

UKUPNA POGREŠKA SUVREMENIH DALJINOMJERA

Božidar KANAĴET — Zagreb*

Suvremeni daljinomjeri su vrlo složeni elektrooptički instrumenti. Potrebno je istaknuti moguću pogrešku koja nastaje ako se iz bilo kojeg razloga koristi daljinomjer jednog, a reflektori drugog proizvođača. U tom slučaju dolazi do ekscentričnosti emisione i refrakcione ravnine koje nisu usaglašene, pa se pojavljuje velika sistematska pogreška. Refrakcija ili slamanje vizure nastaje zbog toga što zrak nije u optičkom smislu homogeno tijelo, već je sastavljen od slojeva različite gustoće (različiti indeksi loma). Zbog toga vizura ne prolazi kroz zrak kao pravac, nego općenito kao refrakciona krivulja, slomljena većim dijelom u vertikalnoj, a manje u horizontalnoj ravnini. To su pogreške zbog meteoroloških uvjeta (tlak, temperatura i vlažnost zraka).

Za rektifikaciju daljinomjera koriste se poznate baze čije duljine znamo iz prethodnih preciznih mjerenja (»treba«), pa se kalibracijom daljinomjera sistematska pogreška može dobrim dijelom otkloniti (treba — ima). Izmjerene duljine treba prije uzimanja u računski postupak popraviti uzevši u obzir sve veličine koje se u literaturi navode pod općim imenom fizikalni i matematički ispravci propisani od strane proizvođača daljinomjera. Bez obzira na podatke koje daju o pogreškama proizvođači instrumenta, one u praksi mogu biti drugačije. Već smo spomenuli da veličina sistematske pogreške određuje točnost daljinomjera odnosno utječe na točnost rezultata mjerenja. Slučajna pogreška utječe na tzv. raspršenost (disperziju) rezultata, pa ako su mjerenja jednoličnija, homogenija i daljinomjer kojim mjerimo je *precizniji*. Za najbolju procjenu prave vrijednosti mjerenih veličina uzima se srednja vrijednost tj. aritmetička sredina. Međutim, ako npr. napravimo dvije serije mjerenja iste veličine pomoću dva jednaka daljinomjera pa ako su aritmetičke sredine obiju serija mjerenja jednake, daljinomjeri su jednako točni. Za mjerenja možemo reći da su točna ako su vrijednosti aritmetičkih sredina jednake pravoj vrijednosti. Međutim, to je teško provjeriti jer su prave vrijednosti kod terenskih mjerenja općenito uzevši nepoznate. Zato točnost nekog daljinomjera *ispitujemo* u laboratoriju ili kalibracijskoj bazi tako da provodimo usporedna mjerenja iste vrijednosti (kut, duljina) i to mjernom tehnikom za koju znamo da je točna. Mjerimo, na primjer duljinu poznate baze sa dva daljinomjera istog tipa i istog proizvođača. Daljinomjerom A. do-

* Doc. dr Božidar Kanaĳet, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Pierottijeva 6.

bijemo prvu seriju mjerenja: 259,9873 ; 259,9811 ; 259,9935 metara. Daljinomjerom B dobijemo drugu seriju mjerenja: 259,9990 ; 259,9882 ; 259,9747 metara. Srednja vrijednost prve serije mjerenja jednaka je srednjoj vrijednosti druge serije mjerenja tj. $L_A = L_B = 259,9747$ metara. Ta dva daljinomjera su jednako *točna*, a da li se bitno razlikuju u *preciznosti*? Preciznost instrumenta definira srednja pogreška $m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$ koja je za daljinomjer A ; $m_A = 0,0062$ m, a za daljinomjer B ; $m_B = 0,01217$ m. Kako je $m_A < m_B$ nameće se pitanje da li je daljinomjer A precizniji? Odgovor na ovo pitanje daje nam Fischerov F — test. Kako je:

$$\frac{m_B^2}{m_A^2} = \frac{0.01217^2}{0.00620^2} = 3,853 < F_{0.5}(2,2) = 19.0$$

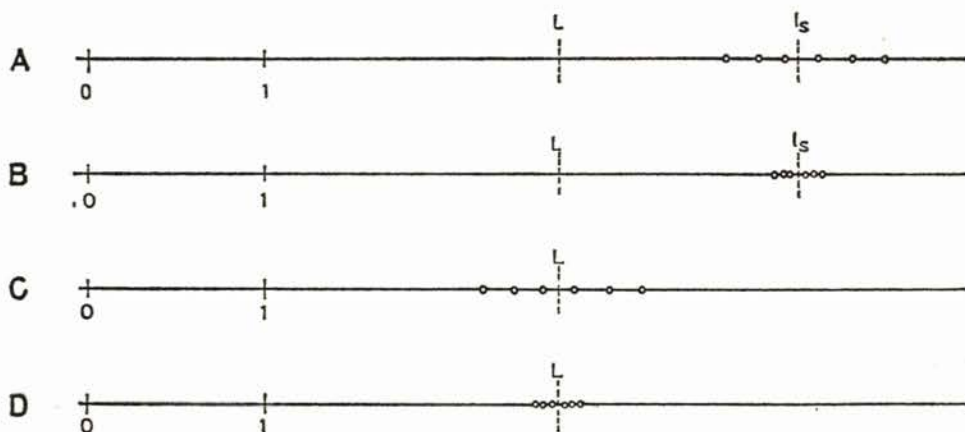
to na temelju ovih 3 + 3 mjerenja pretpostavku o jednakoj preciznosti ne možemo odbaciti. Međutim, da smo m_B izračunali na temelju 15 mjerenja, a m_A na temelju 10 mjerenja tada bismo mogli s velikom pouzdanošću *tvrditi* da je daljinomjer A precizniji, jer bi tada bilo:

$$\frac{m_B^2}{m_A^2} = 3,853 > F_{0.05}(14,9) = 3.02$$

Odnosno da smo m_B izračunali na temelju 10 mjerenja, a m_A temelju 15 mjerenja došli bismo do istog zaključka jer bi i tada F — test isto pokazao tj.:

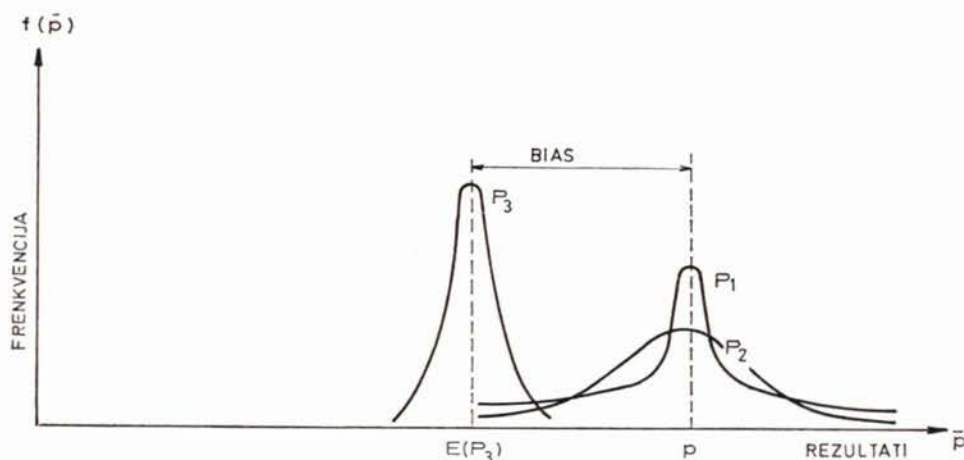
$$\frac{m_B^2}{m_A^2} = 3,583 > F_{0.05}(9,14) = 2.65$$

Pojam točnosti i preciznosti možemo i grafički prikazati (slika 1). Pomoću četiri daljinomjera A, B, C, D istog tipa i proizvođača mjerimo duljinu dužine



Sl. 1. Prikaz točnih i preciznih instrumenata iste vrste i tipa na brojevnom pravcu

iste baze L . Označimo na brojevnom pravcu poznatu duljinu L . Za svaki daljinomjer pridružimo pravac na kojem nanosimo mjerenja dobivena tim daljinomjerom i označimo ih malim kružićem, a pripadne srednje vrijednosti crtano. Prema gornjoj definiciji slijedi: daljinomjer A je netočan i neprecizan, daljinomjer B je precizan ali netočan, daljinomjer C je točan ali neprecizan, daljinomjer D je najtočniji i najprecizniji. Daljinomjeri A i B jednako su međusobno točni, premda je svaki za sebe netočan. Daljinomjeri C i D jednako su precizni. Daljinomjeri A i C su jednako neprecizni. Bias (sistematski bias, Tendenz, sistematski učinak, sistematska pogreška, pristranost) je uobičajeni naziv za odstupanje očekivane procjene od prave vrijednosti. Utjecaj biasa na slučajne pogreške ne može se predvidjeti nikakvim statističkim metodama. S time u vezi prikazane su grafički distribucije triju procjena (slika 2).



Sl. 2. Tri različite procjene s obzirom na bias (Ackermann — Mikhail: »Observations and least squares«, 1981)

Prve dvije procjene p_1 i p_2 su bez sistematske pogreške (unbiased, tendenzfrei) tj. njihovo očekivanje podudara se s pravom vrijednošću L . Treća procjena p_3 ima sistematsku pogrešku (bias) koja je na slici označena kao razlika očekivane procjene i prave vrijednosti. Poznato je da broj mjerenja ne umanjuje sistematsku pogrešku. Preciznost se može definirati kao stupanj podudarnosti niza izmjerenih vrijednosti iste veličine (veća disperzija — manja preciznost), (slika 1,c). Točnost je stupanj podudarnosti između izmjerenih i prave vrijednosti. Na preciznost rezultata utječe slučajna pogreška, a na točnost slučajna i moguća sistematska pogreška. Druga stvar koja izaziva nedoumicu je oznaka za daljinomjer, npr. WILD D I-3S; $\sigma = (5 \text{ mm} + 5 \cdot 10^{-6} d)$ kod toga je duljina d dužine D izražena u milimetrima, tj. $D = d \mp 3 (5 \text{ mm} + 5 \cdot 10^{-6} d)$ (ta vrijednost nam je neophodna za određivanje težina tj. trebamo ocijeniti kolika relativna srednja pogreška mjerenja duljina odgovara srednjoj pogreški mjerenih kutova, odnosno da mjerenja budu urađena s jednakom točnošću, tj. usklađenim težinama). Često u literaturi i u prospektima možemo naći i ovako pisani oblik za standardno odstupanje ($5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$).

Znak ppm je prema latinskom »pars pro milione« tj. dijelova po milionu, znak koji se stavlja iza broja, u značenju »podjeljeno s milijun«, a potpuno je jednaka množenju 10^{-6} , dakle:

$$\text{ppm} = \frac{d}{1,000000} = d \cdot 10^{-6}$$

Za D treba uzeti srednju vrijednost učinjenih mjerenja ($d_1 \dots d_n$). Uz srednju vrijednost d povezuje se veličina $\sigma(d) = \frac{m}{\sqrt{n}}$ koja se zove u statistici *standardna pogreška* tj. standardna pogreška aritmetičke sredine. Sada znamo da je sa σ proizvođač daljinomjera označio m srednju kvadratnu pogrešku. Prema tome kako se taj m shvaća, bilo bi neophodno da se $\Delta\bar{d}$ označi kao vrijednost $3 \cdot \sigma(\bar{d})$ tj. $\Delta d = 3 \cdot \sigma(\bar{d})$. Ako ovo prihvatimo, simboličku jednakost za npr. jedno mjerenje $D = d \pm 3$ (5 mm + 5 ppm d) treba shvatiti ovako: koliko točno iznosi duljina D ne znamo, ali s vjerojatnošću 0,9973 (99,73%) možemo smatrati da se tražena duljina D (procjena pomoću jednog mjerenja) nalazi u intervalu $d - \Delta d$ do $d + \Delta d$ što se simboličkim jezikom statistike zapisuje ovako:

$$P \{d - \Delta d < D < d + \Delta d\} = \{|D - d| < \Delta d\} = 0,9973$$

Odnosno ako D procjenjujemo pomoću aritmetičke sredine \bar{d} tada će gornja formula poprimiti oblik:

$$P \{\bar{d} - \Delta\bar{d} < D < \bar{d} + \Delta\bar{d}\} = \{|D - \bar{d}| < \Delta\bar{d}\} = 0,9973$$

Interval ($\bar{d} - \Delta\bar{d}$, $d + \Delta\bar{d}$) naziva se interval »pouzdanosti«, što opravdava da se $\Delta\bar{d}$ tj. $\frac{3}{\sqrt{n}}$ (5 mm + 5 ppm d) nazove *ukupnom* pogreškom kalibriranog daljinomjera koja opet raste sa starošću daljinomjera zbog »umora materijala«, a vjerojatnost 0,9973 zove se pouzdanošću tog intervala. Interni program tzv. program DIL za aritmetičku sredinu i standardno odstupanje nam potvrđuje gornje navode, pa je uputno da pred terensku sezonu damo daljinomjer na laboratorijsko kalibriranje, odnosno kalibriranje na kalibracionim bazama.

SAŽETAK

U članku su objašnjeni pojmovi točnosti i preciznosti elektroničkih daljinomjera i načini njihovog određivanja.

ABSTRACT

The paper gives an explanation of the terms accuracy and precision of electronic distomats and the ways of determining them.

Primljeno: 1989-6-10