

UDK 528.35  
528.021.7  
528.061

Originalni znanstveni rad

## TOČNOST TRILATERACIJE S ASPEKTA TOČNOSTI KOREKCIJA ELEKTROOPTIČKIH MJERENIH DUŽINA

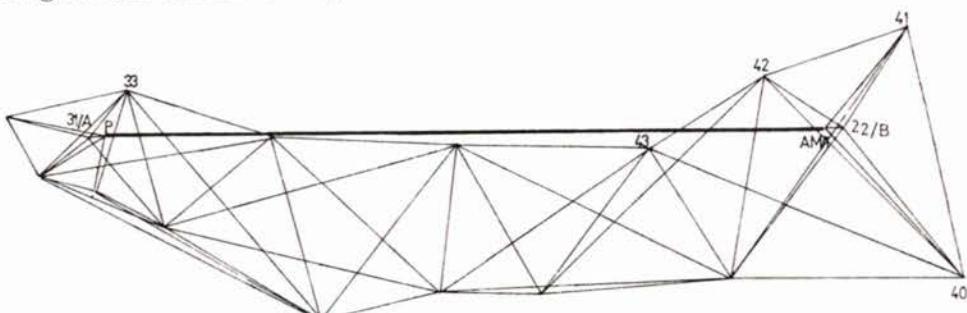
Asim BILAJBEGOVIĆ — Zagreb\*

### 1. UVOD

Usavršavanjem elektromagnetskih daljinomjera povećava se točnost mjerenja dužina, te metoda trilateracije postaje sve konkurentnija ostalim metodama položajnih određivanja. Razvojem kako faznih tako i impulsnih metoda elektrooptičkog mjerjenja dužina (naprimjer WILD DI 3000) dolazi se u područje točnosti  $3 \text{ mm} \pm 1 \text{ ppm}$  (DI 20,  $\text{ppm} = 10^{-6}$ ) ili  $3\text{—}5 \text{ mm} \pm 1 \text{ ppm}$  (DI 3000).

Mnogi visokoprecizni radovi u inžinjerskoj geodeziji zahtijevaju odvojeno položajno i visinsko razmatranje, zbog nemogućnosti točnih određivanja vertikalnih kuteva ili bolje rečeno zbog utjecaja vertikalne refrakcije na rezultate mjerena.

Ponukan iskustvom u mjerenu dužina impulsnim daljinomjerom DI 3000 te na osnovu dobivene relativne točnosti od cca 1/700000, pri prosječnoj duljini od 3,2 km razmatrana je metoda trilateracije ne samo s aspekta točnosti direktno mjerenih dužina, nego i sa aspekta uvođenja svih neophodnih korekcija. Sve dužine u mreži na sl. 1 mjerene su sa specijalno izgrađenih stupova s ugrađenim centralnim vijkom izuzev dužina na točke 43, 42, P i AM/1.



Sl. 1

\* Prof. dr Asim Bilajbegović, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26.

Zbog povećanja točnosti u mjerenuj vertikalnih kutova konstruirani su i specijalni signali na nosaču prizama. Vertikalni kutovi mjereni su elektro-ničkim teodolitom WILD T 2000 S i postignuta je unutarnja točnost u mjerenuj vertikalnih kuteva iz 3 girusa u prosjeku veća od  $0.25''$ . U cilju dobivanja cje-lokupnog uvida u točnost mjerena dužina opisane su ukratko poznate korekcije, a detaljniji uvid u ovu problematiku pruža citirana literatura.

## 2. KOREKCIJE MJERENIH DUŽINA

### 2. 1. Korekcije dužine za meteorološki utjecaj

Pogreške u mjerenuj dužina mogu se podijeliti na unutarnje i vanjske. Atmosferski uvjeti pri mjerenuj uzrokuju jednu od bitnih vanjskih pogrešaka, a pogreška indeksa loma da se prikazat i u obliku (v. [7], str. 37):

$$\delta_N^2 = \left\{ \frac{-77.62}{T^2} + \left( \frac{12.92}{T^2} - \frac{74.38 \cdot 10^4}{T^3} \right) \cdot e \right\}^2 \cdot \delta_T^2 + \left\{ \frac{77.62}{T} \right\} \cdot \delta_P^2 + \\ + \left\{ \frac{-12.92}{T} + \frac{37.19 \cdot 10^4}{T^2} \right\}^2 \cdot \delta_e^2 \quad (2-1)$$

gdje je:

$$N = (n-1) \cdot 10^{-6}$$

n — indeks loma

T — temperatura u Kelvinima

P — pritisak u milibarima

e — pritisak vodene pare u zraku u milibarima

Analizom utjecaja indeksa loma na točnost mjerena dužina i iz (2-1) dobije se utjecaj meteoroloških pogrešaka na točnost mjerena dužina (v. tablica 1).

Tablica 1

| METEOROLOŠKE POGREŠKE                                                 | UTJECAJ NA DUŽINE |             |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------|
|                                                                       | Svjetlosni valovi | Mikrovalovi |
| ± 1 mm Hg u pritisku zraka                                            | 0.3 ppm           | 0.3 ppm     |
| ± 1° C u temperaturi                                                  | 1.0 ppm           | 1.6 ppm     |
| ± 1° C u razlici temperature na suhom i mokrom termometru psihrometra | 0.05 ppm          | 8.0 ppm     |

Očito za svjetlosne valove važna je temperatura i pritisak zraka, a za mikrovalove je vrlo važan pritisak vodene pare u zraku.

Za impulsni daljinomjer DI 3000 atmosferska korekcija računa se po formuli (v. [9] str. 39):

$$\Delta = 281.5 - \frac{0.29035 \cdot P}{1 + 0.00366 \cdot t} + \frac{11.27 \cdot h}{100 \cdot (273.16 + t)} \cdot 10^x$$

gdje je:

$\Delta$  — atmosferska korekcija ppm

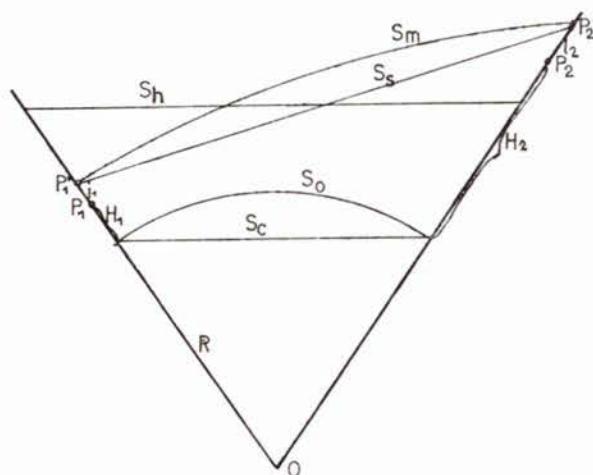
P — pritisak zraka u milibarima

t — temperatura zraka u °C

h — relativna vlažnost zraka u %

$$x = \frac{7.5 \cdot t}{273.3 + t} + 0.7857$$

Prema sl. 2 ostale redukcije mogu se rikazati u 5 odvojenih koraka.



Sl. 2

## 2. 2. Druga korektura brzine

Ova korekcija uzrokovana je zakrivljenošću zrake signala i Zemlje i da se izraziti kao funkcija koeficijenta refrakcije (v. [8] str. 5)

$$\Delta S_1 = S_m - S = -\frac{S^3}{12R^2} \cdot (k - k^2) \quad (2-2)$$

gdje je:

S — mjerena dužina korigirana za atmosf. korekciju  $\Delta$

R — srednji polumjer Zemlje

k — koeficijent refracije  $k = R/r$ , r je polumjer zakrivljenosti zrake pri putanji od točke  $P'_1$  do  $P'_2$ .

Korigirana duljina  $S_m$  iznosi

$$S_m = S + \Delta S_1 \quad (2-3)$$

U prosječnim meteorološkim okolnostima  $r = (7-8) \cdot R$  ( $k = 0.143 - 0.130$ ) za svjetlosne valove i  $r = 4R$  ( $k = 1/4 = 0.25$ ) za mikrovalove.

**2. 3. Redukcija dužine  $S_m$  na najkraću spojnicu točaka  $P'_1$  i  $P'_2$ , tj. redukcija dužine luka na tetivu**

$$\Delta S_2 = S_s - S_m = \frac{-S_m^3}{24R^2} \cdot k^2 \quad (2-4)$$

**2. 4. Geometrijske redukcije**

Redukcija kose dužine  $S_s$  u horizontalnu duljinu na srednjoj visini

$$\Delta S_3 = S_h - S_s = -\frac{\Delta h'^2}{2S_m} - \frac{\Delta h'^4}{8S_m^4} \quad (2-5)$$

gdje su:

$\Delta h' = (H_2 + l_2 - (H_1 + i_1))$  — visinska razlika krajnjih točaka mjerene dužine, a  $i$  i  $l$  visina instrumenta odnosno signala.

Točnost određivanja redukcije  $\Delta S_3$  potražit će se preko totalnog diferencijala (2-5) i uvođenjem aproksimacije za ispitivanje točnosti, dobit će se:

$$\Delta S_3 = -\frac{\Delta h'^2}{2S_m}, \text{ odnosno} \quad (2-6)$$

$$m_{\Delta S_3} = \frac{\Delta h'}{S_m} \cdot m_{\Delta h'}$$

Točnost suvremenog mjerjenja dužina je vrlo visoka i u trigonometrijskoj mreži na sl. 1 postignuta je s DI 3000 cca 4 mm na 3.2 km. Očigledno, da pogreška računanja ukupne pogreške mjerene dužine zbog pogrešaka koje uzrokuju ostale korekcije (npr.  $m_s^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2$ ;  $m \cong m_1 \cong m_2 \cong m_3 \cong m_4 \cong m_5$   $m_s \cong 2.24m$ ), tj.  $m = 1/2.24 \cdot m_s = 1.79 \text{ mm}$ . Iz (2-6) dobije se:

$$1.79 \text{ mm} \geq \frac{\Delta h'}{S_m} \cdot m_{\Delta h'} \quad (2-7)$$

$$m_{\Delta h'} \leq \frac{S}{\Delta h'} \cdot 1.79 \text{ mm}$$

U planinskim predjelima gdje je i mjereno s DI 3000 (tunel CHIFFA u Alžiru — područje Malog Atlasa) minimalni odnos  $S/\Delta h'$  iznosio je 2.62 i za taj slučaj

$$m_{\Delta h'} \leq 1.79 \cdot 2.24 \text{ mm} \leq 4.01 \text{ mm} \quad (2-8)$$

To je vrlo visok zahtjev u pogledu određivanja visinskih razlika trigonometrijskim nivelmanom za dužine dulje od 1 km.

Najčešće smo imali odnos  $S/\Delta h' \approx 10$ , i bez ikakvog pretjerivanja i u drugim planinskim predjelima često će odnos dužine i visinske razlike poprimiti iznos  $S/\Delta h' \approx 10$ , odnosno

$$m_{\Delta h'} \leq 10 \cdot 1.79 = 17.9 \text{ mm} = 1.8 \text{ cm} \quad (2-9)$$

Pošto se u planinskim predjelima visine u pravilu određuju na osnovu trigonometrijskog nivelmana, jasno je zašto se mora posebna pažnja posvetiti mjerenu vertikalnih kuteva, utjecaju refrakcije i uvodenju korekcije zbog otklona težišnice. Naime, prostorne dužine su invarijantne na otklon težišnice, ali nisu dužine na elipsoidu dobivene na osnovu trigonometrijskog nivelmana ili upotrebom mjerene zenitne daljine. Ovaj problem bit će posebno razmatran.

Izraz (2-9) ukazuje na osnovnu prepreku u pogledu točnosti mjerjenja dužina u dvodimenzionalnim mrežama. Točnost trilateracije danas ograničava točnost određivanja visinskih razlika a ne sama točnost mjerjenja dužina.

2. 4. 1. Horizontalna dužina  $S_h$  reducira se na dužinu tetive elipsoida  $S_e$  po dobro poznatim formulama (v. sl. 2)

$$\Delta S_4 = S_e - S_h = \frac{S_h \cdot H_{sr}}{(R_a + H_{sr})} \quad (2-10)$$

gdje je:

$$H_{sr} = \left[ \frac{H_1 + i_1 + H_2 + l_2}{2} \right]$$

— srednja visina krajnjih točaka mjerjenje dužine iznad elipsoida

$R_a$  — Eulerov polumjer zakrivljenosti linije  $P_1 P_2$ .

Srednja visina iznad elipsoida računa se po izrazu:

$$H_{sr} = \frac{H_1 + N_1 + i_1 + H_2 + N_2 + l_2}{2} \quad (2-11)$$

gdje je:

$H_1$  i  $H_2$  — normalne ili ortometrijske visine

$N_1$  i  $N_2$  — undulacije geoida

Razmotrimo točnost određivanja korekcije  $\Delta S_4$  obzirom na točnost određivanja srednje visinske razlike:

$$\begin{aligned} m_{\Delta S_4^2} &= m_{(S_e - S_h)}^2 = \left[ \frac{S_h}{R_z + H_{sr}} \right]^2 \cdot m_{H_{sr}}^2 + \frac{S_h^2 \cdot H_{sr}^2}{(R_z + H_{sr})^4} \cdot m_{H_{sr}}^2 \approx \\ &\approx \frac{S_h^2}{(R_z + H_{sr})^2} \cdot m_{H_{sr}}^2 \\ m_{\Delta S_4} &\approx S_h \cdot \frac{m_{H_{sr}}}{6400000} \\ m_{H_{sr}} &\leq 6400000 \cdot \frac{m_{\Delta S_4}}{S_h} \end{aligned} \quad (2-12)$$

Relativna točnost mjerjenja dužina dobivena je  $m/S \approx 1/700000$  na osnovu obostranog mjerjenja cca 50 različitih dužina u 10 ponavljanja svake dužine. Pojedinačna pogreška redukcije prema Gajdaevu iznosi cca 1/5 ukupne relativne pogreške (v. [3] str. 54) iz (2-12) slijedi:

$$m_{H_{sr}} \leq \frac{6400000}{5} \cdot \frac{1}{700000} \leq 1.8 \text{ m} \quad (2-13)$$

Drugim riječima potrebno je poznavati visinu geoida s točnošću od  $\pm 1.8$  m, što i nije mali zahtjev za planinska područja.

2. 4. 2 Konačna redukcija je prelazak s tetrive  $S_e$  na geodetsku udaljenost na elipsoidu  $S_0$

$$\Delta S_5 = S_0 - S_e = \frac{S_m^3}{24R^2} \quad (2-14)$$

Iz ovog kratkog prikaza zaključujemo da je dobivanje horizontalne dužine  $S_h$  neophodno odrediti korekcije  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta S_3$

$$S_h = S + \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 \quad (2-15)$$

a konačna geodetska dužina na elipsoidu određuje se po formuli:

$$S_0 = S_h + \Delta S_4 + \Delta S_5 \quad (2-16)$$

### 3. PRAKTIČNA ISTRAŽIVANJA

Da bi se odgovorilo na teorijske zahtjeve u pogledu točnosti mjerjenja i redukcije dužina (poglavlje 2) neophodno je bilo izvesti praktičan eksperi-

ment u mjerenu dužina i visinskih razlika. Mjerenja su trajala cca 35 dana a izveli su ih autor i prof. dr. Nikola Solarić (Geodetski fakultet Zagreb), ing. Zoran Đumić (Hidroelektra Zagreb) i 4 radnika (Alžirca), u trigonometrijskoj mreži tunela Chiffa u Alžiru, (v. sl. 1.).

Dužine su mjerene obostrano i svaka od njih u 10 ponavljanja bez automatskog uvođenja atmosferske korekcije i u 10 ponavljanja s automatskim uvođenjem atmosferske korekcije. Pritisak i temperatura u principu su mjereni na krajnjim točkama duljina, a vertikalni kutevi elektroničkim teodolitom T 2000 S u 3 girusa.

Na osnovu dvostrukih mjerenja dužina (svakog smjera po 10 puta) postignuta je relativna točnost mjerene dužine na elipsoidu

$$\frac{m_s}{S} = \frac{1}{617860}, \quad \text{bez uvođenja korekcije za otklon težišnice i}$$

$$\frac{m_s}{S} = \frac{1}{720321}, \quad \text{s uvođenjem korekcije zbog lokalnog topografsko-izostazijskog otklona težišnice.}$$

(Prosječna dužina strane u nadzemnoj mreži iznosila je 3.2 km)

Na osnovu dvostrukih mjerenja visinskih razlika, koristeći vlastitu konstrukciju vertikalnog signala na nosaču prizama, dobivena je srednja pogreška mjerene visinske razlike

$$m_{\Delta h} = \pm 43,12 \text{ mm,} \quad \text{bez uvođenja korekcije za otklon težišnice}$$

$$m_{\Delta h} = \pm 20,05 \text{ mm} \quad \text{uvođenjem korekcije zbog lokalnog topografsko-izostazijskog otklona težišnice.}$$

Točnijski izведен zahtjev u pogledu točnosti određivanja visinskih razlika  $m_{\Delta h} \leq \pm 1.8 \text{ cm}$  izraz (2-9), moguće je postići samo uvođenjem korekcije zbog lokalnog topografsko-izostazijskog otklona težišnice. Drugim riječima za točno reduciranje dužina u brdovitim terenima neophodno je odrediti otklone težišnice.

#### 4. ANALIZA FORMULA ZA PRAKTIČNA RAČUNANJA GEODETSKIH DUŽINA NA ELIPSOIDU

Tvornica Wild za računanje horizontalne dužine na visini horizontalne osi turbina, poslije uvođenja atmosferske korekcije  $\Delta$ , preporuča formulu (v. [9] str. 45)

$$S_{H_1} = S_m \cdot \sin z - \frac{1 - k/2}{R} \cdot S_m \cdot |\cos z| \cdot S_m \cdot \sin z, \quad (4-1)$$

gdje su:

$$k = 0.13$$

$R = \sqrt{MN}$  — srednji polumjer zakrivljenosti Zemlje

$z$  — očitanje vertikalnog kruga (zenitna duljina)

Dalje redukcije izvode se po formulama (2-10) i (2-14).

Izvedimo formulu za uvođenje utjecaja otklona težišnice na računanje dužina. Tada izraz (4-1) prelazi u oblik

$$S_{H_1} = S_m \cdot \sin [z + (\xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha)] - \frac{1 - k/2}{R} \cdot S_m \cdot \cos [z + (\xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha)] \cdot S_m \cdot \sin [z + (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha)],$$

poslije sređivanja i uzimanja u obzir da je

$$(1 - k/2)/R \approx 1.46782 \cdot 10^{-7} [\text{m}^{-1}]$$

dobit će se:

$$S_{H_1} = S_m \cdot \sin z + S_m \cdot \cos z \cdot (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) - \frac{1 - k/2}{R} \cdot S_m \cdot |\cos z| \cdot S_m \cdot \sin z \quad (4-2)$$

gdje je:

$\xi$  — otklon težišnice u smjeru meridijana

$\eta$  — otklon težišnice u smjeru prvog vertikala

$\alpha$  — azimut mjerene strane.

Dalje redukcije su analogne tj. izvode se po (2-10) i (2-14). Kako će se kasnije dokazati ovaj postupak ima nedostataka.

U slučaju poznavanja visina krajnjih točaka redukcija se može izvesti pomoću kosinusnog poučka iz  $\triangle P_1 P_2$  sl. 2. Poslije sređivanja dobije se dobro poznata formula (v. [9] str. 46)

$$S_c = \left\{ \frac{S_s^2 - \Delta h'^2}{[1 + (H_2 + l_2)/R] \cdot [1 + (H_1 + i_1)/R]} \right\}^{1/2} \quad (4-3)$$

U slučaju obostranog mjerjenja dužina, kada se visine prizme razlikuju od visine horizontalne osi instrumenta, nemoguće je poslije uvođenja atmosferske korekcije uporediti kose dužine i ocijeniti točnost. Zbog toga se one svode na geodetske dužine na elipsoidu i međusobno upoređuju. Ukoliko bi koristili formulu (4-1) koju preporuča tvornica Wild ili (4-2), često puta bi se sveđene dužine razlikovale za iznos veći nego što je točnost mjerjenja dužina i donosili bi krive zaključke u pogledu ponavljanja mjerjenja.

Obostrane dužine na elipsoidu dobivene pomoću (4-1), (2-10) i (2-14) razlikuju se međusobno ne samo zbog pogrešaka mjerena nego i zbog utjecaja otklona težišnice i refrakcije. Dužine po formulama (4-2), (2-10) i (2-11) razlikuju se zbog pogrešaka mjerena ali i utjecaja refrakcije (pod pretpostavkom točnog određivanja utjecaja otklona težišnice). Zbog toga prvo ćemo izračunati visinske razlike po dobro poznatim formulama (v. [9] str. 45)

$$\Delta h = S_m \cdot \cos z + \frac{1-k}{2R} \cdot S_{H_1^2} + i_1 - l_2 \quad (4-4)$$

a uvođenjem utjecaja za otklon težišnice dobije se:

$$\begin{aligned} \Delta h_{12} &= S_{m12} \cdot \cos z_{12} - S_{m12} \cdot \sin z_{12} \cdot (\xi_1 \cdot \cos \alpha_{12} + \gamma_1 \sin \alpha_{12}) + \\ &+ \frac{1-k}{2R} \cdot S_{H_1^2} + i_1 - l_2 \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{21} &= S_{m21} \cdot \cos z_{21} - S_{m21} \cdot \sin z_{21} \cdot (\xi_2 \cdot \cos \alpha_{21} + \gamma_2 \sin \alpha_{21}) + \\ &+ \frac{1-k}{2R} \cdot S_{H_1^2} + i_2 - l_1 \end{aligned}$$

Zatim se izračuna srednja visinska razlika

$$\Delta h_{12}^{sr} = \frac{\Delta h_{12} - \Delta h_{21}}{2} \quad (4-6)$$

i

$$\begin{aligned} \Delta h'_{12} &= \Delta h_{12}^{sr} - i_1 + l_2 \\ \Delta h_{21} &= \Delta h_{21}^{sr} - i_2 + l_1 \end{aligned} \quad (4-7)$$

U nastavku može se koristiti izraz (4-3) ili formule za postepeni prelazak na plohu elipsoida (2-5), (2-10) i (2-14).

### PRAKTIČNI PRIMJERI

Sa točke 41 (izgrađenog stupa) mjerena je dužina i visinska razlika (odnosno vertikalni kut) na točku 42. Dobiveni su slijedeći rezultati:

$i_{41} = 0.235 \text{ m}$ ,  $l_{42} = 1.696 \text{ m}$ ,  $S_{m41,42} = 2620.601 \text{ m}$ . Na osnovu (4-5) izračunata je visinska razlika  $\Delta h_{41,42} = 140.180 \text{ m}$ . Mjeranjem s točke 42 na 41 dobiveni su slijedeći rezultati:

$$i_{42} = 1.593 \text{ m}, l_{41} = 0.235 \text{ m}, S_{m42,41} = 2620.597 \text{ m} \text{ i}$$

$$\Delta h_{42,41} = -140.165 \text{ m}.$$

Na osnovu formule (4-1), (2-10) i (2-14) dobivene su dužine na elipsoidu bez uvodenja utjecaja otklona težišnice (postupak prema uputama za DI 3000 distomat)

$$S_{41,42} = 2616.429 \text{ m} \quad i \quad S_{42,41} = 2616.437 \text{ m} \quad (\text{Raz} = 8 \text{ mm})$$

Uvođenjem utjecaja otklona težišnice formula (4-2), (2-10) i (2-14) dobiveni su slijedeći rezultati:

$$S_{41,42} = 2616.432 \text{ m} \quad i \quad S_{42,41} = 2616.436 \text{ m} \quad (\text{Raz} = 4 \text{ mm})$$

Iz (4-5) izračunajmo prvo visinske razlike

$$\Delta h_{41,42} = 140.180 \text{ m} \quad i \quad \Delta h_{42,41} = 140.165 \text{ m}$$

Iz (4-6)

$$\Delta h_{41,42}^{\text{st}} = 140.172 \text{ m}$$

i prema (4-7)

$$\Delta h'_{41,42} = 141.633 \text{ m} \quad i \quad \Delta h'_{42,41} = -141.530 \text{ m.}$$

Prema izrazu (4-3) i (2-14) dobiju se slijedeće vrijednosti za definitivne dužine na elipsoidu:

$$S_{41,42} = 2616.434 \text{ m} \quad i \quad S_{42,41} = 2616.435 \text{ m.}$$

Razlika naprijed—natrag iznosi svega 1 mm.

Analogno prethodnom primjeru iznesimo samo rezultate dobivene na trilateracionoj duljini 40 — 22/B.

Geodetska dužina na elipsoidu izračunata na osnovu formula u uputstvu za navedeni instrumentarij:

$$S_{40,22/B} = 3426.529 \text{ m} \quad i \quad S_{22/B,40} = 3426.518 \text{ m} \quad (\text{Raz} = +11 \text{ mm})$$

Uzimajući u obzir utjecaj lokalnog topografsko — izostazijskog otklona težišnice, izrazi (4-2), (2-10) i (2-14) dobije se:

$$S_{40,22/B} = 3426.525 \text{ m} \quad i \quad S_{22/B,40} = 3426.516 \text{ m} \quad (\text{Raz} = +9 \text{ mm})$$

Sa (4-5), (4-6) i (4-3), (2-14) dobije se:

$$S_{40,22/B} = 3426.522 \text{ m} \quad i \quad S_{22/B,40} = 3426.517 \text{ m} \quad (\text{Raz} = +5 \text{ mm})$$

## 5. ZAKLJUČAK

Na osnovu provedenih ispitivanja može se zaključiti, da u planinskim predjelima za visoko precizna položajna određivanja, na osnovu preciznih elektrooptičkih mjerena dužina, glavno ograničenje točnosti trilateracije predstavlja određivanje korekcija mjerena dužina, odnosno točnost visinskih razlika

i undulacija geoida. Isto tako na osnovu teorijskog razmatranja i provedenih praktičnih istraživanja riješena je dilema da li treba odrediti otklon težišnice u visoko preciznim radovima u inžinjerskoj geodeziji. Otklon težišnice u planinskim područjima, pa makar se radi o lokalnim mrežama, treba uzeti u obzir. Analizom uobičajenih formula iz literature pokazano je da se neće dobiti dobri reducirani rezultati i da se mogu donositi krivi zaključci u pogledu ponavljanja mjerjenja. Zbog toga preporuča se korištenje postupka korekcije mjereneh dužina prikazanih u ovom radu.

Na kraju, najljepše se zahvaljujem svim učesnicima u terenskim mjerjenjima, prof. dr. N. Solariću za brojne diskusije, a Republičkoj zajednici za znanstveni rad SR Hrvatse na finansijskoj potpori prilikom kupovine ovog suvremenog elektroničkog instrumentarija.

## LITERATURA

- [1] Bilajbegović, A.: Rukopis Viša geodezija, Zagreb, 1987.
- [2] Bolšakov, Deumlich, Golubov, Vasilev: Elektronische Streckenmessung, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin; Verlag Nedra, Moskau, 1986.
- [3] Gajdaev, P. A.: Matematičeskaja obrabotka geodezičeskikh setej, Nedra, Moskva, 1977.
- [4] Heck, B.: Rechenverfahren und Auswertemodele der Landsvermessung, Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe, 1987.
- [5] Mihailović, K., Vračarić K.: Geodezija III, Naučna knjiga, Beograd, 1985.
- [6] Muminagić, A.: Viša geodezija II, Naučna knjiga, Beograd, 1988.
- [7] Nickelson, B. G.: A priori Estimation of Variance for Surveying Observables, University of New Brunswick, Technical Report No 57.
- [8] Scherer, R.: Distanzreduktion bei infrarot-Distanzmessern, Publikacija Wild Heerburg Ag. 1984.
- [9] Wild: DISTOMAT Wild DI 3000 Gebauchsweisung, Heerbugg, 1985.

## SAŽETAK

U ovom radu analizirana je točnost trilateracije s aspekta točnosti određivanja korekcija elektrooptičkih mjereneh dužina. Posebice je analiziran utjecaj lokalnog topografsko-izostazijskog otklona težišnice, analizirane formule za određivanje geodetskih dužina na elipsoidu te izvedene formule i dat postupak za izbjegavanje donošenja krivih zaključaka u pogledu ponavljanja obostrano mjereneh dužina. Poznate korekcije kao i točnost njihovih određivanja nisu detaljno razmatrane te se čitalac upućuje na navedenu literaturu.

## ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Aufsatz ist die Genauigkeit der Trilateration vom Standpunkt der Korrekionsbestimmung bei der elektronischen Streckenmessung analysiert. Insbesonders ist der Einfluss vom lokalen topoisostatischen Lotabweichung und

danach die Formeln für die Bestimmung den Geodätischen Längen auf dem Ellipsoid analysiert. Folgt die Ableitung den Formeln und das Verfahren, das die falschen Beschlüsse im Bezug auf die Anzahl der Wiederholungen bei Streckendoppelmessungen vermeidet. Die bekannten Korrekturen und deren Genauigkeitsbestimmung sind nicht ausführlich betrachtet, und aus diesem Grunde wird der Leser auf die zitierte Literatur angewiesen.

Primljeno: 1988-05-06