

UDK 528.721.212  
Originalni znanstveni rad

## GRAFIČKO ODREĐIVANJE ELEMENTA $\Delta\omega$ IZ TRIJU $p_y$ -TOČKA PRIKLADNOG POPREČNOG PROFILA OD KOJIH SE JEDNA TOČKA NALAZI U POJASU BAZE

Franjo BRAUM — Zagreb\*

Autograph A8 Wild se u fotogrametrijskoj praksi vrlo dobro afirmirao. Kod restititora je vrlo omiljen, te je u mnogim zemljama, naročito u Jugoslaviji, prisutan u znatnom broju. Iako se više ne proizvodi, svi su proizvedeni primjerci još u punom pogonu i mnogo su traženi i kao rabljeni.

Međutim na njemu se ne mogu direktno mjeriti  $y$ -paralakse, kao što je to slučaj na Autographima A5, A7, A10 . . . , pa tzv. »numerički postupak relativne orijentacije« ne dolazi u obzir, već »optičkomehanička relativna orijentacija« s grafički određenom prekorekturom. Programiranje i angažiranje automatizacije za ovu malu operaciju nije uputno s obzirom na odmjeravanja, očitavanja, zapisivanja, utipkavanja i stavljanja u pogon automatizacija, što bi sve za to bilo potrebno. To me ponukalo da izvedem postupak za proizvoljnu konfiguraciju snimljenog terena koristeći triplet (4, 2, 6)  $p_y$ -točaka istog poprečnog profila sa *simetričnim* slikovnim raspoređajem ( $y'_4 = -y'_6$ ) s obzirom na točku u bazi ( $y'_2 = 0$ ). Postupak je prikazan u poglavlju 3.3.5.1.2.3.2.2.2.1.2. (str. 147) i na sl. 33.64 (str. 150) od [1], te u [2]. To je grafički postupak koji ne zahtjeva poznavanje  $y$ -paralaksa, kao niti nikakva računanja niti odmjeravanja, gotovo niti zapisivanja, a daje odmah visoku točnost i kod postojećih (polaznih) velikih pogrešaka orijentacionih elemenata. Postupak nije vezan na A8, već je primjenljiv na svim stereoinstrumentim na kojima se može pročitati postav za poprečni nagib  $\omega$  i za stereoprojekcionu daljinu  $z_m$ .

Taj postupak može međutim biti upotrebljen i za općenitiji slučaj, tj. za  $y'_2 = 0$ , a  $y'_4$  i  $y'_6$  mogu biti *proizvoljni*. Ta je mogućnost od interesa prvenstveno za snimke priobalnog područja. Pritom se konstrukciona podloga (sl. 33.51 u [1]) može još i pojednostaviti. Dostatna je Z-skala na Z-osi, dok skale na čvrstoj zruci za točke 4 i 6 mogu izostati, budući da se fiksni osni kutovi

\* Adresa autora: Prof. dr Franjo Braum, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26. Ovaj rad izrađen je u okviru istraživačkog zadatka »Fotogrametrijsko istraživanje prikaza prostora«, što ga financira Samoupravna interesna zajednica za znanstveni rad (SIZ III).



Relativnu orijentaciju najviše zakomplicira pogreška razlike poprečnih nagiba  $d\Delta\omega$  zbog njenog velikog i diljem modela raznovrsnog utjecaja na y-paralakse.

Odaberemo jedan prikladan poprečni profil  $x = \text{const}$  s  $p_y$ -točkama 4,2,6, od kojih točka 2 ima slikovnu ordinatu  $y_2 = 0$ , a točke 4 i 6 imaju ordinate proizvoljne vrijednosti. U formuli (33.176) od [1]

$$d\omega_2'' = \frac{-k_{4-6} p_{y2} + k_{2-6} p_{y4} + k_{4-2} p_{y6}}{k_{2-6} \bar{z}_{2-4} + k_{4-2} \bar{z}_{2-6}}$$

uvrstimo prema pretpostavci  $k_2 = y_2' : f = 0$ , a u točkama 2 i 4 poništavamo y-paralaksu sa  $b''_y$  odn.  $b''_z^*$ . Time dobijemo

$$d\omega_2'' = \frac{k_4 p_{y6}}{-k_6 \bar{z}_{2-4} + k_4 \bar{z}_{2-6}} = \frac{p_{y6} = \bar{z}_6 \cdot \Delta\omega_6''}{-\frac{k_6}{k_4} \bar{z}_{2-4} + \bar{z}_{2-6}}, \quad (1)$$

pri čemu je

$$-(k_6 : k_4) = -[(y_6' : f) : (y_4' : f)] = -\frac{y_6'}{y_4'}$$

a  $\Delta\omega_6''$  je promjena elementa  $\omega''$  koja je potrebna da bi se nakon poništavanja y-paralakse u točkama 2 i 4 poništila i y-paralaksa u točki 6. Supstitucija  $\bar{z} = zK = [1 + (y'^2 : f^2)]$  ima vrlo jednostavnu geometrijsku interpretaciju (vidi npr.  $\bar{z}_0$  na sl. 33.64, str. 150 [1]), a s time u vezi ona i znatno pojednostavljuje analitičke izraze ( $p_{y\omega} = \bar{z} \cdot d\omega$ ) odnosno iz tripleta  $p_y$ -točaka istog poprečnog profila:

—  $d\omega = F(p_y) : F(\bar{z})$ , vidi formulu (33.175a) u [1].

Međutim na A8 nemamo orijentacione elemente  $b_y$  i  $b_z$ , pa je za A8 u [1,154] navedeno poništavanje y-paralakse u točki 2 i 4 promjenom elemenata  $\kappa$  i  $\phi$ . Pri takvom redosljedu poništavamo u točki 2 sa  $\kappa'$  pogrešno i onu komponentu y-paralakse koja pripada pogrešci od  $\omega''$ , a isto tako i u točki 4 sa  $\phi'$ . Kako ta komponenta može biti i prilično velika, a utjecaj elementa  $\phi'$  na y-paralaksu u točki 4 je dosta slab, to time postoji mogućnost da s početnim poništavanjem y-paralakse u točki 2 sa  $\kappa'$  i u točki 4 sa  $\phi'$  ta dva elementa prilično iskrivimo. Stoga se preporuča da se u slučaju *velike* početne y-paralakse u točki 2 opservacioni postupak započne poništavanjem te paralakse pomoću utjecajnijeg elementa  $\omega''$ , a ne pomoću  $\kappa'$ , i da se ta vrijednost od  $\omega''$  uzme kao početna vrijednost  $\omega''_0$ . Slijedi poništavanje y-paralakse u točki 4 sa  $\phi'$  i očitavanje pripadne stereoprojkecije daljine  $z_4$ , registriranje projekcije daljine  $z_2$  pri stereokoincidenciji točke 2, te poništavanje y-paralakse u točki 6 sa  $\omega''$  i očitavanje tako dobivenih postava  $\omega''_6$  i pripadne stereoprojkecije daljine  $z_6$ . Kako teče postupak pri lijevom poprečnom profilu (3,1,5) i zamijeni stražnje (4,3) i prednje (6,5)  $p_y$ -točke, te nastavak relativne orijentacije, to vidi u [1] i [2].

\* Bolje sa  $b_y$  i  $b_z$  negoli sa  $\kappa$  i  $\phi$  ako postoje takve mogućnosti, pogotovo ako odabrani poprečni profil nije ujedno i nadirni.



Jednadžba (1) se rješava konstruktivno (sl. 1). Na umnoženoj konstrukcijskoj podlozi nanijeta je na Z-osi vrijednost f-podatka\* i horizontalan pravac kroz tu vrijednost. Na tu horizontalu prenese se sa papirnate kopije šestarom ulijevo slikovna ordinata  $y'_4$ , a udesno slikovna ordinata  $y'_6$ . Kroz tako dobivene točke povuku se pravci iz projekcionog središta O, i time dobiju zrake u modelu, projicirane u YZ-ravninu, za točke 4 i 6. Na mjestima  $z = z_4$  i  $z = z_6$  na Z-osi povuče se horizontala (okomica na Z-os) do zrake za točku 4 i 6. Time dobijemo položaj točaka 4 i 6 u modelu, koji položaj ortogonalno na pripadnu zraku projiciramo na Z-os i dobijemo projekcije  $\bar{4}$  i  $\bar{6}$ . Točka  $\bar{2}$  identična je sa 2 i nalazi se na Z-osi na mjestu vrijednosti  $z = z_2$ . Za ove pravce dovoljan je 1 pravokutan trokut.

Točka  $\bar{4}$  ne prenese se kružnicom oko  $2 = \bar{2}$  na Z-os (kao kod položaja  $4'$  i  $6'$  simetričnog obzirom na  $x'$ -os), već se ordinata  $y'_4$  zarotira oko f-vrijednosti na osi Z prema dolje u Z-os, i time dobije pravac prema kraju slikovne ordinate  $y'_6$ . Sada se u skladu s koeficijentom  $-(k_6 : k_4) = -(y'_6 : y'_4)$  u formuli (1) povuče paralela s tim pravcem kroz točku 4 do horizontale kroz  $2 = \bar{2}$ , a taj odsječak se zarotira prema gore u Z-os u točku (4). Dalje teče postupak kao i kod simetričnog položaja  $p_y$ -točaka 4 i 6 obzirom na  $x'$ -os, tj. točka (4) prenese se šestarom iz  $\bar{6}$  na horizontalu kroz  $\bar{6}$ , a tako dobivenu točku spoji se s projekcionim središtem O i dobije pravac prokorekture  $k_u$  (sl. 1). Iznos  $\Delta\omega''_6 = \omega''_6 - \omega''_0$  nanese se na Y-skalu\*, ta se točka vertikalom prenese na pravac prokorekture  $k_u$ , zatim dalje horizontalom na Z-os, gdje se na Z-skali očita potrebna korekcija  $v_{\omega''}$ , koju se nanese na desnom projektoru.

Ukoliko format konstrukcijske podloge ne omogućuje rotiranje ordinate  $y'_4$  prema dolje na os Z, možemo isti smjer (4')6' dobiti i zarotiranjem ordinate  $y'_4$  prema gore u os Z, kako je to na sl. 1 prikazano crtkano. Kako je ova konstrukcija prema gore nešto kompliciranija, treba konstrukciju podlogu smjestiti tako na svoj list da bude dovoljno prostora prema dolje.

Označimo prvu dobivenu vrijednost popravke za  $\omega''$  sa  $v_{\omega''1}$ , a onu nakon prvog ponavljanja sa  $v_{\omega''2}$ . Potonju popravku treba korigirati na

$$v_{\omega''} = \frac{v_{\omega''1}}{v_{\omega''1} - v_{\omega''2}} v_{\omega''2} = \frac{v_{\omega''1}}{v_{\omega''1} - v_{\omega''2}} k_u \cdot \Delta\omega''_6. \quad (2)$$

Vrijednost ovakve prokorekture, kojom je  $v_{\omega''} \neq v_{\omega''2}$ , ima svoj razlog u tome što sve potrebne matematske pretpostavke nisu bile idealno ispunjene: nije idealno važno  $x_4 = x_2 = x_6$ ,  $p_y$ -točke na papirnatoy kopiji i u modelu nisu bile idealno identificirane, konstrukcija nije bila idealno točno izvedena. Obzirom da i iz drugih sistematskih razloga (zanemarivanje viših potencija malenih veličina u diferencijalnim formulama) možemo očekivati ponovljenu relativnu orijentaciju, nema niti smisla inzistirati na idealno ispunjenim matematskim pretpostavkama, jer se ta odstupanja u takorekuć neminovnom ponavljanju uzmu u obzir formulom (2). Drugim riječima: ako je koeficijent  $k_u$

\* To je danas najčešće  $f \approx 153$  mm, dok se za druge f-vrijednosti mogu predviđjeti posebne konstrukcijske podloge ili se manualno olovkom nanese aktualna f-vrijednost i horizontala kroz nju.

\* Primjer na sl. 1:  $\Delta\omega''_6 = 113^\circ$ ,  $v_{\omega''} = 300^\circ$

dovoljno približno poznat, moći ćemo i bez konstruiranja naznačenih na sl. 1 (odn. na sl. 33.64 u [1]) doći brzo do definitivnog rezultata koristeći formulu (2), koja praktički korigira prvotno pretpostavljenu, a nedovoljno točno poznatu, vrijednost prekorekture  $k_u$ . Često će biti slučaj da će se približna vrijednost koeficijenta prekorekture moći dobiti preuzimanjem te vrijednosti iz prethodnog modela, i to onda ako se tokom niza konfiguracija poprečnog profila slabo mjenja. Ako je formula (2) zadovoljila u prethodnom modelu, onda je prema njoj korigirana vrijednost prekorekture iznosila:

$$k_{u \text{ kor}} = \frac{V_{\omega^{\#1}}}{V_{\omega^{\#1}} - V_{\omega^{\#2}}} k_u. \quad (3)$$

Ako je u (3) vrijednost  $k_u$  bila određena grafički konstrukcijom prikazanoj na sl. 1, njena numerička vrijednost bit će jednaka

$$k_u = \frac{400}{k_{u \text{ 400}}}, \quad (4)$$

gdje je  $k_{u \text{ 400}}$  odsječak na Y-skali što ga odsjeca konstruirani pravac prekorekture  $k_u$  (sl. 1), a koji se odsječak može na toj skali direktno očitati.

Modificiranje korekcije  $v_2$ , dobivene iz ponovljenog postupka, u  $v$  po formuli (2), uzimajući u obzir i vrijednost korekcije  $v_1$  iz prethodnog postupka, važi općenito, i nije vezano ni na određeni stereoinstrument, ni na određeni orijentacioni element. Za pravilnu upotrebu formule (2) nije toliko bitno da matematske pretpostavke, na kojima se osniva opisani postupak, budu idealno ispunjene, već da pri ponavljanju postupka budu upotrebljene iste  $p_y$ -točke i isti tok operacija kao u prethodnom postupku.

U poglavlju 3.3.5.1.2.3.2.2.1.2.1. (sl. 33.46) iz [1] također je opisan jedan postupak za relativnu orijentaciju s nepravilnim slikovnim položajem  $p_y$ -točka. Od tog postupka ovaj ovdje opisani razlikuje se u sljedećem:  $p_y$ -točka 2 mora se nalaziti u pojasu baze;  $y$ -paralakse ne mjere se pomoću elemenata  $b_y$ ; otpada konstrukcija za nazivnik  $N_{\omega}$  i analogna konstrukcija za brojnik  $Z_{\omega}$  od izraza za  $d\Delta\omega$ , a umjesto tih konstrukcija dolazi konstrukcija pravca prekorekture  $k_u$ .

## LITERATURA

- [1] Braun, F.: »Orijentacija fotogrametrijskih snimaka« (Nutarnja i relativna orijentacija aerosnimaka), Sveučilište u Zagrebu, 1976, 234 str.
- [2] Braun, F.: »Standardna metoda relativne orijentacije približno vertikalnih snimaka«, Geodetski list, Zagreb, 1977, 273-278.

## SAŽETAK

Prikazan je grafički postupak za određivanje elementa  $\Delta\omega$  iz triju  $p_y$ -točaka istog poprečnog profila od kojih se jedna nalazi u pojasu baze, a druge

dvije ne moraju biti prema njoj simetrično smještene. Postupak je prvenstveno namjenjen za relativnu orijentaciju stereoparova priobalnog područja na stereoinstrumentu Autographu A8 Wild.

Dana je formula za korigiranu vrijednost koeficijenta prekorekture na temelju ponovljenog određivanja elementa  $\Delta\omega$ . Ta formula važi općenito za bilo koji instrument i određivani orijentacioni element.

#### ABSTRACT

It is described a graphical method for the determination of the element  $\Delta\omega$  on the base of three  $p_y$ -points situated in the same cross section. One  $p_y$ -point must be in the projection of the base, but the two others ought not to be symmetrically disposed to the former one.

The method is primarily destined for the stereopairs of littoral regions if the orientation will be executed on the stereoplotter Autograph A8 Wild.

The formula for the corrected value of the overcorrection coefficient is given on the base of the repeated determination of the element  $\Delta\omega$ . There is a general possibility of application i.e. for any instrument and orientation element in question.

Primljeno: 1987-02-24