

PRILOG KONTROLI KOEFICIJENTA JEDNADŽBI POPRAVAKA PRI PRESJEKU DULJINA I PRAVACA

Nevio ROŽIĆ — Zagreb*

SAŽETAK: U ovom je radu izložen pregled kontrola za računanje koeficijenta jednadžbi popravaka pri presjeku duljina i pravaca.

1. UVOD

Kontrole određivanja koeficijenata jednadžbi popravaka sastavni su dio postupka izjednačenja posrednih mjerenja. Od izuzetnog su značenja jer se pogreške u određivanju koeficijenata mogu uočiti tek na kraju izjednačenja. Za razliku od ostalih računskih kontrola, nisu uopćene jer se ovisno o zadatku provode na različite načine. Izvode se iz funkcijske ovisnosti koeficijenata i moraju biti jednostavne, pouzdane i efikasne.

2. KONTROLA KOEFICIJENATA JEDNADŽBI POPRAVAKA PRI PRESJEKU DULJINA

Pri izjednačenju koordinata nepoznatih točaka presjekom duljina koeficijenti jednadžbi popravaka a_i i b_i dani su (prema Feil 1989) slijedećim izrazima

$$a_i = \frac{x_{i0} - x_i}{s_{i0}}, \quad b_i = \frac{y_{i0} - y_i}{s_{i0}}, \quad (1)$$

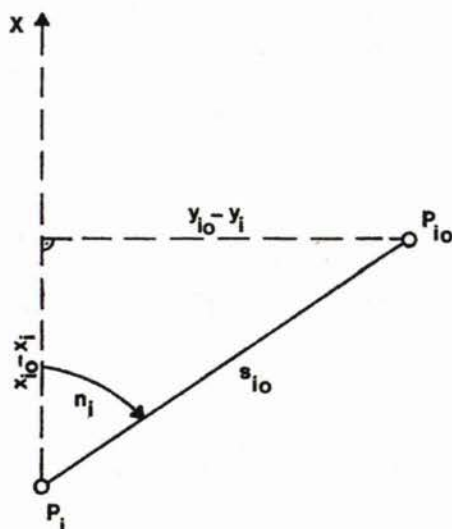
gdje su x_{i0}, y_{i0} — približne koordinate nepoznatih točaka P_{in}

x_i, y_i — koordinate poznatih (danih) točaka P_i

s_{i0} — približne duljine između točaka P_{in} i točaka P_i .

Kontrola koeficijenata a_i i b_i jednostavno se izvodi uz uvođenje smjernih kutova n_i pravaca s točaka P_{in} na točke P_i . Naime, koeficijenti a_i i b_i su sinusi odnosno kosinusi pripadnih smjernih kutova n_i (vidi sl. 1).

* Nevio Rožić, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, Zagreb 41000

Sl. 1. Funkcijska ovisnost koeficijenata a_i i b_i

$$a_i = \frac{x_{i0} - x_i}{s_{i0}} = \sin n_i, \quad (2)$$

$$b_i = \frac{y_{i0} - y_i}{s_{i0}} = \cos n_i. \quad (3)$$

Najjednostavnija relacija koja povezuje izraze (2) i (3) jest

$$\sin^2 n_i + \cos^2 n_i = a_i^2 + b_i^2 = \frac{(x_{i0} - x_i)^2 + (y_{i0} - y_i)^2}{s_{i0}^2} = 1, \quad (4)$$

pa se koeficijenti jednadžbi popravaka a_i i b_i mogu pouzdano i efikasno kontrolirati izrazom

$$a_i^2 + b_i^2 = 1. \quad (5)$$

3. KONTROLA KOEFICIJENATA SMJERA PRI PRESJEKU PRAVACA

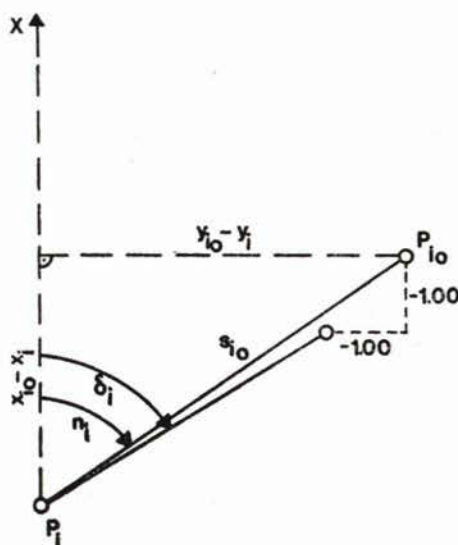
Pri izjednačenju koordinata nepoznatih točaka presjekom pravaca koeficijenti smjera (koeficijenti jednadžbi popravaka) a_i i b_i dani su (prema Feil 1989) slijedećim izrazima (npr. presjek vanjskih pravaca)

$$a_i = -\frac{y_{i0} - y_i}{s_{i0}^2} \rho'', \quad b_i = \frac{x_{i0} - x_i}{s_{i0}^2} \rho'', \quad (6)$$

gdje su kao i kod presjeka duljina

- x_{i0}, y_{i0} — približne koordinate nepoznatih točaka P_{in}
 x_i, y_i — koordinate poznatih (danih) točaka P_i
 s_{i0} — približna duljina između točaka P_{i0} i točaka P_i .

Kontrola koeficijenata a_i i b_i izvodi se uz uvođenje približnih smjernih kutova δ_i (vidi sl. 2).



Sl. 2. Odnos približnih smjernih kutova n_i i δ_i

Naime, uz približne smjerne kutove

$$n_i = \operatorname{arctg} \frac{y_{i0} - y_i}{x_{i0} - x_i} \quad (7)$$

uvode se kutovi δ_i izraženi pomoću koordinatnih razlika poznatih i nepoznatih točaka umanjenih za 1.00 metar, tj.

$$\delta_i = \operatorname{arctg} \frac{(y_{i0} - y_i) - 1.00}{(x_{i0} - x_i) - 1.00} \quad (8)$$

Ukoliko je za najvjerojatnije vrijednosti koordinata nepoznatih točaka y_{in} i x_{in} uvedeno

$$\begin{aligned}
 y_{in} &= y_{i0} + dy_i = y_{i0} - 1.00 \\
 x_{in} &= x_{i0} + dx_i = x_{i0} - 1.00,
 \end{aligned} \quad (9)$$

gdje su popravke koordinata $dy_i = dx_i = -1.00$, nakon linearizacije izraza (8) razvojem u Taylorov red

$$\delta_i = \arctg \frac{y_{i0} - y_i}{x_{i0} - x_i} + \frac{y_{i0} - y_i}{s_{i0}^2} \rho'' - \frac{x_{i0} - x_i}{s_{i0}^2} \rho'' + \dots \quad (10)$$

slijedi kontrola koeficijenata a_i i b_i

$$\delta_i - n_i = - (a_i + b_i). \quad (11)$$

U ovom se obliku kontrola koeficijenata smjera navodi u nizu udžbenika (Čubranić 1967, Feil 1989, Klak 1982, Mihailović 1974), propisana je Pravilnikom za državni premer (član 115, str. 179) i uvrštena u formulare za geodetska računanja (npr. Trigonometrijski formular br. 33, Trigonometrijski formular br. 14a).

Iako se primjenjuje tradicijski, ova kontrola ima nekoliko nedostataka. Jedan od najznačajnijih jest nepouzdanost pri izrazito kratkim duljinama vizura između poznatih i nepoznatih točaka (npr. mikrotriangulacija, određivanje orijentacijskih točaka u terestričkoj fotogrametriji, precizno ispitivanje oblika objekata i sl.). Naime, pri kratkim duljinama vizura, cca 100-300 m, umanjene koordinate (vidi izraz 9) od 1.00 m vrlo je veliko, te linearizacija izraza (8) razvojem u Taylorov red, uz zadržavanje samo linearnih članova, nije pouzdana.

Ova nepouzdanost može se ukloniti uvođenjem kvadratnih članova pri razvoju u Taylorov red, tj. samo mješovitog kvadratnog člana, jer se ostali međusobno poništavaju.

U tom slučaju kontrola dana izrazom (11) poprima oblik

$$\delta_i - n_i = - (a_i + b_i - c_i), \quad (12)$$

gdje je

$$c_i = \frac{(y_{i0} - y_i)^2 - (x_{i0} - x_i)^2}{s_{i0}^4} \rho''. \quad (13)$$

Jednostavniji način od navedenoga jest umanjivanje koordinata iznosom koji je za red veličine manji od 1.00m, tj. prema izrazu (9)

$$y_{in} = y_{i0} + dy_i = y_{i0} - 0.10 \quad (14)$$

$$x_{in} = x_{i0} + dx_i = x_{i0} - 0.10$$

i

$$\delta_i = \arctg \frac{(y_{i0} - y_i) - 0.10}{(x_{i0} - x_i) - 0.10} \quad (15)$$

pa kontrola poprima oblik

$$\delta_i - n_i = -0.10 (a_i + b_i). \quad (16)$$

Iako se nepouzdanost ove kontrole može jednostavno otkloniti, njena je primjena nefunkcionalna. Bespotrebno se provodi određivanje približnog smjernog kuta δ_i , koji u daljnjem računanju nije potreban, a može biti izvor pogrešaka. Osim navedenog, kontrola koeficijenata smjera potpuno se razlikuje od kontrole koeficijenata jednadžbi popravaka pri presjeku duljina, iako treba težiti njihovu ujednačavanju.

4. UJEDNAČAVANJE KONTROLE KOEFICIJENATA JEDNADŽBI POPRAVAKA PRI PRESJEKU DULJINA I PRAVACA

Nedostaci kontrole koeficijenata smjera mogu se jednostavno izbjeći izvođenjem novih relacija.

Kao alternativne navode se relacije (prema Feil 1989. i Klak 1982)

$$\frac{a_i}{b_i} = -\operatorname{tg} n_i, \quad (17)$$

$$a_i^2 + b_i^2 = \frac{\rho''^2}{s_{i0}^2}, \quad (18)$$

$$a_i = a_{45} + b_{45} \quad (19)$$

$$b_i = -a_{45} + b_{45},$$

$$a_{45} = -\frac{\sin(n_i + 45^\circ)}{s_{i0}\sqrt{2}} \rho'', \quad b_{45} = \frac{\cos(n_i + 45^\circ)}{s_{i0}\sqrt{2}} \rho''. \quad (20)$$

Kao najpraktičnija za kontrolu koeficijenata smjera pokazuje se relacija dana izrazom (18). Izvodi se analogno kao kontrola koeficijenata jednadžbi popravaka pri presjeku duljina, jer se koeficijenti a_i i b_i mogu izraziti pomoću približnih smjernih kutova n_i , tj. (prema izrazima (6) i sl. 2)

$$a_i = -\frac{\sin n_i}{s_{i0}} \rho'', \quad b_i = \frac{\cos n_i}{s_{i0}} \rho'', \quad (21)$$

pa je kontrola

$$a_i^2 + b_i^2 = \frac{\sin^2 n_i + \cos^2 n_i}{s_{i0}^2} \rho''^2 = \frac{\rho''^2}{s_{i0}^2}. \quad (22)$$

Ona pruža pouzdanu kontrolu koeficijenata smjera, ujednačena je s ekvivalentnom kontrolom pri presjeku duljina, jednostavna je i praktična za primjenu. Ovom se kontrolom kontrolira i računanje približnih smjernih kutova n_i , jer koeficijente smjera a_i i b_i treba određivati prema izrazima (21), koji su u potpunosti ekvivalentni izrazima (6).

5. ZAKLJUČAK

Usljed uočenih nedostataka kontrole koeficijenata smjera i težnje za ujednačavanjem kontrole koeficijenata jednadžbi popravaka pri presjeku duljina i pravaca predlažu se slijedeće kontrole:

— pri presjeku duljina $a_1^2 + b_1^2 = 1$

— pri presjeku pravaca $(a_1^2 + b_1^2)^2 = \frac{\rho''^2}{s_{i0}^2}$.

LITERATURA:

- Čubranić, N. (1967): Teorija pogrešaka s računom izjednačenja. Tehnička knjiga, Zagreb 1967.
- Čubranić, N. (1974): Viša geodezija — I dio. Sveučilišna naklada Liber, Zagreb 1974.
- Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja — I dio, Geodetski fakultet, Zagreb 1989.
- Glavna geodetska uprava pri vladi FNRJ (1951): Pravilnik za državni premer — I deo. Beograd 1951.
- Klak, S. (1982): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja. Sveučilišna naklada Liber, Zagreb 1982.
- Mihailović, K. (1974): Geodezija II. Građevinska knjiga, Beograd 1974.

CONTRIBUTION TO THE CONTROL OF OBSERVATION EQUATION COEFFICIENTS IN THE INTERSECTION OF LENGTHS AND DIRECTIONS

In this paper is presented review of controls for calculation coefficients of observation equations by intersection of lengths and directions.

Primljeno: 1990—03—15