UDK 528.16
528(091)(497.13)
Stručni rad

IZRAVNANJE PO METODI RUĐERA BOŠKOVIĆA

Njegoslav VUKOTIĆ — Sarajevo*

Razmatrajući nalaženje minimuma sume apsolutnih vrijednosti popravaka »v« F. R. Helmert ([1], str. 557) piše da je Ruđer Bošković 1755. postavio princip izravnanja koji je omogućio da se:

»iz jednačina

$$v_i = -l_i + x + y \sin^2 \varphi$$

odrede x i y. Prema interpretaciji Laplacea najprije je stavljeno $[v_i] = 0$ i time eliminisano x a za nove jednačine

$$v_i = -l_i' + b_i' y$$

je sračunata minimalna suma apsolutnih vrijednosti v_i. To je postignuto tako da je sračunato y iz svih jednačina za $v_i = 0$*. Sada se jednačine ređaju prema veličini y počevši od najveće i to tako da su koeficijenti uz y pozitivni. Ako se svi koeficijenti saberu dok se ne prekorači polovina ukupne sume tada za odgovarajuću jednačinu treba staviti $v = 0$ i odatle sračunati y.

U poređenju sa metodom najmanjih kvadrata princip svođenja sume apsolutnih vrijednosti v_i na minimum ima nedostatak u tome što rješenje zavisi samo od jednog broja jednačina dok druge služe samo za izbor** To utiče na siurnost određivanja. Osim toga računski dio je, u opštem slučaju prilično težak.«

Genijalne ideje Ruđera Boškovića našle su tako primjenu u razvoju računa izravnanja pa ih je, kao što se vidi, znatno kasnije koristio i Laplace. Objavljeno prije pronalaska metode najmanjih kvadrata ovo izravnanje sadrži dva uslova iz dvije metode izravnanja:

1) uslov $\Sigma v = 0$ koji odgovara izravnanju po metodi najmanjih kvadrata (MNK)

2) uslov $\Sigma|v| = \min$ koji je funkcija cilja u izravnanju po metodi najmanje sume apsolutnih vrijednosti popravaka (MNAS)

---

* Adresa autora: Doc. dr Njegoslav Vukotić, Građevinski fakultet Sarajevo, Hasana Brkića 24.

** Laplace. Méc. cél., t. II, 1. III, S. 126 u. f. Ovdje su takođe predstavljene i primjenjene još dvije druge metode izravnanja.

*** C. F. Gauss. Theoria motus, Art. 186 (Werke VII; Abhandlungen z. M. d. kl. Qu. S. 113.)

Primjenjena zajedno oba uslova daju rezultat izravnanja koji se može prihvatiti, iako se gube osnovna svojstva i jednog i drugog izravnanja. Tako se npr. izravnanje po MNAS više ne može koristiti kao OUTLIER test.

U cilju upoređenja i za sjećanje na Ruđera Boškovića primjeri 3 i 4 ([2] str. 716—721) sračunati su uz uvođenje uslova

$$\Sigma v = 0$$

Dobiveni rezultati su ilustracija naprijed rečenog:

46.000	18.000	0.000	0.000	−1.000
−30.000	25.000	0.000	0.000	1.000
−47.000	−35.000	40.000	35.000	8.000
16.000	−34.000	−14.000	−12.000	−1.000
53.000	30.000	−14.000	−12.000	−1.000
−23.000	37.000	−14.000	−12.000	−6.000
0.000	0.000	−12.000	35.000	2.000
−40.000	−35.000	42.000	38.000	5.000
14.000	12.000	−24.000	26.000	0.000
14.000	12.000	−46.000	−21.000	−1.000
14.000	12.000	29.000	−43.000	−4.000

v(1) = 0.000
v(2) = −.871
v(3) = −3.176
v(4) = 0.000
v(5) = −1.510
v(6) = 4.619
v(7) = .973
v(8) = 0.000
v(9) = 1.640
v(10) = −1.787
v(11) = .112

x(1) = −.016
x(2) = −.014
x(3) = .011
x(4) = .089

SUMA APS V = 14.688
BROJ ITERACIJA = 18

0.000	−17.000	− 2.000
15.000	15.000	− 7.000
−15.000	15.000	5.000
0.000	−21.000	3.000
15.000	11.000	−15.000
−15.000	11.000	13.000

v(1) = 5.643
v(2) = −8.857
v(3) = 4.429

v (4) = 1.500
v (5) = 0.000
v (6) = −2.714

x (1) = −.843
x (2) = −.214

SUMA APS V = 23.143
BROJ ITERACIJA = 9

0.000	−17.000	50.000
15.000	15.000	− 7.000
−15.000	15.000	5.000
0.000	−21.000	3.000
15.000	11.000	−15.000
−15.000	11.000	13.000

v (1) = −109.500
v (2) = 6.000
v (3) = 101.000
v (4) = − 76.500
v (5) = 0.000
v (6) = 79.000

x (1) = −3.567
x (2) = 3.500

SUMA APS V = 372.000
BROJ ITERACIJA = 10

LITERATURA:

[1] Helmert, F. R.: Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Leipzig—Berlin 1924.

[2] Vukotić, Nj.: Primjena linearnog programiranja u geodetskim računanjima, Savetovanje Osnovni geodetski radovi i oprema za njihovo izvođenje, SGIGJ, Struga 1987, str. 711—722.

SAŽETAK

U radu je naveden način izravnanja po metodi Ruđera Boškovića, koji, zahvaljujući razvoju linearnog programiranja, može biti aktuelan i danas.

ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Artikel gegebene Ausgleichungsmethode nach dem Ruđer Bošković Prinzip kan, dank der Entwicklung der linearen Programmierung, auch heute aktuell sein.

Primljeno: 1987-07-29