UDK 528.482
Stručni rad

IDENTIFIKACIJA STABILNIH TAČAKA U TRODIMENZIONALNIM GEODETSKIM MREŽAMA METODOM TRANSLACIJE KOORDINATNOG SISTEMA

Ivan ALEKSIĆ — Beograd*

1. UVOD

Teorijska i praktična primena metode identifikacije stabilnih tačaka translacijom koordinatnog sistema u 1-D i 2-D mrežama, detaljno je objašnjena u [1], [2], [3] i [4]. U ovom radu biće razmatrana primena navedene metode u 3-D mrežama.

2. PRIVIDNA POMERANJA TAČAKA

Kada su poznate prostorne koordinate tačaka u mreži, u prethodnoj epohi X_i, Y_i, Z_i i tekućoj X'_i, Y'_i, Z'_i određuje se prividna pomeranja tačaka u obliku

$$\begin{aligned} dX'_i &= X'_i - X_i \\ dY'_i &= Y'_i - Y_i \\ dZ'_i &= Z'_i - Z_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \end{aligned} \tag{1}$$

gde je n broj svih tačaka u mreži. Prividno pomeranje nestabilnih tačaka možemo napisati i u obliku

$$\begin{aligned} dX'_i &= d_{kx} + dX_i + \varepsilon_i \\ dY'_i &= d_{ky} + dY_i + \varepsilon_i \\ dZ'_i &= d_{kz} + dZ_i + \varepsilon_i \end{aligned} \tag{2}$$

gde su:

- — d_{kx}, d_{ky}, d_{kz} pomeranja koordinatnog sistema,
- — dX_i, dY_i, dZ_i sopstvena pomeranja tačaka,
- — ε_i greške rezultata merenih veličina.

* Mr. Ivan Aleksić, dipl. inž., Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu, Bulevar revolucije 73.

Za stabilne tačke sledi

$$\begin{aligned} dX'_{si} &= X'_{si} - X_{si} = d_{kx} + dX_{si} + \varepsilon_i \\ dY'_{si} &= Y'_{si} - Y_{si} = d_{ky} + dY_{si} + \varepsilon_i \\ dZ'_{si} &= Z'_{si} - Z_{si} = d_{kz} + dZ_{si} + \varepsilon_i \end{aligned} \tag{3}$$

gde su dX_{si}, dY_{si}, dZ_{si} sopstvena pomeranja stabilnih tačaka. U opštem slučaju, kada je koordinatni sistem pomeren, matematička očekivanja prividnih pomeranja tačaka su:

— za nestabilne tačke

$$M\,[dj'_i] = d_{kj} + dj_i + \varepsilon_i = d_{kj} + dj_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \quad j = X, Y, Z$$

— za stabilne tačke

$$M\,[dj'_{si}] = d_{kj}$$

U specijalnom slučaju, kada koordinatni sistem nije pomeren važi

— za nestabilne tačke

$$M\,[dj'_i] = dj_i$$

— za stabilne

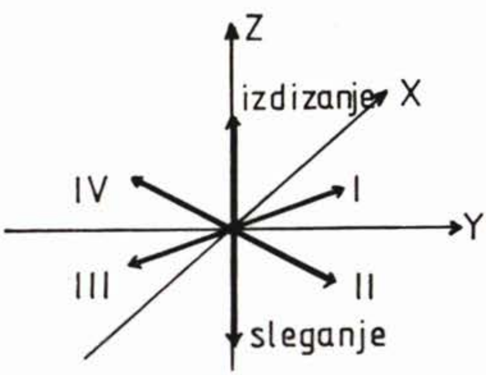
$$M\,[dj'_{si}] = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \quad j = X, Y, Z.$$

3. OPŠTA TENDENCIJA POZNATA

Imajući u vidu teorijska razmatranja u 1-D i 2-D mrežama sledi da tačka u 3-D mreži može biti pomerena u okviru segmenata datih na sl. 1

Opšta tendencija je poznata, kada je ustanovljeno:

— sleganje ili izdizanje
— jedan od četiri segmenta.



Sl. 1. Segmenti pomeranja tačaka u 3-D mreži.

Odluka o najstabilnijoj tački se donosi na sledeći način:

A. tendencija sleganja

1. segment dX'_{min}, dY'_{min}, dZ'_{max},
2. segment dX'_{max}, dY'_{min}, dZ'_{max},
3. segment dX'_{max}, dY'_{max}, dZ'_{max},
4. segment dX'_{min}, dY'_{max}, dZ'_{max},

B. tendencija izdizanja

Za dX' i dY' važi kao u slučaju A. dok za Z osu odabira se vrednost dZ'_{min} bez obzira na segmente. Kada je određena najstabilnija tačka, u odnosu na nju određuju se relativna pomeranja

$$\begin{aligned} dX_i &= dX'_i - dX'_{(min/max)} \\ dY_i &= dY'_i - dY'_{(min/max)} \\ dZ_i &= dZ'_i - dZ'_{(min/max)} \end{aligned} \tag{4}$$

Intenzitet prostornog vektora relativnih pomeranja je

$$d_i = \sqrt{dX_i^2 + dY_i^2 + dZ_i^2}$$

a smer u odnosu na X, Y i Z osu

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= dX_i/\pm d_i \\ \cos\beta &= dY_i/\pm d_i \\ \cos\gamma &= dZ_i/\pm d_i \end{aligned}$$

4. MATRICA KOFAKTORA RELATIVNIH POMERANJA

Kada je identifikovana najstabilnija tačka u mreži onda, relativna pomeranja u odnosu na nju mogu se napisati u obliku

$$\begin{aligned} dX_i &= (X'_i - X'_s) - (X_i - X_s) \\ dY_i &= (Y'_i - Y'_s) - (Y_i - Y_s) \\ dZ_i &= (Z'_i - Z'_s) - (Z_i - Z_s), \qquad i = 1, 2, \ldots, n \end{aligned}$$

ili

$$\begin{aligned} dX &= B \cdot X' - B \cdot X \\ dY &= B \cdot Y' - B \cdot Y \\ dZ &= B \cdot Z' - B \cdot Z \end{aligned}$$

Matrica B je identična za X, Y i Z osu i ima oblik

$$
B_{nn} = \begin{bmatrix}
1 & 0 & \dots & -1 & \dots & 0 \\
0 & 1 & \dots & -1 & \dots & 0 \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & 0 & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
0 & 0 & & -1 & & 1
\end{bmatrix}
$$

Koeficijenti matrice B imaju značenje

— stabilna tačka $B(i, j) = 0, \; i = j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$

$B(i, j) = -1, \; i \neq j$

— nestabilna tačka $B(i, j) = 1, \; i = j$

$B(i, j) = 0, \; i \neq j.$

Matrice kofaktora relativnih pomeranja tačaka u odnosu na najstabilniju tačku, po osama X, Y i Z su

$$Q_{dx} = 2 \cdot B \cdot Q_x \cdot B^T, \quad Q_{dy} = 2 \cdot B \cdot Q_y \cdot B^T, \quad Q_{dz} = 2 \cdot B \cdot Q_z \cdot B^T \quad (5)$$

gde je geometrija mreže ista u obe epohe. Kada u 3-D mreži postoji n_1 stabilnih tačaka i n_2 nestabilnih, onda analogno slučaju 1-D i 2-D mreža, matrica B ima strukturu

— stabilne tačke $B(i, j) = (n_1 - 1)/n_1, \; i = j$

$B(i, j) = -1/n_1, \; i \neq j$

— nestabilne tačke $B(i, j) = 1, \; i = j$

$B(i, j) = 0, \; i \neq j$

a matrice kofaktora relativnih pomeranja imaju oblik (5).

5. TESTIRANJE STABILNIH TAČAKA

Najstabilnija tačka u 3-D mreži identifikovana je ovom metodom sa verovatnoćom p = 1. Hipotetička stanja nastupaju kada se želi saznati da li pored ove tačke postoji još tačaka koje pripadaju skupu stabilnih tačaka u granicama tačnosti merenja. U tom cilju vrši se testiranje statističkih hipoteza:

— nulta Ho: $M[dX] = 0, \quad M[dY] = 0, \quad M[dZ] = 0$

— alternativna Ha: $M[dX] \neq 0, \quad M[dY] \neq 0, \quad M[dZ] \neq 0.$

Dalji postupak je identičan slučajevima 1-D i 2-D mreža.

6. POMERANJA U RAZLIČITIM PRAVCIMA

Pomeranja tačaka u prostoru, u opštem slučaju su različita po intenzitetu i smeru. U ovom slučaju posmatraju se vrednosti prividnih pomeranja dX'_i, dY'_i i dZ'_i. Potrebno je uočiti one koje se grupišu u granicama tačnosti merenja oko neke vrednosti. Na osnovu n_1 vrednosti prividnih pomeranja koja se grupišu određujemo srednje vrednosti

$$\overline{dX'} = (1/n_1) \cdot \sum_{i=1}^{n1} dX'_i, \quad \overline{dY'} = (1/n_1) \cdot \sum_{i=1}^{n1} dY'_i, \quad \overline{dZ'} = (1/n_1) \cdot \sum_{i=1}^{n1} dZ'_i$$

Relativna pomeranja u odnosu na ovu fiktivnu stabilnu tačku su

$$dX_i = dX'_i - \overline{dX'}, \quad dY'_i = dY'_i - \overline{dY'}, \quad dZ_i = dZ'_i - \overline{dZ'}$$

Određivanje intenziteta i smera vektora relativnih deformacija kao i testiranje statističkih hipoteza, analogno je slučajevima poznatih tendencija.

7. PRIMER IDENTIFIKACIJE STABILNIH TAČAKA U 3-D MREŽI

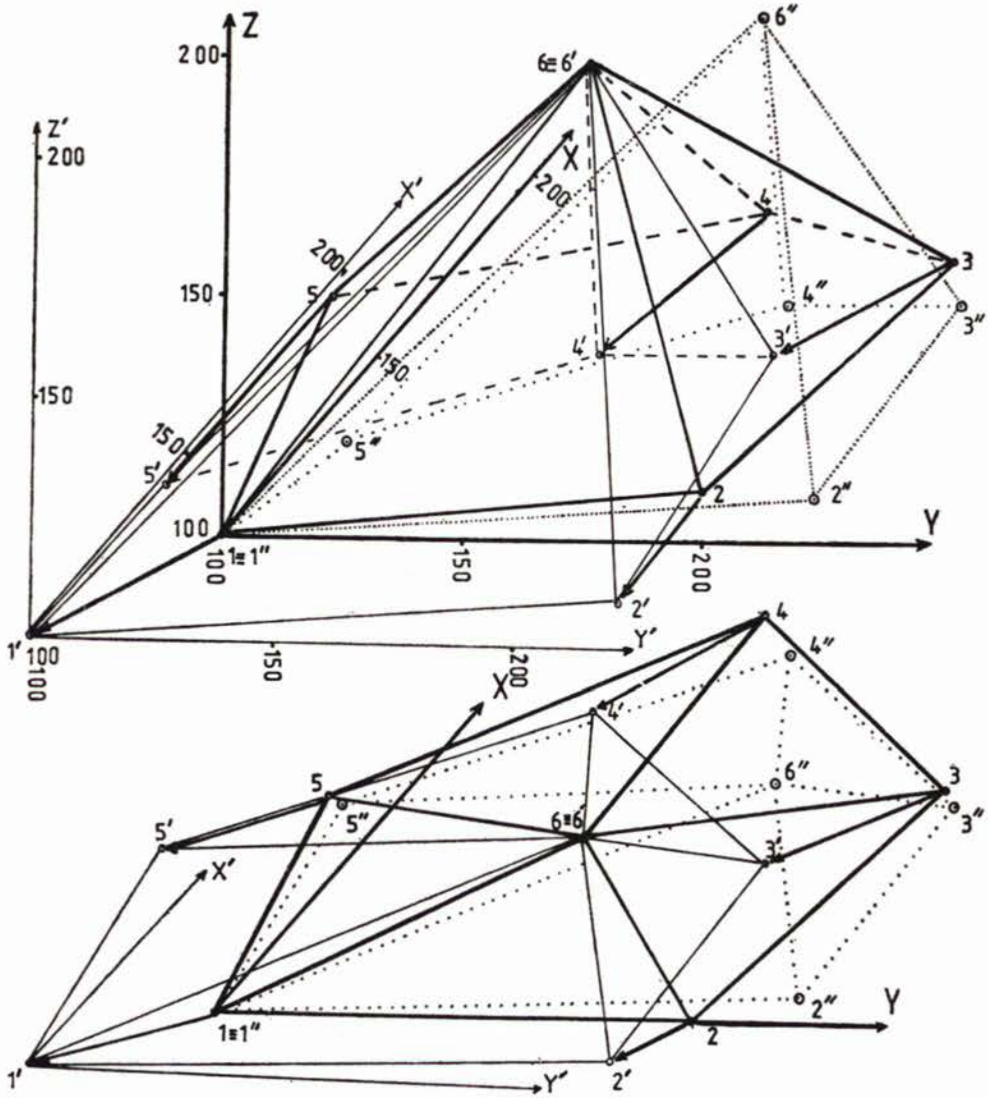
Radi ilustracije prethodnih razmatranja, identifikovaćemo najstabilniju tačku u 3-D mreži (sl. 2.). Tendencija tla u horizontalnoj ravni XOY je u trećem segmentu a po Z osi sleganje. Koordinate tačaka u 3-D mreži, u prethodnoj i narednoj epohi, kao i prividnih položaja su

Ti	X_i; Y_i; Z_i prethodna epoha			X'_i; Y'_i; Z'_i naredna epoha			X''_i; X''_i; Y''; Z''_i prividni položaj		
1	100	100	100	085	070	090	100	100	100
2	100	200	110	090	190	095	105	220	105
3	165	210	160	145	185	140	160	215	150
4	210	145	170	185	125	140	200	155	150
5	160	085	150	145	060	110	160	090	120
6	150	145	200	150	145	200	165	175	210

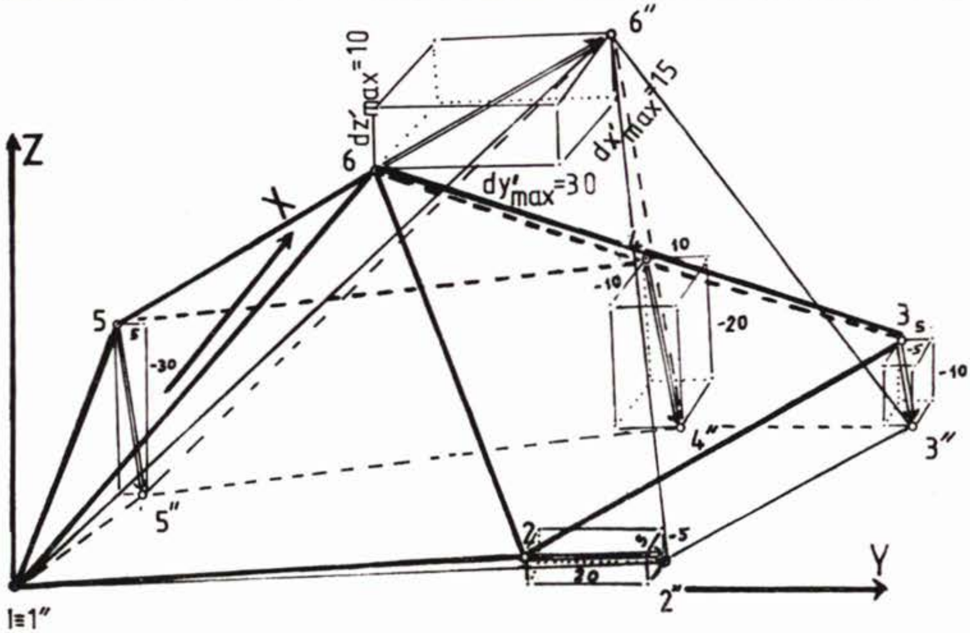
Prividna i relativna pomeranja tačaka su

Ti	dX'_i	dY'_i	dZ'_i	dX_i	dY_i	dZ_i
1	0	0	0	−15	−30	−10
2	5	20	−5	−10	−10	−15
3	−5	5	−10	−20	−25	−20
4	−10	10	−20	−25	−20	−30
5	0	5	−30	−15	−25	−40
6	15	30	10	0	0	0
	$dX'_{max} = 15$,		$dY'_{max} = 30$,		$dZ'_{max} = 10$	

a najstabilnija tačka broj 6.



Sl. 2. Prostorno pomeranje 3-D mreže.



Sl. 3. Prostorni vektori prividnih pomeranja.

LITERATURA:

[1] Mihailović, K.: Nov pristup za određivanje stabilnih tačaka kod deformacionih merenja, Zbornik radova Instituta za geodeziju, br. 24. Beograd, 1985.
[2] Mihailović, K.: Matematička obrada merenih veličina pri određivanju deformacija, Geodetski list Zagreb 1986, 4—6, 93—102.
[3] Mihailović, K.: Određivanje stabilnih repera, Geodetska služba br. 43. Beograd, 1985.
[4] Mihailović, K.: Identifikacija stabilnih tačaka, Savetovanje SGIGJ Priština 1988.
[5] Mierlo, J.: A Testing Procedure for Analysing Geodetic Deformation Measurements, Proceedings of the II. International Symposium of Deformation Measurements by Geodetic Metods, Bonn 1978.
[6] Pelzer, H.: Geodatische Netze in Lands- und Ingenieurvermessung II, Hanover 1985.

REZIME

U radu je pokazana mogućnost identifikacije stabilnih tačaka u 3-D geoteskih mrežama, a metodom translacije koordinatnog sistema.

ABSTRACT

The paper describe possibility identification at stable points in 3-D geodetic network, by method coordinate system translation.

Primljeno: 1988-11-19