

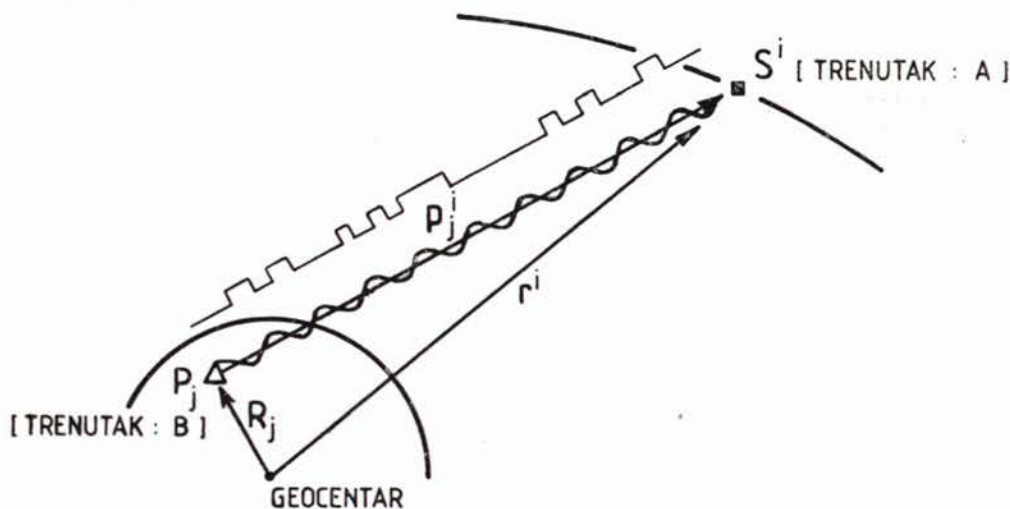
## GLOBALNO POZICIJSKO ODREĐIVANJE — OSNOVA I PRIMJENA

A. BILAJBEGOVIĆ, M. SOLARIĆ, Ž. BAČIĆ, Ž. HEĆIMOVIĆ — Zagreb\*

### 1. UVOD

#### 1.1. Osnovni koncept satelitske geodezije

Ovaj rad ograničen je na metode satelitske geodezije kod kojih se mjere geometrijske veličine (duljine i pravci) između terestričke stanice  $P_j$  i satelita  $S^i$  (sl. 1.).



Sl. 1: Osnovni koncept satelitske geodezije

Označimo radijusvektor terestričke stanice s  $R_j$ , satelita s  $r^i$  i uspostavimo osnovnu vektorsku jednadžbu

$$r^i = R_j + p_j^i \cdot p_j^i, \quad (1.1-1)$$

\* Prof. dr. Asim Bilajbegović, prof. dr. Miljenko Solarić, Željko Bačić dipl. inž. i Željko Hećimović dipl. inž. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26.

gdje je:

- $p_j^i$  — mjerena udaljenost,  
 $p_j^i$  — mjereni pravac ( $|p_j^i| = 1$ ).

Ishodište koordinatnog sustava je centar Zemlje a orijentacija koordinatnih osi u prostoru može se izvesti u nebeskom koordinatnom sustavu ili češće u koordinatnom sustavu vezanom za Zemlju, kod kojeg je os z srednji položaj rotacione osi Zemlje CIO dobiven za period 1900—1905. godine. Os x prolazi kroz ishodište i paralelna je sa srednjim Greenwichkim meridijanom (1900 — 1905).

Općenito satelitsku geodeziju možemo podijeliti na:

- geometrijsku
- dinamičku
- operativnu.

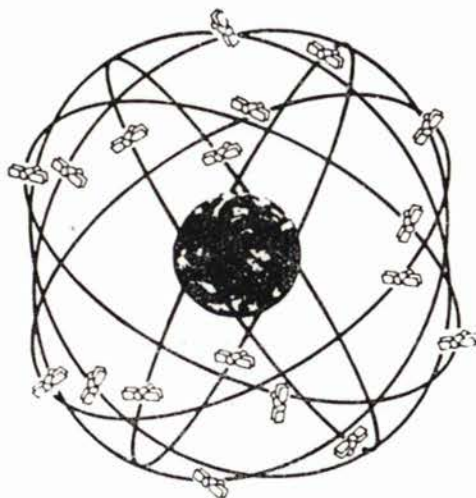
U geometrijskoj geodeziji prvenstveno nas zanima terestrički mjesni vektor  $R_j$ , a nepoznati vektor  $r^i$  se eliminira simultanim mjerenjima.

Glavni cilj dinamičke geodezije je određivanje radiusvektora satelita  $r^i$ , odnosno određivanje polja ubrzanja sile teže na osnovu gibanja satelita kao senzora.

Operativna satelitska geodezija obuhvaća metode kod kojih se uzima poznat položaj satelita kao vremenska funkcija  $r^i(t)$ .

## 1.2. Uvod u globalno pozicioniranje pomoću GPS-a

U SAD od 1973. godine počela se razvijati nova metoda pozicijskog određivanja tzv. NAVSTAR — GPS — sistem (NAVigation System with Time And Ranging — Global Positioning System). Program razvoja sadrži 3 faze.



Sl. 2: Izgled konačnog sistema satelita (cca 1995 god.) 18 satelita, 6 putanja, inklinacija  $55^\circ$ , 20 200 km visina iznad Zemlje, 12 sati vrijeme obilaska, 5 satelita uvijek iznad horizonta ravnomjerno raspoređenih, u 6 različitih putanja, na visini od cca 20 165 km s vremenom obilaska od cca 12 sati.

U prvoj fazi razrađen je koncept metode, druga faza obuhvaća provjeru samog koncepta, a od 1985. godine program ulazi u završnu fazu. Potpuna izgradnja sistema planira se prije 1995. godine, a sastojat će se od 18 satelita.

Svakog trenutka na bilo kojoj točki Zemlje iznad horizonta nalaze se najmanje 4 povoljno raspoređena satelita. Do sada je lansirano 10 satelita od kojih se može koristiti 7, tj. satelit br. 4 i 7 ne mogu se primjenjivati u navigaciji, ali su prikladni za fazna mjerenja. U Srednjoj Evropi moguće je opažati 4 satelita 4 sata dnevno i 2 satelita 12 sati. Pošto su sateliti opremljeni s visokopreciznim oscilatorima cezium ili vodikovim maserima s točnošću od  $10^{-12}$ — $10^{-15}$ , mogu se dobiti geocentrične koordinate s točnošću od  $\pm 10$ m.

## 2. OSNOVE IZ NEBESKE MEHANIKE

### 2.1. Putanja satelita

Osnovna jednadžba relativnog gibanja tijela mase  $m_2$  s obzirom na koordinatno ishodište u centru mase tijela  $m_1$  pod utjecajem sile privlačenja dvaju tijela, da se prikazati Newtonovom mehanikom

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{G \cdot (m_1 \cdot m_2)}{r^3} \cdot \mathbf{r} = 0 \quad (2.1-1)$$

gdje je:

$\mathbf{r}$  — relativni radius vektor  $|\mathbf{r}| = r$ ,

$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$  — relativni vektor ubrzanja

$G$  — gravitacijska konstanta.

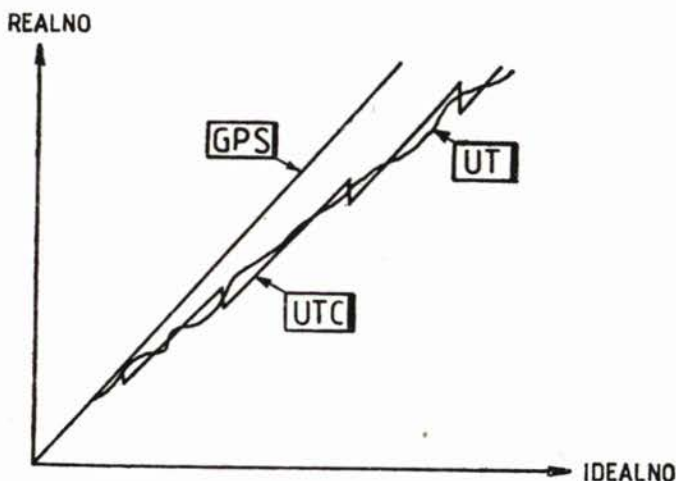
Ovdje je neophodno uvesti inercijalno vrijeme, a ono se realizira pomoću GPS — vremenskog sustava. To je ustvari atomska skala, koja se od internacionalnog atomskog vremena TAI razlikuje za 19 sekundi, a identična je koordiniranom svjetskom vremenu UTC za nultu epohu 1980, 6<sup>h</sup>0 siječnja.

Objasnimo ovdje osnovne skale vremena:

- UTO — Univerzalno vrijeme određuje se direktno iz opažanja zvijezda i dobije se numeričkim izrazom koji povezuje univerzalno (svjetsko) i zvijezdano vrijeme. Univerzalni (solarni) dan — zvjezdani dan =  $= 3^m56,555^s$ ,
- UT1 — UTO korigirano vrijeme za gibanje pola Zemlje,
- UT2 — UT1 korigirano vrijeme za kratke periodične varijacija rotacije Zemlje.

Različite institucije vremena u svijetu zadržavaju svoje atomske satove jako blisko vremenskoj skali UT2. Ovo vrijeme naziva se Univerzalno koordini-

rano vrijeme UTC. Sredina od svih atomskih satova se naziva TAI — Internacionalno atomsko vrijeme. TAI vrijeme se korigira na UT kad je potrebna korekcija za cijeli broj sekunda.



Sl. 3: Grafički prikaz GPS vremena

Rješenje homogene diferencijalne jednačbe drugog reda vodi Keplerovim zakonima. Ukoliko aproksimiramo Zemlju s homogenim ili radijalnim kuglinim ljuskama, onda se njena masa  $m_1$  matematički može strogo koncentrirati u težište Zemlje. Pošto je masa Zemlje neusporedivo veća od mase satelita ( $m_2 = 875$  kg), možemo u (2.1-1) samo razmatrati masu Zemlje, odnosno produkt  $GM$ .

$$GM = 3,986004 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}.$$

Neporemećenu putanju satelita možemo u nebeskom geocentričnom koordinatnom sustavu prikazati s 6 parametara i to:

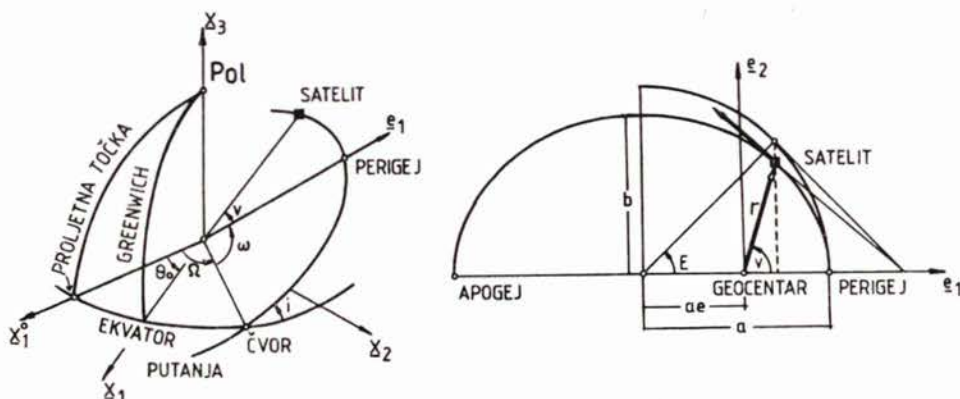
- $\Omega$  — rektascenzija uzlaznog čvora,
- $i$  — nagib trenutačne ravnine putanje satelita u odnosu na ekvator,
- $\omega$  — argument perigeja,
- $a$  — velika poluos elipse putanje,
- $e$  — numerički ekscentricitet putanje,
- $T_0$  — period prolaska perigeja.

Slijedeći izvedeni parametri karakteriziraju položaj satelita, kao npr. srednja kutna brzina  $n$

$$n = \frac{2\pi}{U} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}; \quad U \text{ — srednje vrijeme obilaska}$$



To je ustvari dobro poznati treći Keplerov zakon.



Sl. 4: Položaj i oblik Keplerove elipse

Za bilo koje vrijeme  $t$  mogu se računati kutne anomalije

$$M(t) = n \cdot (t - T_0)$$

$$E(t) = M(t) + e \cdot \sin E(t)$$

$$v(t) = 2 \arctan \left[ \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan \{E(t)/2\} \right], \quad (2.1-2)$$

tj.

- $M(t)$  — srednja anomalija,
- $E(t)$  — ekscentrična anomalija,
- $v(t)$  — istinita anomalija.

Često se puta uvodi element širine  $u = \omega + v$ .

Položaj satelita može se prikazati preko stvarne anomalije:

$$r = r \cdot \begin{bmatrix} \cos v \\ \sin v \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{r} = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}} \cdot \begin{bmatrix} -\sin v \\ e + \cos v \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cdot \cos v}. \quad (2.1-3)$$

Preko ekscentrične anomalije

$$r = a \cdot \begin{bmatrix} \cos E - e \\ \sqrt{1-e^2} \cdot \sin E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{r} = \frac{na^2}{r} \cdot \begin{bmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1-e^2} \cdot \cos E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1-4)$$

$$r = a \cdot (1 - e \cos E).$$

U operativnoj satelitskoj geodeziji susrećemo radijusvektor satelita

$$\mathbf{r}^l(t) = \mathbf{R}_2(-x_p) \mathbf{R}_1(-y_p) \mathbf{R}_3(\Theta_0) \mathbf{R}_3(-\Omega) \mathbf{R}_1(-i) \cdot \mathbf{R}_3(-\omega) \cdot \mathbf{r}(t) \quad (2.1-5)$$

gdje su:

- $x_p, y_p$  — koordinate pola,
- $\Theta_0$  — Greenwich-ko zvjezdano vrijeme za epohu  $t$ ,
- $\mathbf{R}_i(\alpha)$  — rotacione matrice oko  $e_i$  osi za pozitivni kut  $\alpha$ .

## 2.2. Poremećaji putanje satelita

Odstupanja od idealnog slučaja gravitacijskog djelovanja Zemlje na satelit, mogu se iskazati uvođenjem dodatnih sila, koje su puno manje od osnovne sile privlačenja  $GM/r^2$

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{GM}{r^3} \cdot \mathbf{r} = \Sigma \mathbf{K}_j \quad (2.2-1)$$

Rješenje ove nehomogene diferencijalne jednadžbe 2 reda može se izvesti analitički ili numerički.

Analitičko rješenje bazira na jednadžbama smetnji koje kvare parametre homogenog rješenja  $P_{oi}$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) koje se odnose na referentnu epohu  $t_0$ . Sile smetnje dovode do vremenskih varijacija parametara putanje

$$P_i = P_{oi} + \dot{P}_{oi}(t - t_0); \quad \dot{P}_{oi} = dP_{oi}/dt = f(P_{oi}, \mathbf{k}),$$

i ovaj način primjenjiv je na analitički predstavljene sile smetnji  $\mathbf{K}_j$  i može se primijeniti na ograničeni broj sila.

Rješenje metodom numeričke integracije izvodi se u nebeskom koordinatnom sustavu i ne zahtijeva ograničenja u pogledu broja sila smetnji.

Najznačajnije sile smetnji koje djeluju na satelit mogu se razvrstati na: gravitacijske

- gradijent smetnji Zemljinog potencijala sile teže,
- Zemljini plimni valovi (direktni — indirektni),

negravitacijske sile

- tlak sunčevih zraka (direktni i indirektnih, odnosno reflektirani),
- otpor zraka.

Najznačajniji utjecaj je potencijal sila smetnje  $dV$  kojeg uzrokuje odstupanje Zemlje od homogene kugle i on se obično predstavlja u kuglinim funkcijama

$$-dV = \frac{GM}{r} \cdot \left[ \sum_{n=2}^{\infty} [a_E/r]^n \cdot J_n P_n(\cos \nu) + \sum_{n=2}^{\infty} \cdot \sum_{m=1}^n \cdot [a_E/r]^n \cdot (J_{nm} \cos m\lambda + K_{nm} \sin m\lambda) \cdot P_{nm}(\cos \nu) \right], \quad (2.2-2)$$

gdje je:

- $a_E$  — ekvatorski polumjer Zemlje,  
 $\nu, \lambda$  — polarna daljina i dužina satelita,  
 $P_n(\cos\nu)$  — Legendre-ovi polinomi,  
 $P_{nm}(\cos\nu)$  — Legendre-ove funkcije,  
 $J_n, J_{nm}, K_{nm}$  — koeficijenti kuglinih funkcija.

Zbog velike visine GPS — satelita, cca 20 200 km, nije neophodno uzimati u obzir indirektni utjecaj Zemljinih plimnih valova, indirektni solarni pritisak (Albedo) i utjecaj otpora zraka. Ostali utjecaji prouzrokuju sekularne, duge i kratko-periodične varijacije parametara putanje satelita. Dobar uvid u promjenu parametara daje tablica 2.2.—1. Kratkoperiodične smetnje smatraju se one čiji je period ispod vremena obilaska satelita (12 sati).

### 2.3. Računanje pozicije satelita

Podatke o putanji satelita može korisnik dobiti za vrijeme mjerenja u kodiranom obliku satelitskog signala ili nakon mjerenja od odgovarajućih institucija u obliku »preciznih efemerida«.

U efemeridima satelita (Broadcasting Ephemeride) svakog referentnog sata ( $t_0$ ) daju se parametri referentne elipse ( $a, e, i, \Omega, \omega, M$ )<sub>0</sub>, sekularne, odnosno dugoperiodične  $\Delta n, \dot{\Omega}$ , i i kratkoperiodične smetnje  $du, dr, di$ .

Tablica 2.2-1

Parametar putanje	Period varijacije		
	sekundarni	dugoperiodični	kratkoperiodični
a	ne	ne	da
e	ne	da	da
i	ne	da	da
$\Omega$	da	da	da
$\omega$	da	da	da
M	da	da	da

Referentna epoha  $t_0$  je definirana brojem sekundi od početka tekućeg GPS-tjedna (nedjelja 0<sup>h</sup> GPS-vrijeme). Kratkoperiodične smetnje daju se s Fourierovim koeficijentima  $C_{us}, C_{uc}, C_{rs}, C_{re}, C_{is}, C_{ic}$ .

Za trenutak opažanja  $t$ , s  $\Delta t = t - t_0$  izračunaju se elementi Keplerove elipse

$$a = a_0,$$

$$e = e_0,$$

$$i = i_0 + \dot{i} \Delta t + C_{is} \sin(2u) + C_{ic} \cos(2u),$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} \Delta t, \quad (2.3-1)$$

$$\omega = \omega_0 + C_{us} \sin(2u) + C_{uc} \cos(2u),$$

$$M = M_0 + (n_0 + \Delta n) \Delta t,$$

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} + C_{rs} \sin(2u) + C_{rc} \cos(2u).$$

Udaljenost satelita od stanice s obzirom na trenutačni koordinatni sustav povezan sa Zemljom iz jednadžbe (2.1-5) glasi

$$r_{CEP}^i = r \cdot \begin{bmatrix} \cos u \cdot \cos l - \sin u \cdot \sin l \cdot \cos i \\ \cos u \cdot \sin l + \sin u \cdot \cos l \cdot \cos i \\ \sin u \cdot \sin i \end{bmatrix} \quad (2.3-2)$$

$$\text{sa } u = \omega + v,$$

$$l = \Omega - \Theta_0.$$

A u koordinatnom sustavu CIO-pol moramo uzeti u obzir koordinate pola

$$r_{CIO}^i = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & +x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{bmatrix} \cdot r_{CEP}^i. \quad (2.3-3)$$

Od siječnja 1987. geocentrični koordinatni sustav daje se u Svjetskom koordinatnom sustavu WGS 84.

### 3. OSNOVE O PODACIMA MJERENJA

#### 3.1. Fizikalne osnove

Informacije za izvođenje mjerenih veličina prenose se elektromagnetskim valovima. Spomenimo osnovne fizikalne veličine:

$c$  — linearna frekvencija [ $s^{-1}$ ],

$v$  — kružna frekvencija [ $\text{cycle} \cdot s^{-1}$ ],

$f$  — valna duljina [ $m \cdot \text{cycle}^{-1}$ ],

$\lambda$  — period trajanja [ $s$ ],

$T$  — brzina svjetlosti [ $ms^{-1}$ ],

gdje je:

cycle — višekratnik broja  $2\pi$ , ili cijeli broj »punih krugova«, inače bezdimenzionalna veličina.

Između osnovnih fizikalnih veličina vrijede slijedeće relacije:

$$f = 2\pi \cdot v = 2\pi \cdot 1/T = c/\lambda. \quad (3.1-1)$$



Kružna frekvencija je ustvari vremenska promjena faze

$$f = \frac{d\Phi}{dt},$$

odnosno

$$\Phi_i = \int_{t_0}^i f \cdot dt = f \cdot t, \quad (3.1-2)$$

dakako uz početni uvjet  $\Phi(t_0) = 0$ .

Vremenska faza  $\Phi_t$  je argument stacionarnog titranja i u slučaju prostornog vala neophodno je prostornu fazu  $\Phi_{\text{prostora}} = f \cdot t_p$  uzeti u obzir, gdje je  $t_p$  ustvari vrijeme potrebno da pređe duljinu  $r$  u vakumu. Na osnovi toga može se napisati fazna jednadžba za elektromagnetske valove.

$$\Phi = \Phi_i - \Phi_{\text{prostora}} = f(t - t_p) = f(t - r/c). \quad (3.1-3)$$

### 3.2. Pseudo udaljenosti iz opažanja vremena

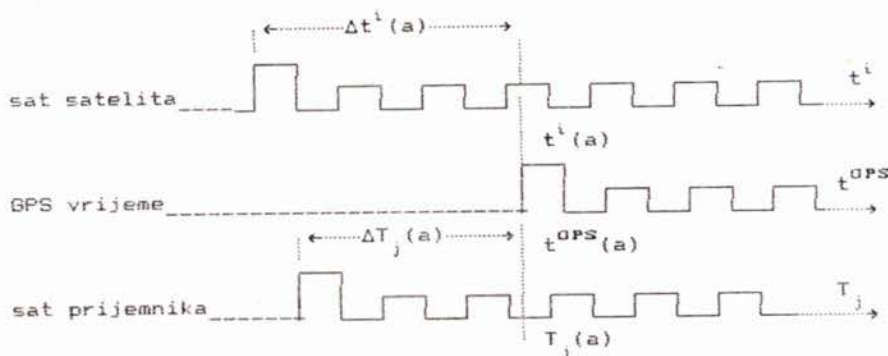
Uvedimo slijedeće oznake:

$t^i(a)$  — vrijeme mjereno satelitskim satom u trenutku »a« GPS vremena,

$T_j(a)$  — vrijeme mjereno satom prijemnika u trenutku »a« GPS vremena,

$\Delta t^i(a)$  — odstupanje sata satelita od GPS vremena u trenutku »a«,

$\Delta T_j(a)$  — odstupanje sata prijemnika od GPS vremena u trenutku »a«,



$$t^i(a) = t^{\text{GPS}}(a) - \Delta t^i(a)$$

$$T_j(a) = t^{\text{GPS}}(a) - \Delta T_j(a). \quad (3.2-1)$$

Na osnovu mjerene razlike vremena može se izračunati pseudo udaljenost

$$\begin{aligned} \tilde{p}_j^i &= c(T_j(b) - t^i(a)) = c \cdot [t^{\text{GPS}}(b) - \Delta T_j(b) - t^{\text{GPS}}(a) + \Delta t^i(a)] = \\ &= c \cdot [t^{\text{GPS}}(b) - t^{\text{GPS}}(a)] + c \cdot [\Delta t^i(a) - \Delta T_j(b)] = p_j^i + c \cdot \tilde{\Delta b} \quad (3.2-2) \end{aligned}$$

gdje je:

- $\tilde{p}_j^i$  — stvarna udaljenost satelita od prijemnika u trenutku (a),  
 $\Delta b$  — razlika u hodovima sata satelita i prijemnika u trenutku emitiranja i prijema signala u odnosu na GPS vrijeme,  
 $\tilde{p}_j^i$  — pseudoudaljenost = stvarna udaljenost minus umnožak brzine prostiranja elektromagnetskog vala i razlike u hodovima sata i prijemnika.

Očitavanje sata satelita  $t^i(a)$  obavlja se indirektno preko moduliranog koda na satelitskom signalu. Na osnovu sl. 1 može se napisati slijedeća vektorska jednažba:

$$|\mathbf{r}^i - \mathbf{R}_j| = \tilde{p}_j^i - c \cdot [\Delta t^i(a) - \Delta T_j(b)]. \quad (3.2-3)$$

### 3.3. Pseudoudaljenosti iz faznih mjerenja

Pođimo od osnovne fazne jednažbe elektromagnetskih valova:

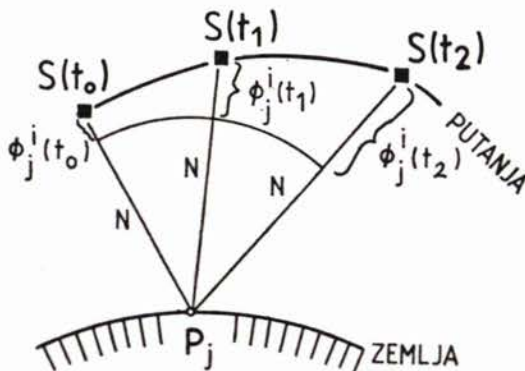
$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 - \Phi_{\text{prostora}} = f(t - t_p) = f(t - p/c) \\ \Phi_1 &= f \cdot t. \end{aligned} \quad (3.3-1)$$

Trenutačnu fazu  $\varphi_j^i$  primljenog signala u j prijemniku od i satelita možemo napisati kao funkciju primljene frekvencije  $F_j^i$  i proteklog vremena od odašiljanja do prijema signala.

$$\varphi_j^i = F_j^i \cdot \frac{\tilde{p}_j^i}{c} = F_j^i \cdot [T_j(b) - t^i(a)] + N_j^i. \quad (3.3-2)$$

U biti se u prijemnicima mjeri fazna razlika (»Beat-Phase«) između primljene faze satelita (i) u stanici (j) i generiranog referentnog signala  $F_j$  u prijemniku, tj.

$$\Delta\varphi_j^i(b) = \varphi_j^i(b) - \varphi_j(b) = \int_{t_0}^{t^i(b)} F_j^i dt - \int_{t_0}^{T_j(b)} F_j dt. \quad (3.3-3)$$



Sl. 5: Pseudo udaljenosti iz faznih mjerenja

Koristeći izraz za doplerovski efekt

$$F_j^i = F^i \left( 1 - \frac{1}{c} \cdot \frac{dp_j^i}{dt} \right), \quad (3.3-4)$$

izraz (3.3-3) da se napisati u slijedećem obliku

$$\Delta\varphi_j^i(b) = \int_{t_0}^{t^i(b)} F^i \cdot dt - \int_{t_0}^{t^i(b)} F^i \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{dp_j^i}{dt} \cdot dt + N_j^i - F_j [t^{\text{GPS}}(b) - \Delta T_j(b)]$$

$$\Delta\varphi_j^i(b) = F^i [t^{\text{GPS}}(b) - \Delta t^i(b)] - \frac{F^i}{c} p_j^i + N_j^i - F_j \cdot t^{\text{GPS}}(b) + F_j \Delta T_j(b),$$

gdje je:

$$F^i t_0 = F_j t_0 = 0,$$

$$\Delta\varphi_j^i(b) = F^i t^{\text{GPS}}(b) - F_j t^{\text{GPS}}(b) - F^i \Delta t^i(b) + F_j \Delta T_j(b) - \frac{F^i}{c} p_j^i + N_j^i. \quad (3.3-5)$$

Ukoliko se uvedu pojednostavljenja  $F^i = F_j = F$ , tada se može (3.3—5) napisati u obliku

$$\Delta\varphi_j^i(b) = F \cdot [\Delta T_j(b) - \Delta t^i(b)] - \frac{F}{c} p_j^i + N_j^i = -\frac{F}{c} p_j^i + F \widetilde{\Delta b}(b) + N_j^i;$$

$$\widetilde{\Delta b}(b) = \Delta T_j(b) - \Delta t^i(b). \quad (3.3-6)$$

Odnosno

$$\lambda \cdot \Delta\varphi_j^i = -p_j^i + F \cdot \lambda \cdot \widetilde{\Delta b}(b) + \lambda \cdot N_j^i,$$

$$\lambda \cdot \Delta\varphi_j^i = -p_j^i + c \cdot \widetilde{\Delta b}(b) + \lambda N_j^i, \quad (3.3-7)$$

$$p_j^i = |r^i - R_j| = -\lambda \cdot \Delta\varphi_j^i + c \cdot \widetilde{\Delta b}(b) + \lambda \cdot N_j^i. \quad (3.3-8)$$

Uveli smo oznaku  $\Phi_j^i = -\Delta\varphi_j^i$ , tad se iz (3.3-7) dobije

$$\lambda \cdot \varphi_j^i = p_j^i - c \cdot \widetilde{\Delta b}(b) - \lambda \cdot N_j^i = p_j^i + \Delta p - \lambda \cdot N_j^i; \quad (\Delta p = -c \cdot \widetilde{\Delta b}(b))$$

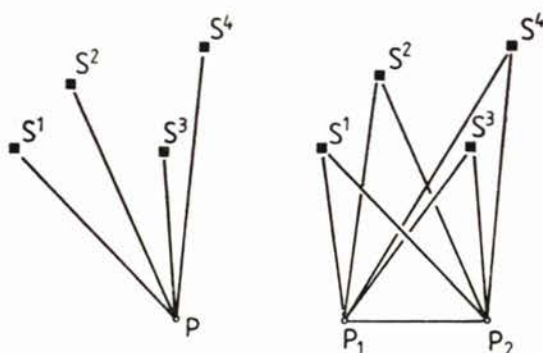
$$p_j^i = |r^i - R_j| = \lambda \cdot \varphi_j^i + c \cdot \widetilde{\Delta b}(b) + \lambda \cdot N_j^i. \quad (3.3-9)$$

## 4. METODE MJERENJA

Općenito metode mjerenja možemo podijeliti na:

- apsolutne odnosno relativne,
- statičke i kinematičke,

a njihovim daljnjim kombinacijama mogu nastati ostali postupci mjerenja.



Sl. 6: Princip apsolutnog (lijevo) i relativnog (desno) određivanja koordinata točaka. (S<sup>i</sup> položaj satelita, P, P<sub>1</sub> i P<sub>2</sub> terestričke stanice.)

*Apsolutno* određivanje sl. 6. je nezavisno određivanje koordinata pojedinih točaka, gdje se koordinate dobivaju odmah u jedinstvenom globalnom koordinatnom sustavu (WGS 84). Za ovu metodu potreban je samo jedan prijemnik.

*Relativna* određivanja podrazumijevaju (kvazi) simultana mjerenja udaljenosti ili faze nosećih valova na dvije ili više točaka. Za ovu metodu neophodno je imati najmanje dva ili više prijemnika. U slučaju mjerenja faznih razlika moguće je postići relativnu točnost od  $\pm 0,1$  ppm, odnosno  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ .

U *statičkom modelu* prijemnici za vrijeme mjerenja miruju i možemo postići veliki broj prekobrojnih mjerenja, dok kod kinematičke metode prijemnici se kreću za vrijeme mjerenja i tu se susrećemo sa vrlo malim brojem prekobrojnih mjerenja ili bez njih.

*Apsolutno-statičko određivanje* u intervalu od 1 sekunde daje točnost koordinata od 20—50 m upotrebom C/A-coda, odnosno 5—10 m sa P-codom. Točnost se može povećati naknadnom upotrebom preciznih efemerida na 2—5 m. Ustvari, za određivanja koordinata antene prijemnika neophodne su informacije o putanjama i o hodovima sata satelita. Zbog toga primljeni signali od satelita moraju sadržavati tzv. »navigacione vijesti«. Noseći valovi se dodatno fazno moduliraju sa  $+1$  ili  $-1$ , sa tzv. C/A-codom i tajnim P-codom.

Skraćenica P-cod znači »Precise« ili »Protect« čije je poznavanje neophodno za točno pozicioniranje odmah u trenutku mjerenja. Ovo moduliranje se ponavlja svakih 266 dana, a modulacioni takt pokazuje da je svaki 154. val fazno moduliran sa  $+1$  ili  $-1$ . Za korištenje ovog coda neophodna je dozvola Američkog ministarstva obrane i naravno poznavanje tajnog koda (šifre). Ovaj kod npr. koriste Texas prijemnici; a ima valnu duljinu do 29.3 m. Pošto se



identični val ponavlja poslije dugog perioda, obrada ovog vala je jednoznačna. Za razliku P-coda, C/A-cod ima valnu duljinu od 293 m pa samim time i 10 puta manju moć razlučivanja.

Očito točnost C/A-coda je 10 puta manja. Međutim, pitanje je vremena kad će biti zabranjen P-cod za civilnu upotrebu. Metoda apsolutnog statičkog određivanja koristi se za određivanje koordinata točaka u svrhu dobivanja karata, za geofizička istraživanja i u vojne svrhe.

*Apsolutno-kinematičke metode* omogućuju u vremenskom periodu od svega 1 milisekunde postići točnost od 20—50 m. Važno je napomenuti, da je za ovu metodu određivanja neophodno simultano opažanje najmanje 4 satelita. Područje primjene ove metode ima široki spektar u navigaciji na moru, kopnu i u zraku.

*Relativno-statičke metode* do danas se najviše primjenjuju u krugu geodeta. Pri simultanom mjerenju s najmanje 2 prijemnika u toku 20 minuta moguće je postići relativnu točnost do duljine od 100 km od 2 ppm mjereći jednom frekvencijom, 1 ppm s dvije frekvencije, a naknadnom upotrebom preciznih efemerida čak točnost od 0,1 ppm. Ova metoda primjenjuje se u određivanju koordinata u višoj i inženjerskoj geodeziji, fotogrametriji i određivanju koordinata satelita.

*Relativno-kinematičke metode* omogućuju u kratkom vremenu mjerenja trajektorije pokretne antene prijemnika. Mjerenje traje obično po novoj točki cca 1 sekundu do 1 minutu, a za to vrijeme jedan prijemnik je stacioniran, a drugi se giba. Točnost ove metode je cca 50 cm, i prevladava danas mišljenje da će ova metoda naći u budućnosti najširu primjenu.

#### 4.1. Usporedba klasičnih i suvremenih geodetskih metoda

Uputno je komparirati klasične metode s metodama GPS. Klasične geodetske metode koje baziraju na mjerenju kutnih i linearnih veličina zahtijevaju obično podjelu točaka u hijerarhijske redove i zajedničko izjednačenje unutar pojedinog reda mreže. Obično se udaljenosti između točaka kreću od cca 1 do 30 km, i tu se postiže relativna točnost od 5 ppm, a kod GPS točke se ne moraju dogledati, neovisni smo od vremenskih prilika, i postizemo relativnu točnost od cca 1 ppm.

U inženjerskoj geodeziji mogu se upotrijebiti GPS uređaji i u malim mrežama za deformacijsku analizu objekata. U prostorno velikim mrežama GPS uređaji dolaze do punog izražaja kao npr. za geodinamička istraživanja i povezivanja i određivanja koordinata bušotina.

U tablici 4.1—1 preuzeta iz [4] prikazana je usporedba klasičnih, doplerovskih i GPS merenja s obzirom na niz kriterija. A na Sl. 7 prikaz točnosti pojedinih metoda pozicijskog određivanja.

#### 4.2. Točnost merenja

Točnost određivanja koordinata pomoću GPS ovisi o točnosti koordinata putanje satelita, točnosti mjerenih veličina i o rasporedu satelita iznad horizon-

ta točke u trenutku mjerenja. Geometrijsko mjerilo za kvalitet konfiguracije satelita je volumen tijela kojeg čine jedinični vektori između antene prijemnika i opažanih satelita. Veći volumen znači bolju geometriju. Drugi kriterij zasniva se na tzv. PDOP (Position Dilution of Precision) koji odgovara tragu

Tablica 4.1-1: Usporedba terestričkih i satelitskih metoda

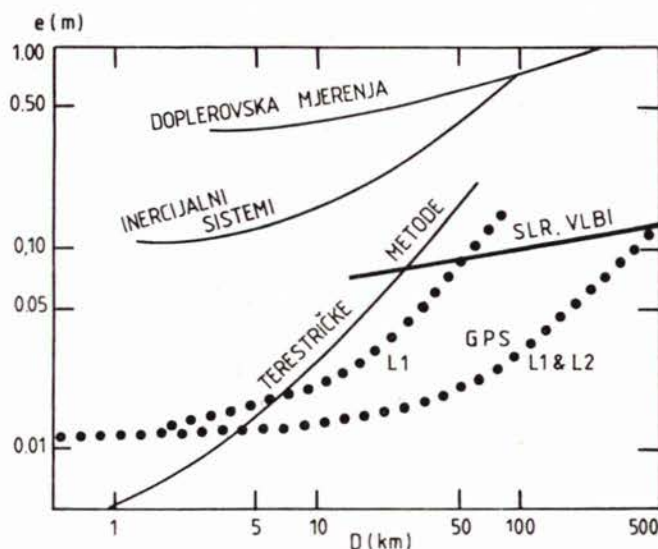
Kriterij	Totalne stanice	Doplerovska mjerenja	GPS
Apsolutne koordinate	ne	da	da (trenutačno)
Relativne koordinate	da	ne	da (naknadnom obradom)
Relativna točnost	$2 \cdot 10^{-6}$	20 cm	$1 \cdot 10^{-6}$ do $1 \cdot 10^{-7}$
Maksimalna udaljenost točaka	20—50 km	3000 km	do 10000 km
Vrijeme trajanja mjerenja za relativno određivanje	$10^s$ — $1^h$	10 dana	$1$ — $10^s$ kinematičko $0,5$ — $4^h$ statičko
Broj osoblja za posluhu	1	1	1
Mjerenje pri slabim vr. uvjetima	ne	da	da
Utjecaj troposfere	velik	malen	malen
Utjecaj ionosfere	ne	malen	malen do jak
Nužnost dogledanja	potrebna	nepotrebna	nepotrebna
Geometrijski oblik mreže	važan	skoro nevažan	nevažan
Rad s instrumentarijem	mučan i dugotrajan	jednostavan	jednostavan
Obrada rezultata mj. za 10 točaka	$0,5^h$	$20^h$	$8^h$
Izgradnja signala	da	ne	ne

kovariančne matrice računatih koordinata. Što je PDOP manji to znači da su točnije koordinate. Točnost mjerenih veličina ovisi o pogreškama koje mogu nastati kod emitiranja signala od satelita, na putanji signala ili u samom prijemniku signala. Pogreške mogu biti slučajnog ili sistematskog karaktera.

Sistematske pogreške koje uzrokuje satelit su pogreške u radiusvektoru  $r^i$  satelita i u hodu sata satelita  $\Delta t^i$ , pogreške vezane za prijemnik uzrokuju netočnosti u radiusvektoru stanice prijemnika  $R_j$  i u hodu sata prijemnika  $\Delta T_j$ . Dok pogreške vezane za put signala su refrakcije jonosfere i troposfere. S obzirom na jednadžbe opažanja (3.2—2) i (3.3—9) možemo napisati slijedeće izraze:

$$|r^i - R_j| = \tilde{p}_j^i - c \cdot \tilde{\Delta b}_j^i(a, b) - \Delta_{iono} - \Delta_{trop} \quad (4.2-1)$$

$$\lambda \cdot \Phi_j^i = p_j^i + \Delta p - N_j^i \cdot \lambda - \Delta_{iono} + \Delta_{trop} \quad (4.2-2)$$



Sl. 7: Pregled točnosti dužina određenih različitim metodama s obzirom na rastojanje točaka

odnosno uvođenjem pogrešaka  $\Delta r$  za promjenu vektora satelita  $r^i$  i vektora stajališta  $R_j$

$$p_j^i + \Delta r + c \cdot \Delta \tilde{b}_j^i(a, b) + \Delta_{\text{iono}} + \Delta_{\text{trop}} = \tilde{p}_j^i, \quad (4.2-3)$$

odnosno

$$\lambda \cdot \Phi_j^i = p_j^i + \Delta p + \Delta r - N_j^i \cdot \lambda - \Delta_{\text{iono}} + \Delta_{\text{trop}}, \quad (4.2-4)$$

gdje  $\tilde{b}$  sadrži pogreške satova satelita, odnosno prijemnika u odnosu na GPS vrijeme.

Pogreške satova u odnosu na GPS vrijeme obično se daju u obliku polinoma

$$\Delta t(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2, \quad (4.2-5)$$

s obzirom na referentno vrijeme  $t_0$ . Koeficijenti  $a_0$ ,  $a_1$  i  $a_2$  za satove satelita određuju kontrolne stanice i opažaču saopćavaju putem kodiranja primljenog signala. Koeficijenti sata prijemnika uvode se kao dodatne nepoznanice u jednadžbama mjerenja. Ove pogreške mogu se eliminirati i formiranjem razlika u jednadžbama opažanja.

#### 4.2.1. Refrakcija ionosfere

Ionosfera predstavlja dio atmosfere između 50 i 1000 km. Ona se sastoji od čestica koje se tzv. sunčanim vjetrovom ioniziraju i oslobađaju elektrone. U biti molekule zraka se ioniziraju pod utjecajem zračenja Sunca, posebice pod utjecajem rentgenskog zračenja i ultraviolettne svjetlosti.



Električno polje iona utječe na brzinu gibanja elektromagnetskih valova i to prouzrokuje sistematsku pogrešku  $\Delta_{\text{iono}}$  u mjerenoj dužini koja je u prvom približenju proporcionalna s gustoćom elektrona E, u ionosferi, obrnuto proporcionalna kvadratu frekvencije vala f, tj:

$$\Delta_{\text{iono}} = a \cdot \frac{E}{f^2} \cdot \frac{1}{\cos z} + \dots = \frac{A}{f^2} + \dots \quad (4.2.1-1)$$

Zbog ovisnosti  $\Delta_{\text{iono}}$  od gustoće elektrona E onda je noću ovaj utjecaj daleko manji od utjecaja danju, ali i noću može iznositi za satelite bliske zenitu i do 5 m.

Refrakcija ionosfere može se za određene modele modelirati. Obilježimo s  $\tilde{p}_j^i(f_j)$  mjerenu pseudo udaljenost za frekvenciju  $f_j$  i  $\Delta(f_j)_{\text{iono}}$  utjecaj ionosfere na pseudo udaljenost za frekvenciju, tada se izraz (3.2—2) može napisati

$$\tilde{p}_j^i(f_j) = p_j^i + c \Delta \tilde{b} + \Delta(f_j)_{\text{iono}}. \quad (4.2.1-2)$$

Razlikom pseudo udaljenosti mjerenih različitim frekvencijama može se izračunati koeficijent A u (4.2.1—1)

$$A = [\tilde{p}_j^i(f_1) + \tilde{p}_j^i(f_2)] \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}. \quad (4.2.1-3)$$

Eliminaciju utjecaja ionosfere moguće je preko linearne kombinacije mjerenih pseudoudaljenosti prikazati u obliku

$$\tilde{p} = n_1 \cdot \tilde{p}_j^i(f_1) + n_2 \cdot \tilde{p}_j^i(f_2). \quad (4.2.1-4)$$

Faktore  $n_1$  i  $n_2$  treba tako izračunati da  $\tilde{p}$  bude oslobođeno od refrakcije ionosfere tj:

$$\begin{aligned} n_1 \Delta(f_1)_{\text{iono}} + n_2 \cdot \Delta(f_2)_{\text{iono}} &= 0 \\ n_1 &= 1 \\ n_2 &= - \frac{\Delta(f_1)_{\text{iono}}}{\Delta(f_2)_{\text{iono}}} = - \left[ \frac{f_2}{f_1} \right]. \end{aligned} \quad (4.2.1-5)$$

Za eliminaciju utjecaja ionosfere u slučaju mjerenja faza preskočit ćemo detaljan izvod i napisat ćemo izraz za fazu bez utjecaja ionosfere

$$\Phi = \Phi(f_1) - \frac{f_2}{f_1} \cdot \Phi(f_2).$$

Ovom metodom dviju frekvencija može se eliminirati 95% utjecaja ionosfere.



#### 4.2.2. Utjecaj refrakcije troposfere

Kako je troposfera neelektrizirani medij utjecaj refrakcije troposfere može se prikazati kao linearna ovisnost od frekvencije. On se može uzeti u obzir u ovisnosti o mjerenoj temperaturi, tlaku i tlaku vodene pare u zraku (npr. prema Saastamoinenu (1973))

$$\Delta_{\text{trop}} = \frac{0,002277}{\cos z} \cdot \left[ p + \left( \frac{1255}{T} + 0,05 \right) \cdot e - \tan^2 z \right] + \dots \quad (4.2.2-1)$$

- $z$  — zenitna daljina satelita,  
 $p$  — pritisak u mbar,  
 $T$  — apsolutna temperatura u K = (PC + 273,2),  
 $e$  — pritisak vodene pare u mbar,  
 $\Delta_{\text{trop}}$  — korekcija mjerene dužine.

#### 4.3. Apsolutno određivanje točaka pomoću faznih mjerenja

Osnovna formula za određivanje koordinata stajališta na osnovu faznih mjerenja je (3.3—7)

$$\Phi_j^i(b) = \frac{1}{\lambda} \cdot p_j^i(b) - F \cdot \Delta \tilde{b}_j^i(b) - N_j^i \quad (3.3-7)$$

$\downarrow$   
 Mjerena  
 veličina  
 [cycles]

$\downarrow$   
 [cycles · m<sup>-1</sup>] · [m]

$\downarrow$   
 [cycles · s<sup>-1</sup>] · [s]

$\downarrow$   
 [cycles]

Lijeva strana je mjerena faza u vremenskom trenutku (b) stanice j na satelit i.  $p_j^i(b)$  je geometrijska udaljenost između stanice j i satelita i u vremenskom trenutku b i  $\Delta \tilde{b}_j^i$  je pogreška satova. Cjelobrojna, o vremenu neovisna, nepoznanica  $N_j^i$  naziva se najčešće »Ambiguity«. U svakom slučaju  $N_j^i = n \cdot 2\pi$ , gdje je n cijeli broj. Izraz (3.3—7) možemo predstaviti kao pseudo udaljenost koja geometrijsku udaljenost kviri za iznos

$$\lambda \cdot (-F \cdot \Delta \tilde{b}_j^i(b) - N_j^i) = -c \cdot \Delta \tilde{b}_j^i(b) - \lambda \cdot N_j^i \quad (4.3-1)$$

Mjerenje pseudo udaljenosti nije ograničeno na kodna mjerenja, kako to u nekim publikacijama piše, kao što se vidi pseudoudaljenosti mogu se dobiti i iz faznih mjerenja.

Osnovni model za apsolutno određivanje na osnovi faznih razlika je:

$$\Phi_j^i(b) = \frac{1}{\lambda} \cdot p_j^i(b) - N_j^i - F \cdot \Delta \tilde{b}_j^i(b). \quad (4.3-2)$$

Ovdje imamo po stanici slijedeći broj nepoznatih, 3 implicitno u vektoru  $p_j^i(b)$ , jednu cjelobrojnu nepoznanicu  $N_j^i$  za svaki satelit i jednu nepoznanicu sata

$\tilde{\Delta b}_j$  (b). Obilježimo sada sa  $n_j$  broj nepoznatih stajališta  $j$ ,  $n_i$  broj satelita  $i$ , a  $n_b$  broj trenutaka kad se obavljaju mjerenja. Tada je ukupan broj faznih mjerenja  $n_j \cdot n_i \cdot n_b$ , a imamo  $3 \cdot n_j$  nepoznatih koordinata stajališta,  $n_j \cdot n_i$  nepoznatih cijelih brojeva  $N_j^i$  (jedan po stanici  $i$  i satelitu) i  $n_j$  broj pogrešaka sata. Da bismo uopće imali rješenje neophodno je imati veći broj mjerenih veličina ili minimalno jednak broju nepoznanica.

$$n_j \cdot n_i \cdot n_b > 3 \cdot n_j + n_j \cdot n_i + n_j \quad (4.3-3)$$

odnosno

$$n_b > \frac{4 + n_i}{n_i} \quad (4.3-4)$$

Ako imamo 4 satelita ( $n_i = 4$ ), tada je  $n_b \geq (4 + 4)/4 = 2$ , znači da moramo mjeriti u dva vremenska trenutka, bez obzira koliko stanica imamo.

Naravno u jednostavnom modelu nismo prikazali utjecaj atmosfere i ostale male efekte.

#### 4.4. Relativno određivanje

U cilju povećanja točnosti, odnosno odstranjivanja izvjesnih pogrešaka mjerenja, daje se prednost mjerenju linearnih kombinacija faza i to u obliku

- jednostruke razlike (Single Difference)
- dvostruke razlike (Double Difference)
- trostruke razlike (Triple Difference)

Naravno da je za ovakva relativna odstupanja neophodno imati minimalno dva prijemnika.

Metoda jednostruke razlike je ustvari razlika između simultano primljenih faza od jednog te istog satelita na dva prijemnika.

##### 4.4.1. Single Difference

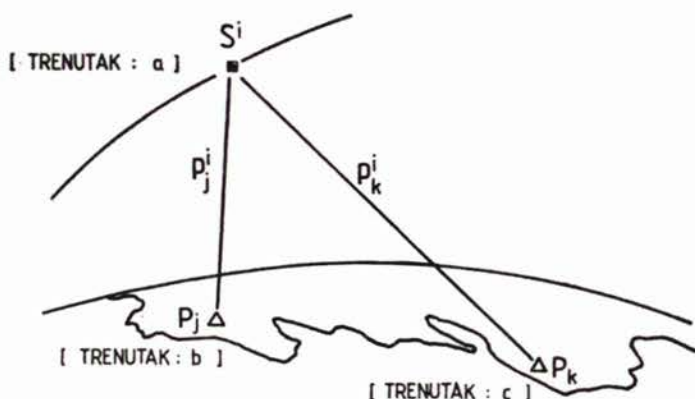
Ovom metodom eliminiramo utjecaje nestabilnosti sata satelita. Međutim, rijetko se koristi metoda jednostruke razlike na istoj stanici, simultanim opažanjima dva različita satelita. Mada bi se ovom metodom mogle eliminirati sistematske pogreške sata prijemnika.

Na osnovi sl. 8 i već izvedenih izraza (4.3—2) i (4.2—4) možemo napisati slijedeći izraz za stajalište  $j$

$$\Phi_j^i(b) = \frac{F}{c} |r^i - R_j| - F [\Delta T_j(b) - \Delta t^i(b)] - N_j^i(b) - \Delta \varphi_j^i(b)_{\text{iono}} + \Delta \varphi_j^i(b)_{\text{trop}} \quad (4.4.1-1)$$

odnosno  $k$

$$\Phi_k^i(c) = \frac{F}{c} |r^i - R_k| - F [\Delta T_k(c) - \Delta t^i(c)] - N_k^i(c) - \Delta \varphi_k^i(c)_{\text{iono}} + \Delta \varphi_k^i(c)_{\text{trop}} \quad (4.4.1-2)$$



Sl. 8: Princip jednostrukih razlika

Odgovarajući refrakcioni utjecaji iono, odnosno tropo-sfere prikazani su u obliku podijeljenom s valnom duljinom.

$$\Delta\varphi_j^i(b)_{iono} = \Delta_j^i(b)_{iono}/\lambda$$

$$\Delta\varphi_j^i(b)_{trop} = \Delta^i(b)_{trop}/\lambda,$$

očigledno izostavljeni su i mali relativistički utjecaji.

Linearnom kombinacijom (4.4.1—1) i (4.4.1—2) dobit će se

$$\Delta\varphi_{jk}^i = \varphi_k^i - \varphi_j^i,$$

odnosno

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{jk}^i = & \frac{F}{c} |r^i - R_k| - \frac{F}{c} |r^i - R_j| + F \Delta T_j(b) - F \Delta T_k(c) - N_k^i + N_j^i - \\ & - \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} + \Delta\varphi_j^i(b)_{iono} + \Delta\varphi_k^i(c)_{trop} - \Delta\varphi_j^i(b)_{trop} \end{aligned} \quad (4.4.1-3)$$

Očito u (4.4.1—3)  $F \cdot \Delta t^i(b)$  i  $F \cdot \Delta t^i(c)$  su uzeti da su jednaki i na taj način eliminirali smo pogrešku sata satelita. To se može napraviti pošto se hod sata satelita u vremenskom intervalu od 0.03<sup>s</sup> može smatrati konstantnim. Uvođenjem supstitucije

$$-N_{jk}^i = -N_k^i + N_j^i = -2n\pi = -N_{jk}^i$$

$$\delta_{jk}^i(b, c) = \Delta T_k(c) - \Delta T_j(b).$$

Dobiva se konačan izraz za jednostruku faznu razliku bez prikaza utjecaja refrakcije

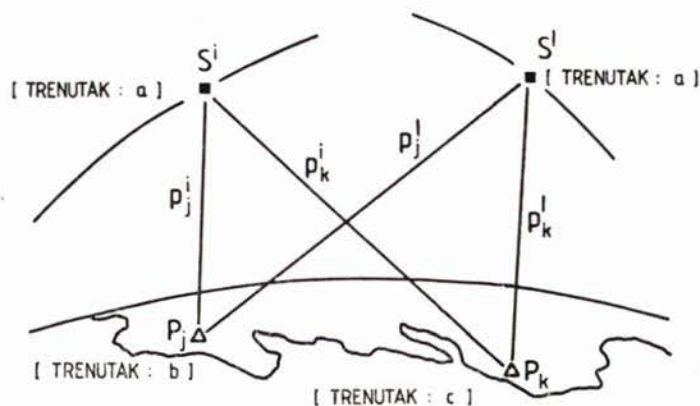
$$\Delta\varphi_{jk}^i = \frac{F}{c} |r^i - R_k| - \frac{F}{c} |r^i - R_j| - F \Delta T_j(b) + F \Delta T_k(c) - N_{jk}^i,$$

odnosno

$$\Delta\varphi_{jk}^i = \frac{F}{c} |r^i - R_k| - \frac{F}{c} |r^i - R_j| + F^i \delta_{jk}^i(b, c) - N_{jk}^i - \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} + \\ + \Delta\varphi_j^i(b)_{iono} + \Delta\varphi_k^i(c)_{trop.} - \Delta\varphi_j^i(b)_{trop.} \quad (4.4.1-4)$$

#### 4.4.2. Double Difference

Dvostruka razlika je razlika dviju jednostrukih razlika faza koje se odnose na dva satelita u istom vremenskom trenutku. Ovom metodom eliminiramo pogreške oba sata, tj. pogreške sata satelita i pogreške satova oba prijemnika.



Sl. 9: Princip dvostruke fazne razlike

Na osnovi sl. 9 izraza (4.4.1—4)

$$\Delta\varphi_{jk}^i = \Delta\varphi_{jk}^i - \Delta\varphi_{jk}^i$$

$$\Delta\varphi_{jk}^i = \frac{F}{c} |r^i - R_k| - \frac{F}{c} |r^i - R_j| - \frac{F}{c} |r^i - R_k| + \frac{F}{c} |r^i - R_j| - N_{jk}^i - \\ - \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} + \Delta\varphi_j^i(b)_{iono} + \Delta\varphi_k^i(c)_{trop.} - \Delta\varphi_j^i(b)_{trop.} + \\ + \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} - \Delta\varphi_j^i(b)_{iono} - \Delta\varphi_k^i(c)_{trop.} + \Delta\varphi_j^i(b)_{trop.}, \\ N_{jk}^i = -N_{jk}^i + N_{jk}^i.$$

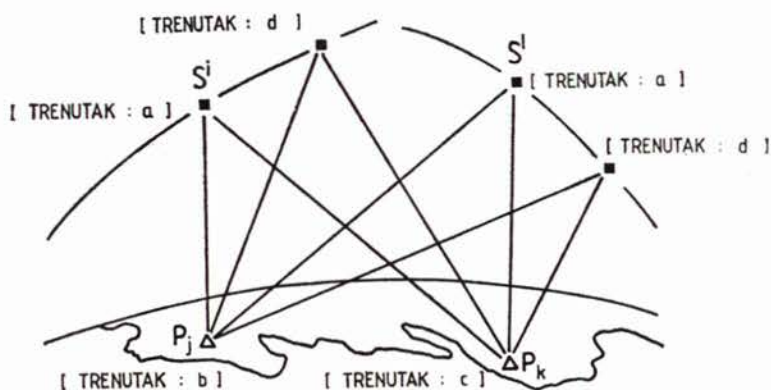
Očito ovim modelom smanjuje se utjecaj refrakcije kako troposfere tako i ionosfere, pogotovo na kratkim udaljenostima prijemnika (npr.  $-\Delta\varphi_k^i(c)_{iono} + \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} \approx 0$ ), a osim toga eliminirane su pogreške sata satelita i oba prijemnika.



## 4.4.3. Triple Difference

Trostruku razliku najbolje pokazuje sl. 10

$$[\Delta\varphi]_a^d = [\Delta\varphi_{jk}^d]^d - [\Delta\varphi_{jk}^a]^a,$$



Sl. 10: Princip trostruke fazne razlike

a to je ustvari razlika dviju dvostrukih razlika za isti raspored prijemnika i satelita u dva različita vremenska trenutka, d i a.

## 4.4.4. Relativno-kinematičko-određivanje na osnovi faznih mjerenja

Razlika između dinamičkog i statičkog određivanja, najbolje je uočljiva u osnovnoj jednadžbi satelitske geodezije izražene kao funkcije mjerenja b

$$p_j^i(b) = |r^i(b) - R_j(b)|. \quad (1.1-1)$$

Kod kinematičkog određivanja vektor stranice  $R_j(b)$  je funkcija vremena b. Međutim, kod ove metode jedan prijemnik je stacioniran a drugi prijemnik se kreće. I ovdje se mogu primjeniti metode — jednostruke, dvostruke i trostruke fazne razlike.

Za relativno kinematičko određivanje može se napisati izraz pomoću jednostruke razlike (Single Difference) iz (4.4.1—4)

$$\begin{aligned} \Delta_k \varphi_j^i + \frac{F}{c} |r^i - R_j| = \frac{F}{c} |r^i - R_k| + F \delta_{jk}^i(b, c) - N_{jk}^i - \Delta \varphi_k^i(c)_{iono} + \\ + \Delta \varphi_j^i(b)_{iono} + \Delta \varphi_k^i(c)_{trop} - \Delta \varphi_j^i(b)_{trop}. \end{aligned} \quad (4.4.4-1)$$

Uvođenjem supstitucije

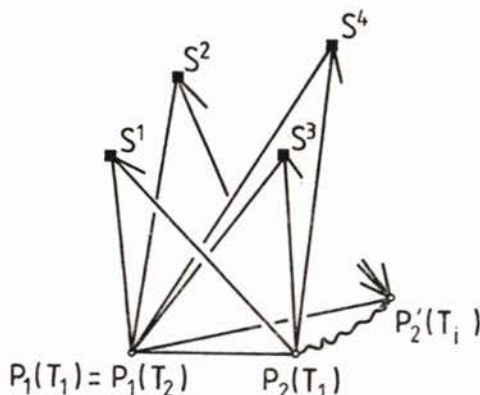
$$\Delta \varphi_{jk}^i + \frac{F}{c} |r^i - R_j| = l \Delta \varphi_{jk}^i,$$

uz uvjet poznatih koordinata  $R_j$  stajališta i koordinata  $r^i$  satelita  $r_i$  dobit ćemo jednadžbu opažanja u smislu posrednog izjednačenja

$$\begin{aligned} |\Delta\varphi_{jk}^i| = & \frac{F}{c} |r^i - R_k| + F \delta_{jk}(b, c) - N_{jk}^i - \Delta\varphi_k^i(c)_{iono} + \\ & + \Delta\varphi_j^i(b)_{iono} + \Delta\varphi_k^i(c)_{trop} - \Delta\varphi_j^i(b)_{trop}. \end{aligned} \quad (4.4.4-2)$$

Postavlja se pitanje koliko opažanja je neophodno napraviti da bi sistem jednadžbi (4.4.4-2) mogli riješiti. Obzirom da mjerenjem sa dvije frekvencije možemo eliminirati utjecaj ionosfere, a mjerenjem temperature, tlaka vodene pare u zraku i odgovarajućeg modela može se izračunati refrakcija troposfere. Izračunajmo sada koliko treba jednadžbi opažanja. Neka je kao i prije

- $n_i$  — broj satelita,
- $n_j$  — broj stajališta,
- $n_b$  — broj trenutaka mjerenja.



Sl. 11: Princip relativnog kinematičkog određivanja

Kod ove metode neophodno je poznavat jedan start vektor, tj. dvije točke sa poznatim koordinatama. Tada naša *uvjetna jednadžba* odnosno *nejednadžba* za broj opažanja  $n_b$  glasi iz (4.4.4-2)

$$\begin{aligned} n_i(n_b - 1) & \geq 3(n_b - 1) + (n_b - 1) \\ n_i & \geq 4. \end{aligned}$$

Znači neophodno nam je za ovu pozicijska određivanja najmanje 4 satelita, istina s mogućnošću određivanja pogreške sata za svaki trenutak mjerenja.

Sličnim razmatranjima dobile bi se jednadžbe popravaka za dvostruku i trostruku faznu razliku u slučaju relativnog-kinematičkog određivanja. Ova metoda može se s uspjehom koristiti za određivanje položaja bušotina na moru ili kopnu, povezivanja otoka s kopnom, za raznovrsne vojne potrebe, kao i kod određivanja položaja aviona u momentu fotogrametrijskog snimanja.

## 5. ZAKLJUČAK

Metoda Globalnih pozicijskih sistema je nesumljivo izazvala prekretnicu u razvoju suvremene geodezije, (vjerojatno ne revoluciju kao što misli ogroman broj današnjih geodeta). Ova metoda može se s uspjehom primijeniti za formiranje osnovnih geodetskih mreža, katastarskoj izmjeri, inženjerskoj geodeziji, geologiji, navigaciji, geofizici, bolje rečeno u svim geoznanostima koje traže koordinate točaka u prostoru vezane za određene vremenske trenutke. Npr. postavljanjem jednog uređaja u središtu regije, moguće je dobiti s drugim uređajem (bez dogledanja) koordinate ostalih točaka po terenu, a sa ovih točaka elektroničkom tahimetrijom snimiti teren. Korištenjem doplerovskih mjerenja i GPS-sistema moguće je ostvariti prostorni koordinatni sustav i na taj način izbjeći određivanje geoida-kvazigeoida. Međutim, problemi visinskih sustava (problemi s vodom) s tim se ne bi mogli riješiti, pa tek kombinacijom GPS sistema i gravimetrijskih mjerenja i ovi se problemi mogu riješiti, te u potpunosti zamijeniti klasična mjerenja u geodeziji.

Zemlje u razvoju, koje nemaju za svoje područje izrađene karte i planove isključivo koriste GPS uređaje za formiranje osnovne geodetske mreže, a razvijene zemlje koriste ih i u svih ostalim područjima geoznanosti.

Nažalost, zbog visoke cijene ovog uređaja (1 par 160.000 US \$ WM 102) mi ih danas u SFRJ nemamo, (izuzev Hidrografskog instituta JNA iz Splita koji posjeduje Mini-Ranger firme Motorola, koji zbog svoje točnosti nisu prikladni za geodetsku upotrebu, ali za satelitsku navigaciju su dovoljno točni); iako je ova metoda cca 40% jeftinija od klasične trilateracije. U civilnoj geodetskoj službi ova metoda je u upotrebi već cca 6 godina (ili metoda doplera cca 20 godina).

## ZAHVALA

Najljepše se zahvaljujemo tvornici geodetskih instrumenata Wild Herbrugg na ustupljenim slikama za grafoskope, koje su nam poslužile pri izradi slika za ovaj članak.

## LITERATURA:

- [1] Bilajbegović, A.: Die theoretischen Mondgezeiten und ihre Genauigkeit mit Anwendung auf die geodätischen Abstandmessungen zum Mond. Dissertation, DKG Reihe C, Heft Nr. 248, München, 1978.
- [2] Bilajbegović, A.: Viša geodezija. Skripta u rukopisu, Zagreb, 1987.
- [3] Forum Nr. 4 IV/84: Seminar GPS-System und Macrometermessungen. Zeitschrift der öffentlich Bestellten Vermessungs-ingenieure, Köln, 1984.
- [4] Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, H.: GSP Von der Theorie zur Praxis, Graz, 1988.
- [5] King, R. W. and others: Surveying with GPS. Monography 9. School of Surveying The University of New South Wales Kensington, N. S. W. Australia, 1985.
- [6] Musulin, A.: Satelitska navigacija u off-shore istraživanjima nafte i plina Jadranskog podmorja. Nafta broj 2, veljača, 1977.
- [7] Scherrer, R.: The WM GPS Primer. Wild Heerbrugg, 1985.
- [8] Wells, D.: Guide to GPS Positioning. Canadian GPS Associates, May, 1987.
- [9] Wolf, H.: Datums-Bestimmungen im Bereich der deutschen Landesvermessung. ZfV. Heft 8. Stuttgart, 1987.



## SAŽETAK

U ovom radu ukratko je obrađena metoda globalnih pozicijskih sistema. Počev od osnovnog koncepta satelitske geodezije, date su osnove nebeske mehanike važne za određivanje putanje satelita, obrađene su i osnove o podacima mjerenja, kao i metode mjerenja. Kod metoda mjerenja posebice su obrađene metode apsolutnog i relativno-kinematičkog određivanja koje se s uspjehom mogu primjeniti u cilju određivanja koordinata bušotina. Materija je obrađena tako da se uz malo predznanja matematike i fizike sve formule mogu izvesti. Detaljno su uspoređene klasične i suvremene geodetske metode na osnovi većeg broja kriterija.

## ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit ist die GPS-Methode (Global Positioning System) kurz bearbeitet. Beginnend mit dem Grundkonzept der Satellitengeodäsie sind die für die Bestimmung der Satellitenbahn wichtigen Fundamente der Himmelsmechanik gegeben und auch die Grundsätze über die Vermessungsdaten sowie die Messmethoden vorgebracht. Bei Messmethoden sind besonders jene hervorgehoben die zum Zweck der absoluten und relativen kinematischen Bestimmung der Bohrungsstellen mit Erfolg angewendet werden können. Der Sachverhalt ist so bearbeitet, dass alle Formeln bei bescheidener Vorkenntnis der Mathematik und Physik ausgeführt werden können. Besonders aufmerksam sind die klassischen und zeitgenössischen Methoden der Geodäsie mit einer Reihe von Kriterien verglichen worden.

Primljeno: 1989-03-14