

## SAVREMENI TRIGONOMETRIJSKI NIVELMAN KRATKIH STRANA U STANDARDNIM USLOVIMA

Gligorije PEROVIĆ — Beograd\*

### 1. UVOD

Sa pojavom novih tehnologija pojavljuju se i novi instrumenti za merenja. Od novih instrumenata, za masovnu primenu, značajni su elektronski teodoliti i elektrooptički daljinomeri, koji su, sa svojom visokom preciznošću doveli do pojave novih metoda merenja. Jedna od njih je savremeni trigonometrijski nivelman koji je već postao »ravnopravan« sa metodom nivelmana visoke tačnosti (videti, na primer, Becker, 1985). No ovde neće biti reči o tom nivelmanu, već o metodi trigonometrijskog nivelmana kratkih strana (rastojanja manja od 1 km) u tzv. standardnim uslovima. Dakle, reč će biti o metodi koja bi se mogla široko primenjivati u našoj praksi.

### 2. OPIS METODE

U Institutu za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu u 1987. godini, u okviru geodetskih radova na objektu AUTOPUT BRATSTVO—JEDINSTVO na delu trase OSTRUŽNICA—BUBANJ POTOK u dužini od 22 km, radi određivanja visina tačaka operativnog poligona korišćen je i trigonometrijski nivelman sa prosečnom dužinom strana od 0,3 km, pri čemu su minimalna i maksimalna dužina iznosile 0,1 i 0,8 km.

U postupku merenja bilo je planirano:

- (1) *obostrano merenje* zenitnih daljina;
- (2) merenje zenitnih daljina u *tri serije*, pri čemu jednu seriju sačinjavaju *pet merenja* (čitavanja) u prvom položaju durbina i neposredno posle toga pet merenja (čitavanja) u drugom položaju durbina;
- (3) merenje zenitne daljine »nazad« (merenje sa druge tačke) najkasnije *kroz pola sata*;
- (4) merenje visine instrumenta i signala *dva puta* — u metrima i u stopama, do na milimetar;

\* Prof. dr. inž. Gligorije Perović, Građevinski fakultet — Institut za geodeziju 11000 Beograd, Bulevar revolucije 73/I

(5) merenje rastojanja »napred« i »nazad«, sa merenjem pritiska i temperature vazduha radi uvođenja korekcija u rezultat merenja rastojanja, zbog atmosferskih uticaja.

Uslovi (1), (2), (4) i (5) ostvareni su kako je i planirano, pri čemu je merenje zenitne daljine u tri serije trajalo prosečno *pet do sedam minuta* dok uslov (3) nije ostvaren kako je bilo predviđeno. A naime, merenje zenitne daljine »nazad« izvođeno je od 20 minuta do 1,5 sati posle merenja zenitne daljine »napred« — u proseku merenje »nazad« izvođeno je *jedan sat posle merenja napred«.*

### 3. INSTRUMENTI I PRIBOR

Pri merenju su korišćeni Kernovi instrumenti sa odgovarajućim priborom. Za merenje zenitnih daljina korišćen je elektronski teodolit *Kern E2 351422*, a za merenje rastojanja elektrooptički daljinomer *Kern DM 503 broj 347929*, koje instrumente je, radi ispitivanja, firma Kern stavila (besplatno) na raspolaganje Institutu za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu u trajanju od 6 meseci. Za merenje visina instrumenta i signala korišćen je originalni mehanički visak-štap (firme Kern) sa dve podele: metrima i stopama — koje su istovremeno služile i za pouzdanost određivanja visine instrumenta i signala.

### 4. RADNI USLOVI

Ovde je reč prvenstveno o atmosferskim i terenskim uslovima pri merenju. Najveći deo (oko 95%) trase autoputa prolazi kroz *njive* i vizura je često prolazila neposredno *iznad žita* ili *kukuruza*, što je stvaralo posebne probleme pri merenju. Na nekoliko mesta trasa je prolazila iznad veoma ispresecanog terena tako da je eventualna zamena trigonometrijskog sa geometrijskim nivelanom bila nemoguća.

Sva merenja su izvršena u vremenu od 23. 06. do 14. 07. 1987. godine.

*Atmosferske prilike* pri merenju su bile *vrlo promenljive*. Vrlo često se smenjivalo vedro i oblačno vreme, a neretko su bili i kišni periodi vremena. Zbog hitnosti zadatka merenja su izvođena i neposredno posle kiše.

*Temperatura vazduha*, pri merenju, kretala se od 17 do 30°C.

Za radne uslove, dakle, može se slobodno reći da su bili na samoj granici standardnih uslova, ili možda, čak, i ispod standardnih.

### 5. PRECIZNOST MERENJA ZENITNIH DALJINA

Kao *mere preciznosti* određivanja zenitnih daljina korišćene su:

$\sigma_2^2$  — *dispersija merenja u poluseriji, sa ocenom  $m_2^2$* ;

$\sigma_1^2$  — *dispersija (jednog) merenja zenitne daljine* dobijena iz odstupanja *unutar serija* merenja, sa ocenom  $m_1^2$ , i

$\sigma_2^2$  — disperzija (jednog) merenja zenitne daljine dobijena iz odstupanja između serija merenja (između srednjih vrednosti po serijama), sa ocenom  $m_2^2$ .

Rezultati ocenjivanja su (sa dimenzijama u kvadratnim sekundama):

$\hat{\sigma}_8^2 = m_8^2 = 0,807$ , sa  $f_8 = 4036$  st. sl. — za disperziju merenja u poluseriji;

$\hat{\sigma}_1^2 = m_1^2 = 0,400$ , sa  $f_1 = 1896$  st. sl.

— za disperziju zenitne daljine

$\hat{\sigma}_2^2 = m_2^2 = 1,048$ , sa  $f_2 = 338$  st. sl.

Treba odmah primetiti da se ove srednje kvadratne greške, zbog velikog broja stepeni slobode pri njihovom određivanju, mogu uzeti kao *standardne greške merenja*. Tako je

$$m_8^2 \sim \sigma_8^2, \quad m_1^2 \sim \sigma_1^2 \quad \text{i} \quad m_2^2 \sim \sigma_2^2.$$

Disperzije  $\sigma_1^2$  i  $\sigma_8^2$  povezane su relacijom

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2} \sigma_8^2$$

što vrednost  $\frac{1}{2} m_8^2 = 0,403$  potvrđuje, odnosno što potvrđuje test

$$F(f_8, f_1) = \frac{m_8^2/2}{m_1^2} = 1,009 < 1,022 = F_{0,95}(f_8, f_1)$$

jer su  $m_1^2$  i  $m_8^2$  nezavisni.

Test saglasnosti »između serija« i »unutar serija« poznat kao F-test:

$$F(f_2, f_1) = \frac{m_2^2}{m_1^2} = 2,620 > 1,101 = F_{0,95}(f_2, f_1)$$

dovodi nas do prihvatanja hipoteze da je u merenjima zenitne daljine između serija postojao *sistematski uticaj*. Mi znamo da je to promena zenitne daljine zbog promene refrakcije. Ako taj uticaj u ukupnoj disperziji zenitne daljine označimo sa  $\sigma_8^2$ , pri čemu je uticaj slučajnih grešaka označen sa  $\sigma^2$ , onda *uticaj*  $\sigma_8^2$  možemo oceniti sa

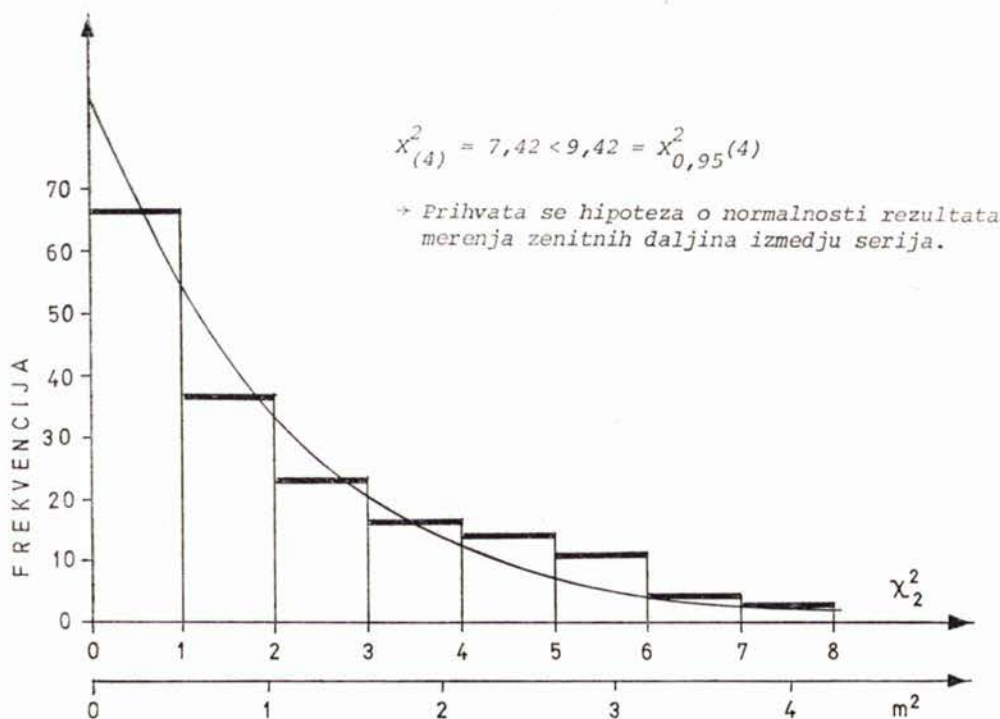
$$\hat{\sigma}_8^2 = m_8^2 = \frac{1}{5} (m_2^2 - m_1^2) = 0,1296 \rightarrow m_8 = 0,36'' \sim \sigma_8$$

To znači da je srednja promena zenitne daljine, zbog promene refrakcije, u toku pet-sedam minuta (prosečnog) merenja iznosila  $0,36''$ , tako da se može smatrati značajnom u odnosu na slučajne uticaje.

Raspored normalnosti rezultata merenja testiran je u poluserijama preko testova rasporeda raspona i srednje kvadratne greške  $m_{\bar{z}}^2$ ; i u serijama preko testova rasporeda raspona zenitne daljine i srednje kvadratne greške zenitne daljine. U sva četiri slučaja potvrđena je hipoteza o normalnosti rasporeda rezultata merenja u serijama — što se i očekivalo. Ovi rezultati neće biti prikazani.

Međutim, ovde je interesantno testirati promene između serija merenja, pošto smo konstatovali sistematske uticaje između serija. Ovo je izvršeno testiranjem rasporeda srednje kvadratne greške  $m_{2i}^2$  ( $i = 1, 2, \dots, 176$ ) koja je sračunata sa dva stepena slobode.

Pirsonov  $\chi^2$ -test ne protivreči hipotezi o normalnosti rasporeda rezultata merenja između serija (pri merenju u tri serije!). Rezultati testiranja prikazani su na sl. 1.



Sl. 1. Histogram frekvencija rasporeda srednje kvadratne greške zenitne daljine između serija merenja i Pirsonov  $\chi^2$ -test saglasnosti rasporeda

Ostaje još pitanje sa kojom je preciznošću izmerena zenitna daljina. Ovde se misli, naravno, na preciznost zenitne daljine kao aritmetičke sredine merenja iz tri serije — u oznaci  $\bar{\bar{Z}}$ . Tako će biti

$$m_z^2 = \frac{1}{3} m_{\delta z}^2 + \frac{1}{15} m_1^2 = 0,0432 + 0,0267 = 0,0699$$

i

$$m_{\bar{z}} = 0,26''.$$

## 6. KOVARIJACIONA I DISPERZIONA ANALIZA

U kovarijacionoj analizi velike probleme, pored ostalih, stvara plan opažanja. A naime, obično je vrlo teško ostvariti optimalan plan opažanja, tj. takav plan koji bi doveo do *ortogonalnosti kolona* matrice plana. Srećna je okolnost da je pri analizi kovarijacija u trigonometrijskom nivelmanu optimalni plan ostvarljiv, i to tako što se merenja izvode »napred-nazad«. Time je analiza kovarijacija u ovom slučaju znatno olakšana.

Za analizu kovarijacija i disperzija, u ovom slučaju, dovoljno je koristiti formule

$$h' = S' \cos Z' + i' - l' + (1 - k') \frac{D^2}{2r} + \frac{H_m}{r} D \operatorname{ctg} Z'$$

i

$$h'' = S'' \cos Z'' + i'' - l'' + (1 - k'') \frac{D^2}{2r} + \frac{H_m}{r} D \operatorname{ctg} Z'',$$

pri čemu su:  $h'$  i  $h''$  — visinske razlike »napred« i »nazad«;  $S'$  i  $S''$  — kosa rastojanja »napred« i »nazad«, oslobođena atmosferskih uticaja;  $i'$ ,  $i''$ ,  $l'$  i  $l''$  — odgovarajuće visine instrumenta i signala na prvoj i drugoj tački;  $k'$  i  $k''$  — koeficijenti refrakcije na prvoj i drugoj tački;  $D$  — rastojanje na nultoj nivoskoj površi;  $H_m$  — srednja visina strane;  $r$  — poluprečnik nulte nivoske površi za teritoriju na kojoj je mereno.

Razlike »napred« — »nazad« dobijaju se po formuli

$$d = h' + h'' = S' \cos Z' + S'' \cos Z'' + \frac{D^2}{r} - (k' + k'') \frac{D^2}{2r},$$

zbog  $i' = l'$  i  $i'' = l''$ , što je omogućeno merenjem »napred« — »nazad« pri istoj postavi stativa.

### 6.1. Pretpostavke i kovarijacioni model

Pre svega istaknimo da je *tačnost merenja rastojanja*, u ovom slučaju, poznata i odgovarajuća standardna greška iznosi

$$\sigma_s = 3 \text{ mm} + 2 \frac{\text{mm}}{\text{km}} S \text{ km},$$

pa s obzirom da prosečna zenitna daljina iznosi

$$\bar{Z} = 92,2^\circ, \quad \text{sa} \quad Z_{\max} = 100^\circ,$$

i s obzirom na to da je  $S < 0,8$  km to se uticaj greške merenja rastojanja može smatrati zanemarljivim u odnosu na ostale uticaje (maksimalni uticaj za  $S = 0,8$  km manji je od 0,6 mm).

Pretpostavke su:

1. Da je promena zenitne daljine, u toku jednog sata — koliko je u proseku proteklo vremena do merenja sa druge tačke, nezavisna od rastojanja, da ima karakter slučajne greške i da je homogena. Ove pretpostavke su i potvrđene (videti Bartletov test homogenosti sa  $\sigma_z^2$  po grupama: 1, 2, ... 7); i

2. Da se očekivana vrednost od  $k' + k''$ , pri rastojanjima od 0,1 do 0,8 km može smatrati konstantnom.

Iz ovih pretpostavki proističe *kovarijacioni model*.

$$M(d) = -\frac{D^2}{r} k, \quad \text{sa} \quad k = \frac{1}{2}(k' + k'')$$

i proporcionalnost veličini  $1/D^2$  (relativne) težine razlike  $d$ .

Druga pretpostavka je potvrđena testom adekvatnosti modela.

Razlike su grupisane u sedam intervala, prema veličini rastojanja  $D$ , što je u Tabeli 1 prikazano sredinom intervala  $D_i$ . Težine srednjih vrednosti  $d_i$  određene su po formuli

$$P_i = \frac{n_i}{D_i^2}$$

Veličine  $m_{di}$  predstavljaju ocenu rasturanja veličina  $d$  u grupi  $i$ . Rezultati u Tabeli 1 dati su posle primene kriterijuma značajnosti odstupanja pojedinih vrednosti od srednjih vrednosti.

Tabela 1. Podaci za analizu kovarijacija i disperzija (posle primene kriterijuma značajnosti).

$i$	$D_i$ (km)	$n_i$	$P_i$	$\bar{d}_i$ (mm)	$m_{di}$ (mm)	$f_i$
1	0,125	6	384	- 2,00	2,61	5
2	0,175	8	261	- 2,00	2,69	7
3	0,225	10	198	- 3,40	4,38	9
4	0,275	10	132	- 5,00	7,06	9
5	0,35	15	122	- 9,13	8,58	14
6	0,45	6	29,6	- 7,00	5,33	5
7	0,70	4	8,16	-19,25	7,27	3

Na osnovi podataka Tabele 1 za koeficijent refrakcije dobijena je ocena

$$\hat{k} = 0,346 \text{ sa } m_k = 0,052 \text{ i } f = 58 \text{ st. sl.}$$

## 6.2. Analiza disperzija

Za ocenu »čiste greške« (ocena greške unutar grupa) dobijeno je

$$m_1 = 20,75, \text{ sa } f_1 = 52,$$

dok je za ocenu greške iz odstupanja od modela dobijeno

$$m_2 = 20,03, \text{ sa } f_2 = 6,$$

pa test adekvatnosti

$$F(f_2, f_1) = \frac{m_2^2}{m_1^2} = 0,93 < 1$$

dovodi do *prihvatanja adekvatnosti modela*  $M(d) = -kD^2/r$ , i do objedinjene ocene  $m_0 = 20,68$  sa  $f = 58$  stepeni slobode.

Na osnovi grešaka  $m_d^2$  dobijene su ocene  $m_z^2$  za disperziju zenitne daljine (Tabela 2).

Tabela 2. Ocena disperzije zenitne daljine na osnovi ocena disperzija razlika d

i	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
$m_z^2$	9,26	5,04	8,05	14,01	12,77	2,98	2,90
f	5	7	9	9	14	5	3

Bartletov test daje  $\chi^2(6) = 6,75 < 12,59 = \chi_{0,95}^2(6)$  pa hipotezu  $H_0$  — o jednakosti disperzija zenitnih daljina po grupama — prihvatamo.

Drugim rečima prihvatamo hipotezu o jednakosti disperzija zenitnih daljina, što istovremeno povlači prihvatanje hipoteze o nezavisnosti tih disperzija od rastojanja. Sada, kad je prihvaćen test jednakosti disperzija, možemo dobiti definitivnu ocenu disperzije zenitne daljine koja iznosi

$$m_z^2 = 9,16 (''^2) \text{ sa } f = 52 \text{ stepena slobode.}$$

Dakle, srednje promene zenitne daljine u toku jednog sata, iznose

$$m_z = 3,0''.$$

U Tabeli 3 date su granice intervala poverenja, za verovatnoću 0,95, u kojima će se naći razlike d.

Tabela 3. Intervali poverenja za pojedine vrednosti  $\bar{d}_i$ 

i	$D_i$ km	(OD ; mm	DO) mm
1	0,125	(- 6,0;	4,4)
2	0,175	(- 8,9;	5,7)
3	0,225	(- 12,1;	6,7)
4	0,275	(- 15,5;	7,3)
5	0,35	(- 21,1;	7,9)
6	0,45	(- 29,3;	7,7)
7	0,70	(- 54,4;	1,8)

Iz grešaka  $m_{d_i}$  može se sračunati srednja greška obostrano određene visinske razlike  $\bar{h} = \frac{1}{2}(h' - h'')$ . Za prosečnu dužinu  $D = 0,3$  km ona iznosi

$$m_{\bar{h}} = 3,13 \frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}, \quad \text{sa } f = 58 \text{ stepeni slobode.}$$

## 7. TAČNOST TRIGONOMETRIJSKOG NIVELMANA

Tačnost ove vrste trigonometrijskog nivelmana ocenjena je: 1) iz razlika upoređenja visinskih razlika trigonometrijskog nivelmana sa visinskim razlikama geometrijskog nivelmana, i 2) iz ocena popravaka.

### 7.1. Ocena tačnosti iz upoređenja sa geometrijskim nivelmanom

Radi preciznosti i pouzdanosti veliki broj visinskih razlika između tačaka operativnog poligona i visinskih razlika do datih repera meren je metodom preciznog geometrijskog nivelmana, i to dvostruko, pri čemu su kao podmetači za letvu korišćeni gvozdeni klinovi nabijeni jako u zemlju.

Tačnost geometrijskog nivelmana ocenjena je srednjom greškom visinske razlike na 1 km rastojanja sračunatom iz dvostrukih merenja.

Ta greška iznosi

$$0,5 \frac{\text{mm}^*)}{\text{km}}, \quad \text{sa } f = 123 \text{ stepena slobode.}$$

Očigledno je greška geometrijskog nivelmana značajno manja od greške trigonometrijskog nivelmana, koja je reda 3 mm/0,3 km, tako da se pri oceni tačnosti iz razlika »trigonometrijski-geometrijski«, greške geometrijskog nivelmana mogu zanemariti.

Iz upoređenja sa geometrijskim nivelmanom dobijena je srednja greška obostrano određene visinske razlike

\* Skoro sva merenja u geometrijskom nivelmanu izveo je doc. dr Slobodan Ašanin, dipl. inž. geodezije.



$$m_{\bar{h}} = 2,26 \frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}, \quad \text{sa } f = 31 \text{ stepeni slobode.}$$

### 7.2. Ocena tačnosti iz ocena popravaka

Ocene popravaka su dobijene iz izravnjanja trigonometrijskog nivelmana pri čemu su visine repera uzete kao tačne. Srednja greška obostrano određene visinske razlike iznosi

$$m_{\bar{h}} = 3,47 \frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}, \quad \text{sa } f = 11 \text{ stepeni slobode,}$$

pri čemu su uzete u obzir sve popravke, tj. pri čemu nijedan rezultat nije odbaćen.

Treba ovde istaći da je, pri tome, maksimalna ocena popravke bila na jednom mestu sa apsolutnom vrednošću 5 mm/0,46 km.

### 7.3. Objedinjena ocena tačnosti trigonometrijskog nivelmana

Pošto smo za srednju grešku obostrano određene visinske razlike dobili tri nezavisne ocene: prva — iz razlika napred-nazad; druga — iz razlika trigonometrijski-geometrijski, i treća — iz ocena popravaka (iz izravnjanja), pri čemu one visinske razlike koje su učestvovala u izravnjanju nisu učestvovala u razlikama »trigonometrijski-geometrijski«, to možemo ispitati mogućnost njihovog objedinjavanja. Za to će nam poslužiti Bartletov test jednakosti disperzija, koji daje

$$1. m_{\bar{h}_1} = 3,13 \quad f_1 = 58 \quad \chi^2(2) = 3,81 < 5,99 = \chi_{0,95}^2(2),$$

$$2. m_{\bar{h}_2} = 2,26 \quad f_2 = 31, \quad \text{pa prihvatamo hipotezu}$$

$$3. m_{\bar{h}_3} = 3,47 \quad f_3 = 11 \quad \text{o jednakosti (ovih triju) disperzija. S toga imamo pravo dati objedinjenu ocenu}$$

$$m_{\bar{h}} = 2,93 \frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}, \quad \text{sa } f = 100 \text{ st. sl.}$$

NAPOMENA: Ovde nismo smeli uzeti, na primer,

$$m_{\bar{h}} = \left( 2,93 \frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}} \right) \frac{D \text{ km}}{0,3 \text{ km}}, \quad \text{za } D > 0,8 \text{ km,}$$

jer ekstrapolacija van intervala (0,1 km — 0,8 km), u kojemu su izvršena merenja, nije dozvoljena! Odnosno, ako bismo želeli da na ovaj način prezentujemo tačnost merenja morali bi pre toga određenim metodama dokazati da to važi. Za rastojanja u intervalu 0,1 — 0,8 km srednja greška direktnog merenja visinske razlike data je u Tabeli 4 u drugoj koloni, a srednja greška visinske razlike na kilometar rastojanja određena indirektno sa prosečnim rastojanjem  $0,1 < D_i < 0,8 \text{ km}$ , po formuli

$$(2,93 \text{ mm}/0,3 \text{ km}) \cdot \sqrt{1 \text{ km}/0,3}$$

data je u trećoj koloni Tabele 4.

Tabela 4

Rastojanje $D_1$	Srednja greška visinske razlike $\bar{h}$ određene direktno na rastojanju $D_1$	Srednja greška visinske razlike određene indirektno na 1 km rastojanja, pri prosečnom rastojanju direktnog određivanja $D_1$
0,1 km	0,98 mm	3,1 mm/ $\sqrt{\text{km}}$
0,2	1,95	4,4
<u>0,3</u>	<u>2,93</u>	<u>5,4</u> → pri prosečnom rastojanju
0,4	3,91	6,2    0,3 km
0,5	4,88	6,9
0,6	5,86	
0,7	6,84	
0,8	7,81	

## 8. ZAKLJUČCI I PREPORUKE

U zaključnim razmatranjima istaknimo, pre svega *pregled grešaka* — Tabela 5.

Tabela 5. Pregled grešaka u trigonometrijskom nivelmanu

Naziv	Način računanja	Br. stepeni slobode	Vrednost	NAPOMENA
Sr. greška merenja u poluseriji	Iz odstupanja unutar serija	4036	0,90''	Elektronski teodolit Kern <u>E2 351422</u> sa elektrooptičkim daljinomerom <u>DM 503, 347929</u>
Srednja greška zenitne daljine	Unutar serija	1896	0,63''	
	između serija	338	1,02''	
	Iz razlika napred-nazad	52	3,0''	
Koeficijent refrakcije	Iz razlika napred-nazad	52	0,346	
Srednja greška koef. refrakcije	Iz razlika napred-nazad	52	0,052	
Srednja greška obostrano određene visinske razlike	Iz razlika napred-nazad	58	3,13 $\frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}$	
	Iz razlika $h_{\text{trig.}} - h_{\text{geom.}}$	31	2,26 $\frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}$	
	Iz ocena popravaka (iz izravnjanja)	11	3,47 $\frac{\text{mm}}{0,3 \text{ km}}$	
OBJEDINJENA OCENA: 2,93 mm/0,3 km → 5,4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , sa $f = 100$ st. sl.				

U zaključku se može istaći da se tačnost — merenja visinske razlike od 2,9 mm/0,3 km, odnosno 5,4 mm/√km — sa prosečnom dužinom vizure od 0,3 km može postići ako se vodi računa o sledećem:

1. Da se merenje »nazad« izvrši u što kraćem vremenskom intervalu, ili prosečno 0,5 — 1,0 sati, u odnosu na merenje »napred«;
2. Da se dvostrukim nezavisnim merenjem visine instrumenta i signala, kao i rastojanja obezbedi pouzdanost određivanja visinske razlike;
3. Da se iz razlika »napred-nazad« oceni vrednost koeficijenta refrakcije i uzme u dalji račun, pri čemu istovremeno da se odrede i dozvoljene razlike »napred-nazad«, pa tek onda da se ponavljaju merenja (naravno da pri tom treba koristiti prethodna iskustva za približan proračun dozvoljenih razlika kako bi se stvarni promašaji ispravljali na licu mesta), i
4. Da se u rezultat merenja rastojanja unese popravka za atmosferski uticaj (po parametrima temperature i pritiska vazduha).

## PRIZNANJA

Zahvaljujem se docentu dr Slobodanu Ašaninu, dipl. inž. geodezije za izvanredno zalaganje i postignute izvanredne rezultate, u merenju preciznog geometrijskog nivelmana na izuzetno teškom terenu za tu metodu, koji su omogućili pouzdanu analizu rezultata trigonometrijskog nivelmana.

Također se zahvaljujem profesoru dr Vladeti Milovanoviću, dipl. inž. geodezije za podršku i pomoć pri projektovanju i izvođenju radova trigonometrijskog nivelmana.

Asistent Ivan Aleksić, dipl. inž. geodezije je požrtvovano i solidno obavio sva merenja, također pod teškim uslovima za merenje i u vrlo kratkom roku.

## LITERATURA

- [1] Becker, J. M., 1985.: The Swedish Experience with motorized Levelling new Techniques and Tests. AVN — International Edition 2, 11—19, 85.
- [2] Becker, J. M. and Lathen T., 1986: Motorized Trigonometric Levelling (MTL) and Motorized XYZ Technique (MXYZ) in Sweden. Symp. on Height Determinations and Recent Vertical Crustal Movements in W. Europe, Hannover, FRG, Sept. 15—19, 1986.
- [3] Kuntz, E. and Schmitt, G., 1986.: Precise Height Determination by Simultaneous Zenith Distances. Symposium on Height Determinations and Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Hannover, FRG, Sept. 15—19 1986.
- [4] Perović, G., 1977.: Trigonometrijski nivelman — nove formule za ocenu tačnosti, Geodetski list 1—3, 1977.
- [5] Perović, G., 1977.: Slučajne i sistematske greške u trigonometrijskom nivelmanu. Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd, 1977
- [6] Perović, G., 1978.: Određivanje slučajnih i sistematskih grešaka u trigonometrijskom nivelmanu iz razlika obostranih merenja. Zbornik Instituta za geodeziju, 1978.
- [7] Tilk — Th. U., 1986.: Theoretical Aspects of Trigonometric Levelling. Symp. on Height Determ. and Recent Vertical Crustal Movements in W. Europe. Hannover, FRG, Sept. 15—19, 1986.

- [8] Wunderlich, Th. Gold, W., 1986.: Behaviour of Hradilek Techniques in a Local Vertical Control Network. Symp.on Height Determ. and Recent Vertical Crustal Movements in W. Europe. Hannover, FRG, Sep. 15—19, 1986.
- [9] Gottwald, R., 1984.: Zur Genauigkeitssteigerung und Erstellung eines automatisierten Datenflusses beim trigonometrischen Nivellement mit kurzen Zielweiten, Dissertation. Fakultät Bauwesen. Achen, 1984.
- [10] Ergeder, K. 1984.: Einflüsse des Schwerefeldes und der Meteorologie auf die Beobachtungen in einem lokalen Sondernetz — Dissertationen DGK, Reihe C, Nr. 305.

### SAŽETAK

Analiziraju se rezultati merenja 74 visinske razlike u trigonometrijskom nivelmanu sa prosečnim rastojanjem 0,3 km (min 0,1 km; max 0,8 km). Metoda merenja: NAPRED — NAZAD nejednovremeno, sa prosečnim vremenskim razmakom od jednog sata; zenitne daljine merene u tri serije sa po pet merenja u seriji; vizure su se često prostirale neposredno iznad žita ili kukuruza; mereno u toku celog dana, pri veoma različitim atmosferskim uslovima. Mereno od 23. Juna do 14. Jula 1987. Postignuta tačnost: 1) 2,9 mm/0,3 km ili 5,4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ ; 2) 3,0" — za zenitne daljine iz razlika NAPRED — NAZAD, i 3)  $\hat{k} = 0,35$  — ocena koeficijenta refrakcije, sa ocenom standarda  $\hat{\sigma}_{\hat{k}} = 0,05$ .

### ABSTRACT

This is an analysis of the results of measuring 74 height differences in trigonometric levelling with an average distance of 0.3 km (min 0.1 km; max 0.8 km). The method of measuring: FORWARD — BACKWARD nonsimultaneously, with an average time interval of one hour; zenith distances measured in three series with five observations per series. Lines of sight often extended immediately above corn or maize; measured in the course of the whole day under widely varying weather conditions. Measured from June 23 to July 14, 1978. Accuracy achieved: 1) 2.9 mm/0.3 km, or 5.4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ ; 2) 3.0" — for zenith distances out of differences FORWARD — BACKWARD, and 3)  $\hat{k} = 0.35$  — an estimate of the refraction coefficient, with an estimate of standard  $\hat{\sigma}_{\hat{k}} = 0.05$ .

*Key words. Analysis of Variance; Covariance Analysis; Linear Regression; Hypotheses Testing; The design of Experiments.*

Primljeno: 1988-06-04