

UDK 528.486:513

725.826

Originalni znanstveni rad

RAČUNANJE ELEMENATA ISKOLČENJA ZAKRIVLJENIH STARTNIH LINIJA ZA UTRKE NA 3000 M SA ZAPREKAMA I 1500 M

Branka CAPEK, Miljenko SOLARIĆ — Zagreb*

1. UVOD

Ovaj rad predstavlja nastavak rada [4], a kao što je tamo bilo rečeno, za sve lakoatletske utrke gdje trkači postupno poslije starta prelaze uz unutrašnji rub staze (rubnjak), njihova startna mjesta definirana su evolventom**. Naime, da bi svi natjecatelji u navedenim trkačkim disciplinama bili ravnopravni oni, bez obzira iz koje staze startaju, moraju prijeći *jednako dugi put*. Takav zahtjev, kao što se zna iz matematike (vidi [2]), zadovoljava zakrivljena startna linija u obliku evolvente, koja nastaje od trajektorije (putanje) po kojoj trči trkač u prvoj stazi.

U radu [4] izvedene su formule za računanje potrebnih elemenata za iskolčenje točaka zakrivljenih startnih linija (evolventi kružnica) na lakoatletskim stazama dugim 400 m i to za utrke na 1000 m, 3000 m, 5000 m i 10 000 m. Naime, u tom radu pisano je o iskolčenju evolventi nastalih odmatanjem (razvijanjem) samo kružnog dijela krivine. Međutim, za utrku na 3000 m sa zaprekama evolventa nastaje od dijela pravca i dijela kružne krivine, kao što se vidi na slici 1. Zbog toga će u ovom radu najprije proučiti ovaj slučaj, a zatim još promotriti i iskolčenje startne linije za utrku na 1500 m, koja nastaje od dijela kružne krivine, kao i od dijela pravca i dijela kružne krivine (vidi sliku 2).

2. STARTNA LINIJA ZA UTRKU 3000 M SA ZAPREKAMA

2.1. Izvod formula za računanje elemenata iskolčenja točaka evolvente nastale od dijela pravca i dijela kružne krivine kad se iskolčuje iz središta polukružne krivine (C)

Potrebne formule za računanje elemenata iskolčenja zakrivljenih startnih linija za utrke na 3000 m sa zaprekama nismo našli u raspoloživoj literaturi

* Adresa autora: Branka Capek, dipl. inž. i prof. dr Miljenko Solarić, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26.

Ovaj rad djelomično je financirala Samoupravna interesna zajednica za znanstveni rad SR Hrvatske (SIZ — III)

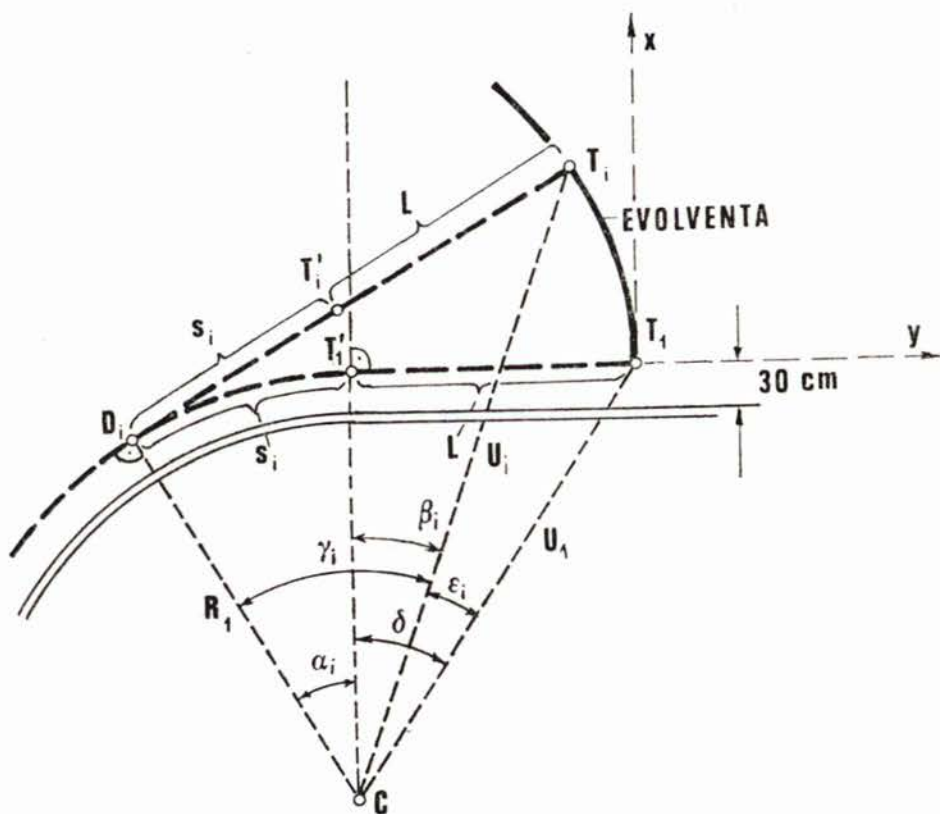
** Naziv evolventa dolazi od latinske riječi *evolvere* — razviti, razmotati.

iz matematike, a ni iz geodezije, te smo do njih došli kratkim izvodom. Kao što se vidi na slici 1., neophodne vrijednosti za iskolčenje točaka startnih linija za utrke na 3000 m sa zaprekama (tj. nastalih evolventi od dijela pravca i dijela kružne krivine) mogu se, za iskolčenje polarnim načinom iz središta polukružne krivine, izračunati po formulama:

$$U_i = \sqrt{R_1^2 + (L + s_i)^2}, \quad (1)$$

$$\beta_i = \gamma_i - \alpha_i, \quad (2)$$

gdje je:



Sl. 1. Startna linija za 3000 m sa zaprekama (evolventa od dijela pravca i dijela kružnice)

U_i — udaljenost i -te iskolčavane točke startne linije (evolvente) od središta (C) polukružne krivine,

i — indeks broja točke, koji se kreće od 1 do n ($i = 1, 2, \dots, n$),

R_1 — radijus trajektorije (putanje) trkača, tj. polukružne krivine po kojoj trči trkač u prvoj stazi, a on je veći za 30 cm od radijusa rubnjaka staze,

L — put koji pretrči trkač u prvoj stazi po dijelu pravca $T_1T'_1$,

- s_i — put koji pretrči trkač u prvoj stazi po kružnom dijelu krivine od točke T'_1 (gdje je on ušao u kružnu krivinu) do točke D_i (gdje u prvu stazu ulazi trkač iz i -te točke),
- β_i — kut pod kojim će se iskolčiti i -ta točka startne linije za utrku na 3000 m sa zaprekama kad se kut mjeri iz točke C, a od pravca CT'_1 , tj. mjesta gdje trkač u prvoj stazi ulazi u kružni dio krivine,
- γ_i — kut iz trokuta $D_i C T'_1$, a on se može izračunati po formuli

$$\gamma_i = \operatorname{artg} \left(\frac{L + s_i}{R_1} \right) \quad (3)$$

(gdje je γ_i izražen u radijanima),

- α_i — središnji kut za dio staze od točke T'_1 (gdje je trkač iz prve staze ušao u polukružnu krivinu) do točke D_i (gdje ulazi trkač iz i -te točke u prvu stazu), a on se može izračunati iz kružnog isječka $D_i C T'_1$ po formuli

$$\alpha_i = \frac{s_i}{R_1} \text{ (radijana)}. \quad (4)$$

Nakon uvrštenja jednadžbi (3) i (4) u jednadžbu (2) bit će:

$$\beta_i = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{L + s_i}{R_1} \right) - \frac{s_i}{R_1} \text{ (radijana)}, \quad (5)$$

gdje je β_i izražen u radijanima, a da bi izraz (5) dobili u stupnjevima treba gornju jednadžbu pomnožiti sa $360^\circ/(2 \cdot \pi)$, te će konačna formula glasniti:

$$\beta_i = \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{L + s_i}{R_1} \right) - \frac{s_i}{R_1} \right] \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (6)$$

2.2. Praktična primjena

Pomoću formula (1) i (6) računaju se duljine i kutovi za polarno iskolčenje pojedinih točaka evolvente iz središta kružne krivine (C) računajući kut β_i od točke T'_1 prijelaza atletske staze iz njenog pravocrtnog dijela u kružnu krivinu do točke T_i (slika 1). Za proračun kutova β_i i duljine U_i potrebno je prethodno odrediti veličinu L i odabrati vrijednost s_i , tako da se dobije dovoljna gustoća točaka iskolčavane evolvente.

Prema »Pravilniku za atletska takmičenja« — u daljnjem tekstu »Pravilnik« — u utrci na 3000 m sa zaprekama mora biti 28 suhih i 7 vodenih zapreka. Kako se vodena zapreka ne može postaviti na atletsku stazu, Pravilnik predviđa mogućnost postavljanja vodene zapreke na borilištu unutar atletske staze ili izvan nje, što smanjuje ili povećava standardnu duljinu kruga od 400 metara. U pravilu se vodena zapreka postavlja na borilište unutar atletske staze, čime se postavlja na borilište unutar atletske staze, čime se duljina kružnog dijela krivine u odnosu na standardnu skraćuje. Pravilnikom su date smjernice za razmještaj prepona u odnosu na start i cilj, ali nije propisana duljina

kružnog dijela krivine, te se ona, ovisno o projektu mijenja, a samim tim i veličina L . Metoda proračuna lokacije startnog mjesta trkača u prvoj stazi (točka T_1), a time i veličina L , navedena je u Pravilniku i u ovom članku se tretira kao poznata veličina.

Veličine s_i (gdje je $i = 1, 2, \dots, n$) proizvoljno odaberemo sami u određenim intervalima i to tako, da dobijemo dovoljan broj točaka za iscrtavanje evolvente sa zadovoljavajućom točnošću.

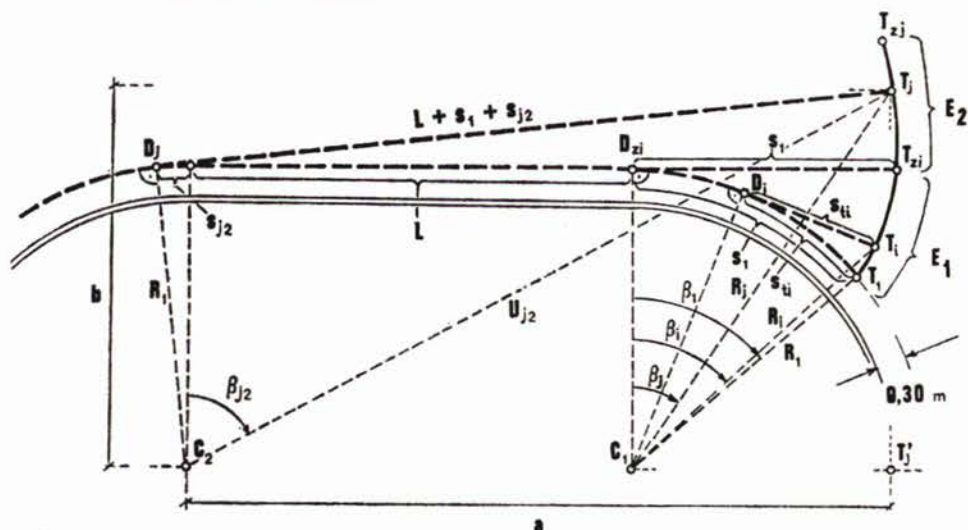
U praksi se može desiti, da put koji pretrči trkač u prvoj stazi od starta do ulaska u krivinu ($T_1 T'_1 = L$, slika 1) može poprimiti takvu vrijednost, da duljina U_i bude veća od 50 metara, koliko je u pravilu duljina čelične vrpce, što otežava proces mjerenja. Stoga, ako ne raspoložemo elektroničkim daljinomjerom, puno je svrsishodnije iskolčiti evolventu ortogonalnom metodom od tangente evolvente u njenoj početnoj točki T_1 , kako je to prikazano na slici 1. Ordinate (Y_i) i apcise (X_i) za iskolčenje ortogonalnom metodom računaju se po formulama:

$$Y_i = U_i \sin(\beta_i) - L, \quad (7)$$

$$X_i = U_i \cos(\beta_i) - R_1. \quad (8)$$

3. ISKOLČENJE TOČAKA EVOLVENTE NASTALE OD DIJELA KRUŽNE KRIVINE, TE DIJELA PRAVCA I DIJELA KRUŽNE KRIVINE (ZA STARTNU LINIJU UTRKE NA 1500 M)

Zakrivljena startna linija za utrke na 1500 m sastoji se iz dva dijela: evolvente kružnice od točke T_1 do točke T_{zi} (centar zakrivljenosti polukružne krivine sa središtem u točki C_1 slika 2), te evolvente dijela pravca i polukružne krivine, čiji se centar nalazi u točki C_2 , od točke T_{zi} do Točke T_{zj} (slika 2). Elementi iskolčenja točaka evolvente polarnom metodom iz središta polukružne krivine (C_1) su kut β_i i radijus R_1 :



Sl. 2. — Startna linija za 1500 m sastoji se od evolvente kružnice (E1) od točke T_1 do T_{zi} , kao i evolvente dijela pravca i dijela kružnice (E2) od točke T_{zi} do T_{zj} .

β_i — kut pod kojim će se iskolčiti i -ta točka startne linije kad se kut mjeri iz točke C_1 , a od pravca C_1D_{zi}

R_i — udaljenost i -te točke startne linije od centra polukružne krivine C_1

Veličina β_i može se računati na način opisan u [4] i to za slučaj zakrivljene startne linije za utrke na 1000 m, 3000 m, 5000 m i 10 000 m. Analogno formuli (10) iz [4], a uzimajući u obzir položaj pravca C_1D_{zi} , od kojeg se mjeri kut β_i (slika 2) formula za računanje kuta β_i će glasiti:

$$\beta_i = \frac{s_1}{R_1} - \frac{s_{ti}}{R_1} + \operatorname{arctg} \left(\frac{s_{ti}}{R_1} \right) \text{ (radijana)}, \quad (9)$$

gdje je kut β_i izražen u radijanima, a da bi ga dobili u stupnjevima treba gornji izraz pomnožiti sa $360^\circ/(2 \cdot \pi)$, te dobijamo konačnu formulu:

$$\beta_i = \left[\frac{s_1}{R_1} - \frac{s_{ti}}{R_1} + \operatorname{arctg} \left(\frac{s_{ti}}{R_1} \right) \right] \cdot \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (10)$$

Udaljenost i -te točke evolvente od centra polukružne krivine C_1 može se izračunati po formuli:

$$R_i = \sqrt{R_1^2 + s_{ti}^2}. \quad (11)$$

Elementi za iskolčenje dijela startne linije koji se sastoji iz evolventne kružnice (od točke T_1 do točke T_{zi}) odredit će se na osnovu formula (10) i (11) za različite vrijednosti s_{ti} i to tako, da evolventa bude označena sa dovoljnim brojem točaka. Za slučaj da je $s_{ti} = s_1$ dobiveni su elementi za iskolčenje točke T_{zi} , te je time proračun elemenata iskolčenja za dio startne linije od točke T_1 do točke T_{zi} završen.

Elementi iskolčenja, kut β_{j2} i duljina U_{j2} (slika 2) za dio evolvente od točke T_{zi} do točke T_{zj} iz središta polukružne krivine C_2 računali bi se na način kao i kod startne linije za 3000 m sa zaprekama s tim, da se u formulama (1) i (6) izraz $(L + s_i)$ zamjeni izrazom $(L + s_1 + s_{j2})$, kako slijedi (vidi sl. 2).

$$U_{j2} = \sqrt{R_1^2 + (L + s_1 + s_{j2})^2}, \quad (12)$$

$$\beta_{j2} = \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{L + s_1 + s_{j2}}{R_1} \right) - \frac{s_{j2}}{R_1} \right] \cdot \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (13)$$

U praksi je puno povoljnije i ovaj dio zakrivljene startne linije iskolčiti iz centra C_1 polukružne krivine sa elementima R_j i β_j (slika 2); uvedemo li oznake: $C_2T'_j = a$, $T_jT'_j = b$, iz trokuta $C_1T_jT'_j$ slijedi:

$$a = U_{j2} \cdot \sin(\beta_{j2}), \quad (14)$$

$$b = U_{j2} \cdot \cos(\beta_{j2}), \quad (15)$$

te je:

$$R_j = \sqrt{(a - L)^2 + b^2}, \quad (16)$$

$$\beta_j = \left[\arctg \left(\frac{a - L}{b} \right) \right] \cdot \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (17)$$

Veličine R_j i β_j računaju se za razne s_{j2} , tako da su iskolčene točke dovoljno guste, sve dok R_j ne dosegne vrijednost radijusa vanjskog ruba zadnje trkače staze.

4. ZAKLJUČAK

Konstruktivno-geometrijska metoda iskolčenja evolventi, kako je to navedeno u [4], a koja se do sada u praksi primjenjivala, ima niz nedostataka u odnosu od nas predložene, analitičke metode.

Po formulama izvedenim u ovom radu vrlo jednostavno se mogu izračunati elementi iskolčenja točaka zakrivljenih startnih linija utrka na 3000 m sa zaprekama i 1500 m. Za proračun je dovoljno i najjednostavnije džepno elektroničko računalo.

Interesantno je napomenuti, da smo nakon štampanja prvog dijela našeg rada [4] u »Geodetskom listu« zamoljeni od uredništva časopisa »Vermessungswesen und Raumordnung«, Bonn, SR Njemačka, da naše radove u nešto izmijenjenom obliku objavimo u njihovom časopisu.

LITERATURA

- [1] Atletski savez Jugoslavije: Pravila za atletska takmičenja, »Sportska tribina«, Zagreb 1977.
- [2] Blanuša, D.: Viša matematika, I dio, drugi svezak, Tehnička knjiga, Zagreb 1965.
- [3] Rieke, H.: Vermessung der 400 m — Kreisbogen — Laufbahn mit Messband und Theodolit, Südwestdeutsche Verlagsdruckerei G. Hornberger, 675 Waldfishbach — Burgalben/Pfalz!
- [4] Solarić, M. i Capek, B.: Računanje elemenata iskolčenja zakrivljenih startnih linija (evolventi kružnica) za utrke na 1000 m, 3000 m, 5000 m i 10 000 m, Geodetski list, 1985, 10-12, 275-284.

SAŽETAK

U ovom radu izvedene su formule za računanje elementa iskolčenja zakrivljenih startnih linija za utrke na 3000 m sa zaprekama i 1500 m.

Za iskolčenje startne linije za utrke na 3000 m sa zaprekama izvedene su formule za računanje elemenata iskolčenja točaka evolvente polarnom metodom iz središta polukružne krivine C_1 . Isto tako navedene su i formule za ortogonalno iskolčenje od tangente na evolventu u točki T_1 .

Za iskolčenje startne linije za utrke na 1500 m izvedene su formule za ra-

čunanje elemenata iskolčenja točkaka evolvente iz središta polukružne krivine C_2 polarnom metodom, a zatim i iz središta C_1 .

ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Aufsatz sind die Formeln für die Berechnung der Absteckungselemente den gebogenen Startlinien für die Laufwettbewerbe auf 1500 m und 3000 m — Hindernislauf angegeben.

Für die Absteckung der Startlinie für 3000 m — Hindernislauf sind die formeln für die polare Absteckung der Evolventenpunkte vom Kreismittelpunkt C_1 aus, angegeben. Ausserdem sind die Fomeln für die orthogonale Absteckung der Evolventenpunkte von der Tangente der Evolvente im Punkte T_1 angeführt.

Für die Absteckung der Startlinie für den 1500 m — Lauf sind die Formeln für die polare Absteckung von Evolventenpunkten vom Kreismittelpunkt C_2 angegeben.

Primljeno: 1987-01-10