pojedine visinske razlike treba meriti sa visokom tačnošću ($\sigma h_{19} = 0,5$ mm, $\sigma h_1 = 1$ mm, $\sigma h_7 = 1,1$ mm). Kod rešenja $K_{\bar{l}} \Rightarrow$ optimumu najviša tačnost je potrebna za visinsku razliku h_3 ($\sigma h_3 = 1,6$ mm), a najniža za h_{15} ($\sigma h_{15} = 3,9$ mm). Do sličnih se zaključaka dolazi ako se analiziraju i standardne devijacije nivelanja po jednom kilometru σ_1 km. Može se konstatovati da rešenje sa $\|K_{\bar{l}}\| \Rightarrow$ min daje konstantne vrednosti standardnih devijacija po jednom kilometru σ_1 km $= 0,9$ mm. U ovom slučaju potrebno je imati nivelmanski instrument koji daje najmanju tačnost od 0.9 mm po kilometru i sva merenja u mreži izvršiti praktično sa ovom tačnošću. Kod druge dve metode neophodno je u priktičnoj realizaciji voditi posebno računa o postizanju određene tačnosti za svaku pojedinu visinsku razliku. U kojem će se slučaju projekat realizovati uz utrošak najmanje količine rada, ne može se izvesti »a'priori« nikakav zaključak jer P_i = min to ne obezbeđuje sem u slučaju kada su svi vlaci iste dužine, a to obično nije slučaj u praksi.

ZAKLJUČAK

Na osnovu svega napred navedenog može se konstatovati da se geodetima na raspolaganju nalazi široki spektar raznih metoda koje mogu obezbediti optimalni projekat mreže. Osnovni problem koji je potrebno rešiti jeste unapred definisati kriterijum kvaliteta koji optimalni projekat treba da zadovolji. Posle definisanja kriterijuma potrebno je izabrati odgovarajuću metodu koja će od mnoštva mogućih rešenja obezbediti optimalno. Vrlo često dobijena optimalna rešenja neće moći direktno da se primene u praksi, ali će ona biti od veoma velike koristi iskusnom geodeti da pronađe praktično optimalno rešenje.

LITERATURA:

[1] Aleksić, I.: Optimizacija merenja u geodetskim mrežama, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd 1988.

[2] Aleksić, I.: Optimizacija geodetskih mreža modifikovanom metodom minimalne norme, Geodetski list, 1988, 7—9, 207—214.

[3] Aleksić, I.: Optimizacija geodetskih mreža minimalnom normom kovarijacione matrice planiranih merenja, U redakciji lista Geodetske službe, 1989.

[4] Mihailović, K. i Vračarić, K.: Geodezija 3, Naučna knjiga, Beograd 1985.

[5] Mihailović, K.: Optimizacija merenih veličina u geodetskim mrežama, Geodetska služba, br. 51, 1988.

[6] Ninkov, T.: Matematička optimizacija projektovanja geodetskih mreža, Disertacija, Građevinski fakultet, Beograd 1982.

[7] Ninkov, T.: A new method of land surveying networks optimization, Surveying Control Networks, München 1982.

[8] Ninkov, T.: Optimizacija merenja u geodetskim mrežama, Naučna knjiga, Beograd 1989.

[9] Schmit, G. i Ninkov, T.: Optimizacija i njena primena kod nivelmanskih mreža, Geodetski list, 1983, 7—9, 141—150.

COMPARISON OF RESULTS OF GEODETIC NETWORKS OPTIMIZATION ACCORDING TO VARIOUS CRITERIA

The paper deals with presentation of the comparative analysis of the results of different optimization methods applied on the same models. On the basis of the investigation results a conclusion is made that the indicators obtained by the optimization using the same criteria can be compared only.

Primljeno: 1989—12—22