UDK 528.482:519
Originalni znanstveni rad

MOĆ METODE ANALIZE DEFORMACIJA U SVIM KOMBINACIJAMA

Slobodan AŠANIN, Gligorije PEROVIĆ — Beograd*

1. UVOD

U deformacionoj analizi pojavljuju se dve vrste ispitivanja — u makro i u mikrolokacijama. Pri analizi deformacija za slučaj mikrolokacija već se raspolaže sa prethodnim informacijama značajnim za ovu analizu. Te informacije odnose se na poznavanje tačaka na objektu koje se po pretpostavci pomeraju, i tačaka van objekta — tačaka osnovne mreže. Tačke osnovne mreže treba postaviti van zona mogućih uticaja sila od objekta i tla, što nije mogućno uvek ostvariti za sve tačke osnovne mreže, a pogotovo ne za tačke mreže koje moraju biti postavljene u blizini objekta u zoni mogućih deformacija.

Zbog toga je, u ovom slučaju, potrebno prvo ispitati nepomerenost tačaka osnovne mreže. Međutim, pri analizi deformacija u makrolokacijama obično nemamo prethodne informacije stoga se, u ovom slučaju, sve tačke kontrolne mreže podvrgavaju proveri nepomerenosti.

Za analizu deformacija postoji više metoda koje se međusobno razlikuju po moći metode koja je vezana za veličinu otkrivenih pomeranja i deformacija. U ovom radu je razmatrana moć metode analize deformacija u svim kombinacijama.

2. TEORIJSKE POSTAVKE

Testiranje hipoteza igra veoma važnu ulogu kod analize geodetskih deformacionih merenja. Na pr. pri ispitivanju homogenosti rezultata merenja u seriji i između serija, kontroli i eliminisanju grubih i sistematskih grešaka, analizi stabilnih osnovnih tačaka, analizi pomeranja tačaka objekta i dr. Postoje razne metode provere hipoteze. One ne daju apsolutan odgovor da li je hipoteza tačna ili pogrešna, već samo donose sud o tačnosti hipoteze sa verovatnoćom bliskom jedinici. Provera statističkih hipoteza naziva se testiranje hipoteza, a metode za proveru hipoteza nazivaju se testovi. Polazi se od nulte hipoteze H_0 koja se testira istovremeno sa hipotezom koja je sa njom u suprotnosti i naziva se alternativnom hipotezom H_A. Prilikom testiranja hipoteza moguća su četiri slučaja:

* Doc. dr Slobodan Ašanin, prof. dr Gligorije Perović, Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd, Bulevar revolucije 73.

a) H_0 je istinito, H_0 je prihvaćeno sa verovatnoćom $1-\alpha$ (korektan je rezultat),

b) H_0 je istinito, H_0 je odbačeno sa verovatnoćom α (čini se greška I vrste),

c) H_0 je lažno, H_0 je odbačeno sa verovatnoćom $1-\beta$ (korektan je rezultat)

d) H_0 je lažno, H_0 je prihvaćeno sa verovatnoćom rizika β (čini se greška II vrste).

Verovatnoća $1-\beta$ poznata je kao moć testa. Da bi se izbegle greške I i II vrste treba da budu α i β što je moguće manji. Ovo su suprotni zahtevi, jer smanjenjem α, β raste (moć testa opada) i obrnuto povećanjem α, β opada, moć raste. Zato je veoma važno, od svih testova, birati one testove koji imaju veliku moć (verovatnoća da se ne čini greška II vrste) a mali rizik. Kao test veće moći prepoznaje se onaj koji za isti nivo značajnosti α, ima manje β od drugog testa.

Princip metode analize deformacija u svim kombinacijama u osnovnoj varijanti je sledeći. Merenjem u dve epohe (serije) dobijaju se n-dimenzionalni vektori l_i, $(i = 0,1)$ gde je i — oznaka epohe, rezultata merenja u mreži. *Funkcionalni model* definisan je sa

$$v_i = A_i x_i + f_i, \text{ sa } f_i = l_{0i} - l_i, \ (i = 0, 1),$$

a *stohastički* sa

$$M(v_i) = 0, \text{ sa } K(v_i) = K(l_i) = K(f_i) = \sigma^2 P_i, \ (i = 0, 1),$$

gde je:

l_i — vektor rezultata merenja
l_{0i} — približna vrednost vektora rezultata merenja
v_i — vektor popravaka
A_i — matrica koeficijenata jednačina popravaka
x_i — vektor nepoznatih parametara (koordinata)
P_i — matrica težina rezultata merenja
σ^2 — disperzioni faktor (disperzija jedinične težine)
i — epoha.

Matrica A_i je dimenzija $n_i \times u_i$ i ima nepotpuni rang kolona, tj. rang $(A_i) = r_i < u_i$.

Izravnanje se izvodi pod uslovom $v_i^T P_i v_i$ = minimum, pri čemu se dobijaju normalne jednačine

$$N_i x_i + F_i = 0, \text{ sa } N_i = A_i^T P_i A_i \text{ i } F_i = A_i^T P_i l_i, \ (i = 0, 1),$$

čije je rešenje

$$\bar{x}_i = -N_i^- F_i, \ (i = 0, 1),$$

sa pripadajućom kovarijacionom matricom $K_{\bar{x}_i} = \sigma^2 Q_{\bar{x}_i}$ i kofaktorskom matricom $Q_{\bar{x}_i}$ pri čemu je N_i^- — uopštena (generalizovana) inverzija matrice normalnih jednačina.

Testiranje podudarnosti mreže između dve serije vrši se u svim kombinacijama. Podudarnim će se smatrati onaj deo mreže, sastavljen od k tačaka, za koji će biti prihvaćeni testovi podudarnosti u svim kombinacijama reda manjeg ili jednakog k, pri čemu se kombinacije prave od:

2, 3, . . . , p — tačaka u 1-D mrežama (visinske mreže);

2, 3, . . . , p — tačaka u 2-D mrežama sa merenim rastojanjima, i

3, 4, . . . , p — tačaka bez merenih rastojanja.

Pri korišćenju analize deformacija ispitivanjem podudarnosti figura (delova mreže) u svim kombinacijama, za nultu usvaja se hipoteza:

H_0: Da je figura (deo mreže) od k identičnih tačaka podudarna u dve serije, a za alternativu.

H_A: Da figura od tih k tačaka nije podudarna u dve serije.
Test statistika glasi

$$T = \frac{d^T Q_d^+ d}{\sigma^2 h} \qquad \text{(a) } T = \frac{\frac{d^T Q_d^+ d}{h}}{\sigma^2}, \quad \text{ili} \quad \text{(b) } T = \frac{\frac{d^T Q_d^+ d}{h}}{\hat{\sigma}^2} \qquad T = \frac{d^+ Q d^+ d}{\hat{\sigma}^2 h}$$

gde je d u-dimenzioni (u=2k) vektor odstupanja od hipoteze H_0 koja ima rang h=2k-q i defekt q; Q_d^+ — pseudoinverzija matrice kofaktora Q_d vektora d.

Ako važi H_0 onda je

$$\text{(a) } T \sim \chi_h^2 \mid H_0; \quad \text{(b) } T \sim F_{h,f} \mid H_0;$$

a ako važi H_A anda je

$$\text{(a) } T \sim \chi'^2_{h,\lambda'} \mid H_A; \quad \text{(b) } T \sim F'_{h,f,\lambda''} \mid H_A,$$

gde su χ^2 i F odgovarajući centralni rasporedi a χ'^2 i F' odgovarajući necentralni rasporedi sa parametrima necentričnosti

$$\lambda' = \frac{\tilde{d}^T \cdot Q_d^+ d}{\sigma^2} \quad \text{i} \quad \lambda'' = \frac{\tilde{d}^T \cdot Q_d^+ \tilde{d}}{\hat{\sigma}^2}$$

pri čemu je $\tilde{d} = M(d)$ — očekivana vrednost vektora d.

Hipoteza H_0 prihvata se ako je:

$$\boxed{\text{(a) } T < \chi^2_{1-\alpha,h}} \quad \text{ili} \quad \text{(b) } \boxed{T < F_{1-\alpha,h,f}},$$

u protivnom prihvata se alternativa H_A.

Prihvatanje alternativne hipoteze H_A vezano je sa veličinom parametra necentralnosti i ukoliko je parametar necentralnosti veći biće i veća verovatnoća prihvatanja alternative H_A, odnosno biće veća moć testa. Moć testa se dobija prema:

$$(a)\ \text{moć} = \pi(\lambda') = \int_{\chi_q^2}^{\infty} \chi'^2_{h,\lambda'} \cdot d\chi'^2 = 1 - \beta;\ \chi_q^2 = \chi^2_{1-\alpha,h}$$

$$(b)\ \text{moć} = \pi(\lambda'') = \int_{F_q}^{\infty} F'_{h,f,\lambda''} \cdot dF' = 1 - \beta;\ F_q = F_{1-\alpha,h,f}$$

Parametar necentralnosti zavisi od vektora pomeranja tačaka i ukoliko nema pomeranja tačaka onda je parametar necentralnosti nula u kom slučaju moć testa iznosi α (moć se u tom slučaju poklapa sa nivoom značajnosti). Sa povećanjem pomeranja povećava se i parametar necentralnosti, odnosno povećava se moć testa.

Moć testa može se povećati:

1. smanjenjem σ odnosno $\hat{\sigma}$, odnosno povećanjem tačnosti merenja;
2. povećanjem nivoa značajnosti α;
3. povećanjem broja stepeni slobode f (u ovom slučaju povećanjem prekobrojnih merenja);
4. optimizacijom tačnosti mreže, što se izražava kroz kofaktorsku matricu Q_d; i
5. povećanjem parametra necentralnosti λ.

3. PRIMERI ISPITIVANJA MOĆI METODE NA MODELSKIM MREŽAMA

Moć metode analize deformacija testiranjem podudarnosti figura u svim kombinacijama ispitivana je na dvema modelskim mrežama: sa 5 i sa 7 tačaka (tabele 1 i 2). Za obe mreže izvršena je optimizacija tačnosti sa zahtevom homogenosti tačnosti ocena koordinata tačaka.

Moć metode ispitivana je na obema mrežama uz simulaciju pomeranja tačaka u petostrukom i desetostrukom iznosu standardne greške ocena koordinata. U mreži sa pet tačaka simulirana su pomeranja samo u petostrukom iznosu, dok su u mreži sa sedam tačaka simulirana petostruka i desetostruka pomeranja.

Pravci pomeranja označeni su strelicom na slikama u tabelama 1 i 2.

Moći testova za desetostruka pomeranja prikazani su u tabeli 2 u zagradi.

Određivanje moći testova izvršeno je za 5%-ni nivo značajnosti, pri čemu je određivana moć za mreže sa merenim dužinama i uglovima i za mreže bez merenja dužina.

Razlike d u test veličini T formirane su na osnovi razlika koordinata u dve serije.

4. ZAKLJUČCI

Iz tabela 1 i 2 može se zaključiti da se pomeranje tačaka u vrednosti petostruke standardne greške koordinata pri 5%-nom nivou značajnosti u proseku može otkriti:

TABELA 1. Moć metode analize deformacija u svim kombinacijama, pri pomeranju tačaka za petostruki iznos standardne greške ocena koordinata i pri 5%-nom nivou značajnosti

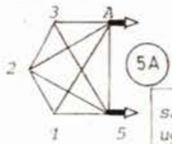
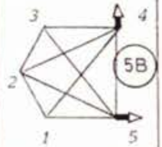
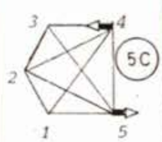
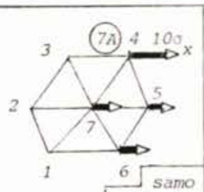
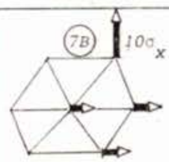
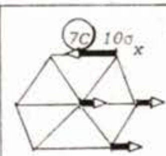
Kombinacije (figure)	Mereni uglovi (pravci) i dužine			
		samo uglovi		
Sa 2 tačke	0,57	0,00	0,57	0,57
Sa 3 tačke	0,44	0,10	0,66	0,66
Sa 4 tačke	0,59	0,11	0,70	0,76
Sa 5 tačaka	0,53	0,10	0,64	0,71

TABELA 2. Moć metode analize deformacija u svim kombinacijama, pri pomeranju tačaka za petostruki iznos standardne greške ocena koordinata i pri 5%-nom nivou značajnosti

Kombinacije	Mereni uglovi (pravci) i dužine			
		samo uglovi		
Sa 2 tačke	0,74 (0,994)*	0,00	0,74 (0,998)*	0,74 (0,999)*
Sa 3 tačke	0,80 (0,99)	0,45	0,80 (0,996)	0,80 (0,999)
Sa 4 tačke	0,77 (0,98)	0,37	0,78 (0,993)	0,77 (0,999)
Sa 5 tačaka	0,71 (0,98)	0,33	0,74 (0,99)	0,74 (0,995)
Sa 6 tačaka	0,72 (0,98)	0,30	0,72 (0,99)	0,71
Sa 7 tačaka	(0,98)	-	(0,99)	(0,999)

* za pomeranja $10 \cdot \sigma_{x,y}$

a) za mrežu sa 5 tačaka — sa merenjem dužina,

— u 57% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 2 tačke,

— u 57% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 3 tačke,

— u 68% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 4 tačke,

— u 63% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 5 tačaka,

b) za mrežu sa 7 tačaka — sa merenjem dužina

— u 74% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 2 tačke

— u 80% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 3 tačke

— u 77% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 4 tačke

— u 73% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 5 tačaka

— u 72% slučajeva — primenjujući kombinacije sa 6 tačaka

dok se u slučaju mreža bez merenih dužina petostruko pomeranje može otkriti:

a) u 10% slučajeva — za mrežu sa 5 tačaka

b) u 35% slučajeva — za mrežu sa 7 tačaka.

U konačnom zaključku treba istaći da mreže bez merenja dužina praktično ne mogu poslužiti za analizu deformacija i pomeranja tačaka.

LITERATURA

[1] Ašanin, S., 1979—1986.: Obrada i analiza podataka (20 serija merenja) za određivanje pomeranja i deformacija mosta »Beška«, Elaborat, Jaroslav Černi, Beograd.

[2] Ašanin, S., Begović, A., Smiljković, D.: 1982—1986.: Merenje, obrada i analiza pomeranja objekta Lunovo Selo. Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.

[3] Ašanin, S., 1983—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Gruža«. Elaborat, Jaroslav Černi, Beograd.

[4] Ašanin, S., 1984—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Vrutci«. Elaborat, Jaroslav Černi, Beograd.

[5] Ašanin, S., 1984—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Mavrovo«. Elaborat, Jaroslav Černi, Beograd.

[6] Ašanin, S., 1984—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Bovan«. Elaborat, Velika Morava, Beograd.

[7] Ašanin, S., 1984—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Čelije«. Elaborat, Velika Morava, Beograd.

[8] Ašanin, S., 1984—1985.: Obrada i analiza pomeranja i deformacija brane »Radonjić«. Elaborat Velika Morava, Beograd.

[9] Ašanin, S., sa grupom autora, 1985.: Projekat geodetskih mreža za potrebe određivanja deformacija tla grada Tuzle. Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.

[10] Ašanin, S., 1986.: Prilog obradi i analizi geodetskih merenja za određivanje pomeranja i deformacija objekata i tla. Doktorska disertacija. Građevinski fakultet, Beograd, 1986.

[11] Ašanin, S., 1988.: Metoda analize deformacija u svim kombinacijama. Savetovanje, Inženjerska geodezija, Zbornik radova 225—239. Priština 13—14 maj, 1988.

[12] Begović, A., Ašanin, S., Smiljković, D. 1983.: Studija o ispitivanju stabilnosti repera dela nivelmanske mreže i tačaka trigonometrijske mreže područja sleganja u gradu Tuzli za period 1956—1983. Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.

[13] Chrzanovski, A. and all. 1982.: Report of the FIG-Working Group on the Analysis of Deformations Measurements, III d Int. Symp. on Deformation Measurments by Geodetic Method. Budapest, 1982.
[14] Chrzanovski, A., and all. 1983.: Report of the ad hoc Committee on the Analysis of Deformations Surveys. FIG XVIIth Int. Congress, Sofia.
[15] Chrzanovski, A. and Chen Q. Y. 1986.: Report of the ad hoc Committee on the Analysis of Deformations Surveys. FIG XVIIth Int., Congress, Toronto.
[16] Milev, G. 1978.: Savremeni geodezičeski metodi za isledovane na deformacii. Tehnika, Sofija.
[17] Nimeier, W., 1979.: Kongruenzprüfung in Geodätischer Netzen. Kontaktstudium »Geodätische Netze in Landes - und Ingenieurmessung«. Univ., Hannover.
[18] Pelzer, H., 1971.: Zur Analyse Geodätischer Deformationsmessungen. DGK, Reihe C, Nr, 164, München.
[19] Perović, G., 1986.: Singularna izravnanja. Naučna knjiga, Beograd.

SAŽETAK

Analizira se moć otkrivanja pomeranja tačaka pri korišćenju metode analize deformacija u svim kombinacijama (Ašaninova metoda). Proračuni su izvedeni na dve modelske mreže od pet i sedam tačaka pri pomeranju tačaka za petostruki iznos standardne greške ocena koordinata i pri 5%-nom nivou značajnosti. Kao poseban zaključak se ističe da kontrolne mreže bez merenja dužina (bez definisane razmere) imaju vrlo malu moć.

ABSTRACT

The paper analyzes the power of discovering point shifting with the use of the method of deformation analysis in all combinations (Ashanin's method). Calculations have been made on two model networks with five and seven points while points were shifted five times the amount of a standard error of coordinate estimate at a 5% level of significance. In a special conclusion it is pointed out that control networks without measuring lengths (with no scale defined) have very little power.

Key words. Deformation Analysis; Least Squares; Generalized Matrix Inverses; Optimization and Reliability of Networks; Testing Hypotheses.

Primljeno: 1988-06-20