

METODE ISTRAŽIVANJA POMAKA I DEFORMACIJA

Zvonimir NAROBÉ — Zagreb*

U inženjersko-tehničkim strukama, određivanju i izučavanju pomaka i deformacija pridaje se veliki značaj. Mjerenje pomaka danas je prisutno kod izgradnje, pa i eksploatacije, svakog većeg građevinskog objekta; geodetske metode opažanja, pri tome su dominantne. Rezultati izmjerenih deformacija koriste se u svrhu provjere projektnih rješenja, a mogu biti i upozorenje za pravovremeno poduzimanje mjera na sanacijama, kako bi se spriječile teže posljedice.

Osnovni pokazatelji za interpretaciju rezultata jesu vrijednost (iznos), smjer i karakter pomaka. Određivanju ovih parametara prilagođuje se program opažanja i primjenjuje se odgovarajuća metodologija obrade podataka. Naročito je značajno i za praktične potrebe korisno, pouzdano ocijeniti karakter pomaka — prvenstveno, razlučiti »opasne« od »bezopasnih« pomaka. U tom smislu, veličina pomaka, sama po sebi, nije mjerodavna. Naime veliki pomaci nerijetko su posve normalna (očekivana) pojava dok, s druge strane, ponekad se i vrlo mala pomicanja ne smiju tolerirati.

Obzirom na karakter, kao osnovno, treba razlikovati ravnomjerne (približno podjednake) i neravnomjerne pomake. Isključujući specifične slučajeve, ravnomjerni pomaci u pravilu nisu štetni; oni ne utječu na čvrstoću, stabilnost i sigurnost građevine odnosno njenih dijelova.

Po svom djelovanju, neravnomjerni pomaci su opasniji. Opasnost je to veća što su razlike pomaka na međusobno bližim mjestima konstrukcije izraženije. Neravnomjernost dovodi do različitih deformacija: progiba, nagiba, zakreta, iskrivljavanja građevine, a moguća su i oštećenja u obliku pukotina pa i lomova. Dakle pojam deformacija najuže je povezan uz neravnomjernost pomaka. Suglasno tome i osnovna svrha geodetskih opažanja sastoji se u otkrivanju i iskazivanju neravnomjernih pomaka — deformacija. Primjena odgovarajućih metoda mjerenja je u nadležnosti geodetskih stručnjaka.

Učešće geodetskog stručnjaka veoma je korisno i kod analize izmjerenih deformacija. Razna pitanja pri utvrđivanju signifikantnosti pomaka usko su povezana uz točnost mjerenja. Ovdje je svakako najvažniji i najodgovorniji zadatak, ukazati na izraženije, posebno (ako su prisutne) na kritične (neočekivane) oblike i vrijednosti deformacija. Njih je potrebno naročito pažljivo izučiti i objasniti njihove osnovne uzroke.

* Adresa autora: Prof. dr Zvonimir Narobe, Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva ul. 26.

Spomenut će se još neke, za analize rezultata značajne, specifičnosti deformacija. Iz prednjeg izlaganja moglo se zaključiti da između veličine i karaktera pomaka nema neke jače uzročne veze. Ipak, stanoviti stupanj korelacije nesumnjivo postoji. Iz prakse je npr. poznato da se kod apsolutno većih pomaka više pojavljuju i njihove neravnomjernosti. Na taj način, uz velike pomake, manje nepravilnosti lako ostaju prikrivene. Također i kod apsolutno malih vrijednosti pomaka, neravnomjernost je teško uočljiva. U ovom slučaju, nepravilnosti su bolje prikrivene i relativno velikim pogreškama mjerenja.

Dakle analogno pomacima i deformacije se mogu svrstati u razne kategorije: od bezazlenih i tolerirajućih do ozbiljnih i kritičnih. Međutim ako se radi isključivo o karakteru, najbitnija je podjela na elastične i plastične deformacije. Po svom djelovanju na građevinu i po posljedicama, plastične deformacije su svakako štetnije.

Polazeći od principa da su deformacije u svom sumarnom iznosu elasto-plastične, dakle dijelom elastične a dijelom plastične, prilikom njihovog istraživanja je neophodno odvojeno ih utvrditi ili bar pouzdanije ocijeniti omjer ovih komponenata. To se postiže prikladnim programima opažanja te odgo-varajućom metodologijom obrade i analize rezultata.

Kod analize i interpretacije rezultata izmjerenih pomaka i deformacija, važnu ulogu imaju metode razrađene u matematičkoj statistici. Općenito, njima se ispituju tzv. stohastičke (korelativne) zavisnosti, svojstvene slučajnim varijablama.

Kao putokaz statističkim istraživanjima pomaka, korisno mogu poslužiti razni grafički prikazi. Po jednoj osi nanose se izmjereni pomaci a po drugoj, veličine koje uvjetuju promjenu njihovih vrijednosti (npr. sila). Iz grafikona se uočavaju eventualne zakonitosti i dobiva približni uvid o stupnju fluktuacije varijabli.

Treba naglasiti da se metodama matematičke statistike istražuju zavisnosti uglavnom u kvantitativnom smislu. Utvrđivanjem statističke (korelacijske) veze ne mogu se odrediti i uzroci međusobne zavisnosti. Uzroke treba potražiti u suštini pojave, sa profesionalnog stanovišta.

Pored kriterija i parametara koji karakteriziraju jakost (čvrstoću) veze, posebno treba ukazati i na znanstvene postupke za otkrivanje i izučavanje oblika zavisnosti. Ovakva pitanja rješavaju se u okviru tzv. regresione analize. Ovdje treba dodati da, iako se statističkim metodama u principu utvrđuju stohastičke veze, one ponekad vrlo određeno ukazuju i na mogućnost funkcionalne zavisnosti.

Jedna od najefikasnijih metoda istraživanja iz domene matematičke statistike, nesumnjivo je analiza varijance (dispersije). Načelno, ovom se analizom dobiva odgovor na pitanje, u kojoj mjeri neki faktor, ili kombinacija takvih faktora, utječe na stanoviti simptom (u razmatranom slučaju to je pomak — deformacija)? Metoda se zasniva na svojstvu aditivnosti varijance. Rastavljanjem varijance na bitnije komponente, iz njihovih omjera i međusobnim uspoređivanjem, ocjenjuje se relativni značaj određenih faktora.

Analiza varijance može se primijenjivati u različitim formama, ovisno o suštini ispitivanog procesa: od posve jednostavnih do složenijih oblika analize. Već i izbor najprikladnije forme, u praktičnim primjenama, nije lagan zadatak.

Kako bi daljnje izlaganje bilo olakšano, razmatranja će se nastaviti povezano s jednim primjerom. U tu svrhu poslužiti će dio podataka, izvedenog znanstveno - istraživačkog zadatka, na ispitivanju građevinskog elementa, kod kojeg su deformacije određivane geodetskim metodama.

U okviru magistarskog rada [1] proučavano je ponašanje nekonstruktivnih elemenata u zgradama, posebno pregradnih zidova, pod utjecajem seizmičkih sila. Tema je bila inspirirana saznanjem o ozbiljnim oštećenjima ovih elemenata nakon potresa, također i u slučajevima kad nosive konstrukcije izdrže bez bitnijih posljedica.

Kao rezultat seizmičkih sila, a povezano sa djelovanjem nosivog sistema zgrade na njene nekonstruktivne dijelove, karakterističan je tzv. *katni pomak*. Definiran je razlikom horizontalnih pomaka dviju susjednih stropnih konstrukcija (strop i pod promatranog kata).

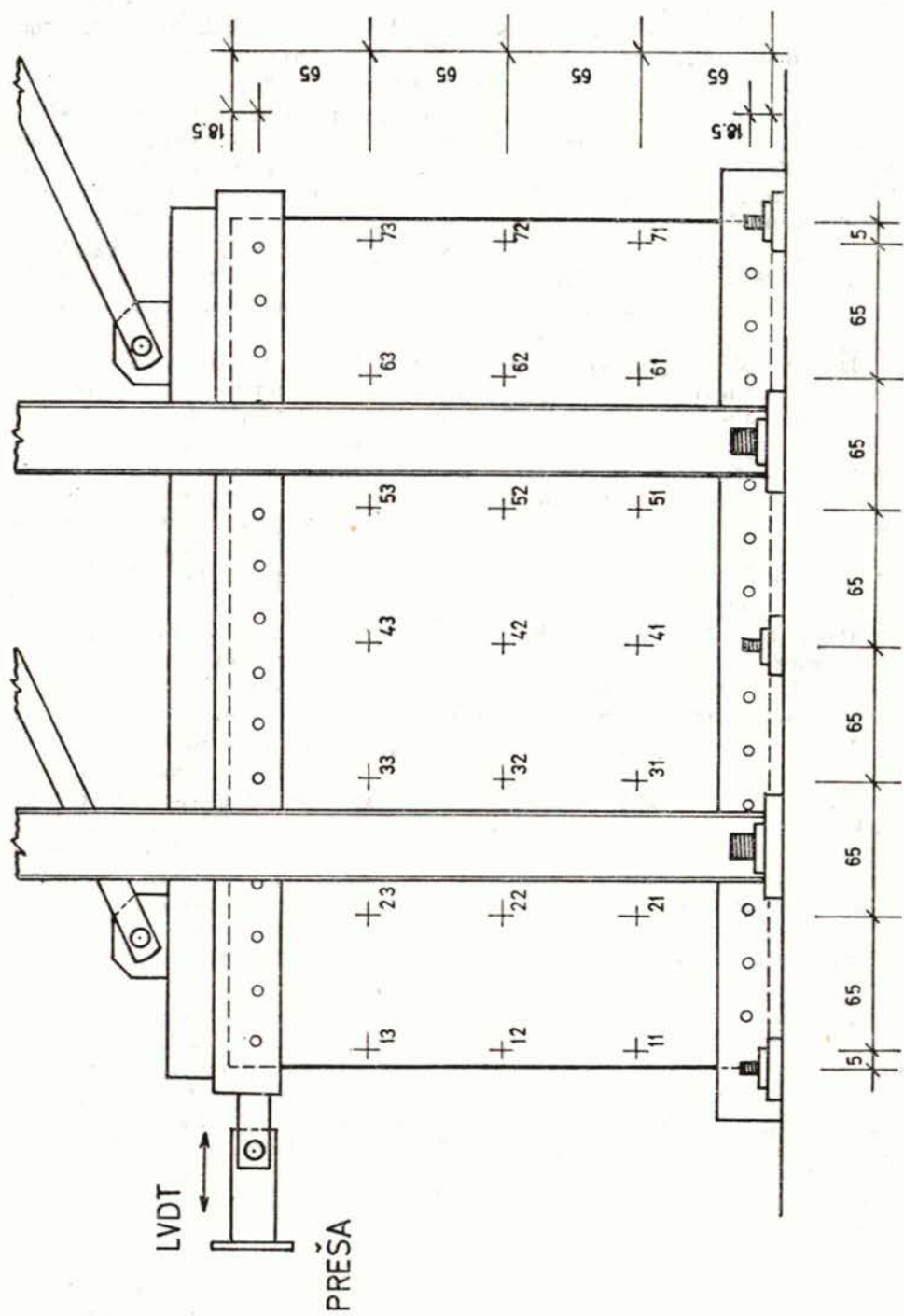
Da bi se ispitala reakcija pregradnog zida na seizmičke sile, u laboratoriju Građevinskog instituta izvršen je eksperiment sa jednim tvornički proizvedenim armirano-betonskim zidnim panelom. Odabran je panel dužine 4,00 met, visine 2,60 met i debljine 6,5 cm, kakav se ugrađuje u zgrade kao prefabricirani nekonstruktivni zid. Da ne bi preuzimao na sebe vertikalni teret niti horizontalno opterećenje (vjetar, seizmičke sile), zid bi morao biti odvojen od nosive konstrukcije. Međutim ukoliko je spoj pregradnog zida sa stupovima i gredama te zidovima i pločama koje ga uokviruju takav da postoji direktni kontakt između nosive konstrukcije i zidnog panela, tada on preuzima dio opterećenja na sebe.

Pokusom se željelo ustanoviti ponašanje takvog čvrsto vezanog zida u raznim fazama horizontalnog opterećenja — katnog pomaka nosive (okvirne) konstrukcije u ravni panela. Naime zbog velike krutosti u svojoj ravni i ovako tanki pregradni zidovi mogu na sebe preuzeti znatne seizmičke sile.

U hali laboratorija načinjen je poseban uređaj kojim je simulirano učvršćenje zidne ploče za nosivu konstrukciju, uz efekt katnog pomaka uslijed horizontalne sile. Panel je čvrsto spojen sa dvije okvirne horizontalne čelične grede; za to su u ploči izbušena dva niza rupa, na 18,5 cm od rubova, kroz koje je čeličnim trnovima $\varnothing 40$ mm panel vezan za grede. Donja greda je nepomična tj. »papučama« i vijcima fiksirana za pod hale. Preko posebnog mehanizma, tzv. »škara«, gornjoj je gredi omogućen horizontalni i vertikalni pomak bez zakretanja. Opisana konstrukcija, zajedno s panelom predviđenim za ispitivanje, smještena je između dva para stabilnih čeličnih vertikalnih stupova (Sl. 1).

Prilikom ispitivanja, gornja čelična greda se pomoću hidraulične preše opterećuje horizontalnom silom u ravni panela. Preša ima dvosmjerno djelovanje pa može konstrukciju opteretiti vlačnom ili tlačnom silom. Međutim u razmatranom slučaju parametar pri ispitivanju nije bila sila, već pomak koji preša predaje gornjoj čeličnoj gredi. Ovaj je pomak mjeren pomoću induktivnog mjerača (LVDT — LINEAR VARIABLE DISPLACEMENT TRANSFORMER) i automatski reguliran. Naime ukoliko zbog popuštanja konstrukcije pomak ima tendenciju povećavanja, sila se automatski smanjuje tako da limitirana vrijednost ne bude prekoračena.

Efekti opterećivanja opažani su na 21. mjernom mjestu, pravilno raspoređenim po panelu u tri horizontalna niza i sedam vertikalna. Mjerna mjesta su signalizirana značkama, prikladnim za precizno viziranje. Označena su dvo-



Slika 1 — Spoj panela i konstruktivnog sistema sa oznakama mjernih mjesta

znamenkastim brojevima gdje prva znamenka definira vertikalnu a druga horizontalnu. Kod svake faze opterećenja, za ove su točke mjereni horizontalni i vertikalni pomaci u ravnini ploče.

Horizontalni linearni pomaci dobiveni su posredno, opažanjem paralaktičkih kutova sekundnim teodolitom. Stajalište instrumenta bilo je udaljeno oko osam metara, okomito na ravninu ploče. Prema signaliziranim točkama na panelu opažani su horizontalni pravci. Iz razlika paralaktičkih kutova i dužine vizure, sračunati su zatim odgovarajući linearni pomaci.

Vertikalni pomaci su mjereni preciznim automatskim nivelirom Wild NA2 s optičkim mikrometrom, također iz udaljenosti od oko osam metara. Instrument je postavljan na tri različite visine. Sa istog horizonta vizure, opažano je po sedam točaka jednog niza, očitavanjem prikladnih vertikalnih podjela fiksniranih na mjernim mjestima.

Pomaci na panelu mjereni su u ukupno 33 faze (serije) tako, da je opterećenje postepeno povećavano, naizmjenice, tlačnom i vlačnom silom. Kao rezultat ovog kompleksnijeg laboratorijskog dijela ispitivanja, dobiven je velik broj podataka pogodnih i za primjenu statističkih metoda istraživanja. Od tog obimnijeg materijala, ovdje će se navesti i analizirati rezultati izmjerenih pomaka iz samo dvije faze opažanja odnosno opterećenja.

U tablici 1. navedeni su horizontalni pomaci, izmjereni kod vlačne sile kojom je gornja gređa pomaknuta za iznos od 6,0 mm. Vrijednosti pomaka su iskazane u milimetrima a, prema slici 1, negativni predznak ukazuje na njihov lijevi smjer. Kako bi se analogijom olakšala primjena uobičajenih izraza i formula iz matematičke statistike, pomak je ovdje označen sa x_{ij} . Radi pravilnog međusobnog razmaka, indeksima ($i = 1, 2, \dots, 7$; $j = 1, 2, 3$) je ujedno definiran relativni položaj mjernog mjesta u ravnini ploče. Međutim, zbog tiskarski prikladnijeg formata tabele, raspored podataka obzirom na po-

Tablica 1 — Horizontalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

x_{ij}	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	$\sum_j x_{ij}$	$(\sum_j x_{ij})^2$	$\sum_j x_{ij}^2$	\bar{x}_i
x_{1j}	- 1,1	- 2,6	- 3,9	- 7,6	57,76	23,18	-2,53
x_{2j}	- 1,5	- 2,9	- 4,3	- 8,7	75,69	29,15	-2,90
x_{3j}	- 2,1	- 3,4	- 4,6	-10,1	102,01	37,13	-3,37
x_{4j}	- 2,4	- 3,7	- 4,9	-11,0	121,00	43,46	-3,67
x_{5j}	- 2,7	- 3,6	- 5,0	-11,3	127,69	45,25	-3,77
x_{6j}	- 2,4	- 3,6	- 4,9	-10,9	118,81	42,73	-3,63
x_{7j}	- 2,3	- 3,3	- 4,7	-10,3	106,09	38,27	-3,43
$\sum_i x_{ij}$	-14,5	-23,1	-32,3	-69,9	709,05	259,17	—
$(\sum_i x_{ij})^2$	210,25	533,61	1043,29	1787,15			
$\sum_i x_{ij}^2$	31,97	77,23	149,97	259,17			
\bar{x}_j	- 2,07	- 3,30	- 4,61	—			

ložaj mjernih mjesta prema slici 1. je takav da, stupac u tablici odgovara horizontali na slici odnosno, redak tablice odgovara vertikalni ploče.

Pomaci u tablici 1 razmotrit će se primjenjujući metodu poznatu pod nazivom analiza varijance s dva promjenjiva faktora. Općenito, ovom se metodom, iz empirijskih podataka, ocjenjuje utjecaj dvaju faktora na vrijednost slučajne varijable. U našem primjeru, ispitat će se zavisnost između vrijednosti pomaka i dispozicije mjernog mjesta u horizontalnom i visinskom smislu.

Brojčane vrijednosti pojedinih parametara za ovu analizu, računaju se prema poznatim klasičnim formulama matematičke statistike. Za aritmetičke sredine pomaka po redovima \bar{x}_i , stupcima \bar{x}_j i ukupnu sredinu \bar{x} vrijede izrazi

$$\bar{x}_i = \frac{1}{v} \sum_j x_{ij} \quad (1)$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{r} \sum_i x_{ij} \quad (2)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{r \cdot v} \sum_i \sum_j x_{ij} \quad (3)$$

gdje su, v — broj podataka u redu, r — broj podataka u stupcu. U razmatranom primjeru uvijek će biti $v = 3$, $r = 7$.

Kod dvofaktorne analize, ukupna varijanca rastavlja se na tri karakteristične komponente tj. suma kvadrata odstupanja od potpune aritmetičke sredine ima tri adenda,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (4)$$

sa slijedećim značenjem:

$$Q = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (5)$$

$$Q_1 = v \sum_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \quad (6)$$

$$Q_2 = r \sum_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \quad (7)$$

$$Q_3 = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2 \quad (8)$$

Izrazom (6) obuhvaćena su odstupanja aritmetičkih sredina redova, a izrazom (7) odstupanja aritmetičkih sredina stupaca. Q_3 se naziva »preostala« suma kvadrata. Važno je primijetiti da ova suma obuhvaća odstupanja varijabli x_{ij} pošto su eliminirani utjecaji obaju faktora. Uzimajući u obzir odgovarajući broj stupnjeva slobode, za procjene varijance vrijede slijedeće formule:

$$s^2 = \frac{1}{rv - 1} Q \quad (9)$$

$$s_1^2 = \frac{1}{r-1} Q_1 \quad (10)$$

$$s_2^2 = \frac{1}{v-1} Q_2 \quad (11)$$

$$s_3^2 = \frac{1}{(r-1)(v-1)} Q_3 \quad (12)$$

Računanje suma kvadrata odstupanja prema formulama (5),... (8) nije najpogodnije. Zato se u praktičnim primjenama koriste prikladnije, ekvivalentne formule,

$$Q = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{1}{rv} (\sum_i \sum_j x_{ij})^2 \quad (13)$$

$$Q_1 = \frac{1}{v} \sum_i (\sum_j x_{ij})^2 - \frac{1}{rv} (\sum_i \sum_j x_{ij})^2 \quad (14)$$

$$Q_2 = \frac{1}{r} \sum_j (\sum_i x_{ij})^2 - \frac{1}{rv} (\sum_i \sum_j x_{ij})^2 \quad (15)$$

$$Q_3 = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{1}{v} \sum_i (\sum_j x_{ij})^2 - \frac{1}{r} \sum_j (\sum_i x_{ij})^2 + \frac{1}{rv} (\sum_i \sum_j x_{ij})^2 \quad (16)$$

sa kontrolom računanja prema izrazu (4).

Kod ove analize se smatra da svaki redak i svaki stupac predstavljaju po jedan uzorak. U analizu se ulazi s pretpostavkom da uzorci pripadaju istom osnovnom skupu (nulta hipoteza). Varijance (9),... (12) trebale bi tada biti međusobno bliske, čime se potvrđuje jednakost fluktuacije podataka po redovima, stupcima i u cjelosti. Shodno tome, omjeri varijanci, pri većim uzorcima teže k jedinici. U slučaju ograničenog broja podataka, za omjere vrijedi tzv. F—distribucija, koja se ovdje koristi kao kriterij za provjeravanje nulte hipoteze. Drugim riječima, pomoću F—kriterija se utvrđuje da li između aritmetičkih sredina (po redovima i stupcima) postoje signifikantne razlike.

Za naš primjer, sva prethodna računanja suma prema formulama (13)... (16) provedena su u tablici 1, a konačni rezultati pregledno su prikazani u tablici 2. Granične vrijednosti F_0 očitane su iz tabela F—distribucije prema stupnjevima slobode i koeficijentu rizika od 0,05.

Budući da su u razmatranom primjeru omjeri F_r i F_s veći od F_0 , nulta hipoteza se odbacuje što znači da polazno stanovište nije prihvatljivo. Dosljedno tome slijedi i zaključak o efektivnom utjecaju pretpostavljenih faktora na varijablu x_{ij} : izmjerene vrijednosti pomaka međusobno se bitno razli-

Tablica 2 — Horizontalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

Komponenta varijance	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode $r = 7; v = 3;$	Varijanca	Kriterij
između redova	$Q_1 = 3,683$	$(r-1) = 6$	$s_1^2 = 0,614$	$F_r = s_1^2 : s_3^2 = 40,9$
između stupaca	$Q_2 = 22,640$	$(v-1) = 2$	$s_2^2 = 11,320$	$F_{or} (5\%) = 3,0$
preostala	$Q_3 = 0,180$	$(r-1)(v-1) = 12$	$s_3^2 = 0,015$	$F_s = s_2^2 : s_3^2 = 754,7$
ukupna	$Q = 26,503$	$(rv-1) = 20$	$s^2 = 1,325$	$F_{os} (5\%) = 3,9$

kuju, kako obzirom na horizontalnu tako i obzirom na vertikalnu dispoziciju mjernog mjesta na panelu.

Specifično za ovaj primjer je izrazito velika razlika između brojeanih vrijednosti parametara u kriteriju. Disproporcija sračunatih omjera F_r , F_s , sa graničnim vrijednostima F_0 je tolika da već navodi na pomisao o mogućoj gruboj pogreški računanja ili eventualnom novopu u postupku testiranja. Zadržavajući se za sada samo na izrečenoj konstataciji, iz daljnje cjelovitije analize pomaka sagledat će se i uzroci ove pojave.

U tablici 3 iskazani su vertikalni pomaci izmjereni kod istog opterećenja ploče; ovdje je pozitivnim predznakom obilježen pomak prema dolje a negativnim prema gore (izdizanje).

Tablica 3 — Vertikalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

y	x_{11}	x_{12}	x_{13}	\bar{x}_i	$(y-\bar{y})\bar{x}_i$	X_i	$\bar{x}_i - X_i$	$X_i - \bar{x}$
0	+ 2,4	+ 2,5	+ 2,5	+ 2,467	- 7,400	+ 2,383	+ 0,084	+ 3,564
1	+ 0,9	+ 1,1	+ 1,3	+ 1,100	- 2,200	+ 1,195	- 0,095	+ 2,376
2	- 0,2	0,0	+ 0,2	0,000	0,000	+ 0,007	- 0,007	+ 1,188
3	- 1,2	- 1,2	- 1,1	- 1,167	0,000	- 1,181	+ 0,014	0,000
4	- 2,4	- 2,4	- 2,3	- 2,367	- 2,367	- 2,369	+ 0,002	- 1,188
5	- 3,6	- 3,7	- 3,5	- 3,600	- 7,200	- 3,557	- 0,043	- 2,376
6	- 4,5	- 4,8	- 4,8	- 4,700	- 14,100	- 4,745	+ 0,045	- 3,564
21	- 8,6	- 8,5	- 7,7	- 8,267	- 33,267	—	0,000	0,000

Vrijednosti pomaka za 21. mjesto analizirane su analogno kao u prethodnom slučaju. Budući da su proračuni identični, računске operacije su ovdje izostavljene. Pregledno su, u tablici 4, prikazani samo konačni rezultati.

Bitna razlika, obzirom na rezultate u tablici 2, jest potvrda o efektivnom utjecaju samo jednog pretpostavljenog faktora na vrijednost varijable x_{ij} . Naime iz podataka opažanja ne može se ustvrditi da na vrijednosti pomaka utječe vertikalna dispozicija točke. Međutim i ovdje vrijedi zaključak da vertikalni pomaci znatno ovise o horizontalnoj dispoziciji mjernog mjesta. Zbog izraženog nesrazmjera između parametara F_r i F_0 , ova konstatacija je veoma pouzdana — praktički sigurna.

Tablica 4 — Vertikalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

Komponenta varijance	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode $r = 7; v = 3;$	Varijanca	Kriterij
između redova	$Q_1 = 118,632$	$(r-1) = 6$	$s_1^2 = 19,772$	$F_r = s_1^2 : s_3^2 = 1235,7$
između stupaca	$Q_2 = 0,069$	$(v-1) = 2$	$s_2^2 = 0,035$	$F_{or}(5\%/0) = 3,0$
preostala	$Q_3 = 0,191$	$(r-1)(v-1) = 12$	$s_3^2 = 0,016$	$F_s = s_2^2 : s_3^2 = 2,2$
ukupna	$Q_4 = 118,892$	$(rv-1) = 20$	$s^2 = 5,945$	$F_{os}(5\%/0) = 3,9$

Uzroci utjecaja horizontalne pozicije mjernog mjesta na vrijednost vertikalnog pomaka, detaljnije će se ispitati primijenjujući metodu regresione analize.

Iz tabelarnih prikaza se vidi da spomenuti nesrazmjer parametara F_r i F_{or} proizlazi od velike vrijednosti varijance s_1^2 odnosno, kao posljedica signifikantnih razlika između aritmetičkih sredina redova \bar{x}_i . Uostalom, da se u ovom primjeru pojavljuju velike razlike sredina, evidentno je već samo pregledom brojčanih vrijednosti \bar{x}_i u tablici 3. Međutim, osim toga, uočava se i stanovita pravilnost razlika, koja sugerira mogućnost linearne zavisnosti između pomaka i horizontalne pozicije točke.

Regresiona analiza koristi se za određivanje zavisnosti između dvije veličine, od kojih jedna nema slučajni karakter tj. zadaje se već pri planiranju eksperimenta. U našem primjeru to je horizontalna udaljenost mjernih mjesta na panelu. Kako su razmaci međusobno jednaki (65 cm), vertikale su u tablici 3, zbog jednostavnijeg računanja, označene redom: $y = 0, 1, 2, \dots 6$.

Pretpostavljajući linearnu zavisnost između veličina x i y , potrebno je pronaći jednadžbu pravca

$$X = a + b(y - \bar{y}) \quad (17)$$

koji najbolje odgovara empirijskim vrijednostima. Kao što je poznato, takav zadatak se rješava metodom najmanjih kvadrata tj. uz uvjet da suma kvadrata odstupanja izmjerenih pomaka od odgovarajućih vrijednosti na pravcu bude minimalna.

Za naš primjer, neophodni predračuni izvršeni su u tablici 3, pa će nepoznati koeficijenti a , b , \bar{y} , u jednadžbi pravca (17) biti:

$$a = \bar{x} = \frac{v \sum \bar{x}_i}{r \cdot v} = \frac{3 \cdot (-8,267)}{21} = -1,181 \quad (18)$$

$$\bar{y} = \frac{v \sum y}{r \cdot v} = \frac{3 \cdot 21}{21} = 3,000 \quad (19)$$

$$b = \frac{v \sum (y - \bar{y}) \bar{x}_i}{v \sum (y - \bar{y})^2} = -\frac{3 \cdot 33,267}{3 \cdot 28,000} = -1,188 \quad (20)$$

Uvrštavajući gornje koeficijente u opću formulu (17), za razmatrani se primjer dobiva slijedeća jednadžba pravca regresije:

$$X = 2,383 - 1,188 \cdot y \quad (21)$$

Po ovoj jednadžbi, za vertikale $y = 0, 1, 2, \dots, 6$, sračunate su zatim pripadajuće »teoretske« vrijednosti pomaka X_i iskazane u tablici 3.

Iako je na taj način utvrđena veza između pomaka i pozicije mjernog mjesta, ostaje još otvoreno pitanje značaja ove zavisnosti. Možda bi npr. tijesnija (čvršća) veza rezultirala sa nekim drugim tipom krivulje? Potrebno je zato provjeriti da li odabrani (linearni) oblik funkcije zadovoljava; ustanoviti da li se izmjereni pomaci značajno razlikuju od pretpostavljenog oblika zavisnosti. Odgovor na to pitanje daje regresiona analiza.

Kod regresione analize, komponente ukupne varijance (9) jesu,

$$s_p^2 = Q_p \quad (22)$$

$$s_o^2 = \frac{1}{r-2} Q_o \quad (23)$$

$$s_u^2 = \frac{1}{r(v-1)} Q_u \quad (24)$$

odnosno suma kvadrata odstupanja od potpune aritmetičke sredine (5) ima adende

$$Q = Q_p + Q_o + Q_u \quad (25)$$

sa slijedećim značenjem:

$$Q_p = v \sum_i (X_i - \bar{x})^2 \quad (26)$$

$$Q_o = v \sum_i (\bar{x}_i - X_i)^2 \quad (27)$$

$$Q_u = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = Q_2 + Q_3 \quad (28)$$

Prema tome, ukupna odstupanja rastavljena su na otklone »teoretskih« vrijednosti (26), otklone sredina od izjednačavajućeg pravca (27) i otklone od aritmetičkih sredina (28).

Predračuni za razmatrani primjer izvršeni su u tablici 3 a konačni rezultati iskazani u tablici 5. Uvažavajući različitost komponenata varijance, interpretacija rezultata pomoću F — kriterija inače je analogna prethodnim (Tablice 2, 4). Za ocjenu značaja pretpostavljene zavisnosti, ovdje je mjerodavan omjer varijanci $s_o^2 : s_u^2$. Kriterijem $F < F_{0.05}$ (5%) nulta hipoteza se prihvaća, čime je potvrđeno da izabrani tip funkcije zadovoljava. Dapače, nejednakost $s_u^2 > s_o^2$ ukazuje na veoma čvrstu vezu — ukazuje da su pomaci vrlo vjerno predočeni linearnom funkcijom.

Tablica 5 — Vertikalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

Komponenta varijance	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode $r = 7; v = 3;$	Varijanca	Kriterij
regresija otkloni od regresije	$Q_p = 118,572$	1	$s_p^2 = 118,572$	$s_p^2 > s_0^2$
unutar redova	$Q_o = 0,060$	$(r-2) = 5$	$s_o^2 = 0,012$	$F = s_p^2 : s_o^2 = 1,6$
ukupna	$Q_u = 0,260$	$r(v-1) = 14$	$s_u^2 = 0,019$	$F_o(5^0/0) = 4,6$
	$Q = 118,892$	$(rv-1) = 20$	$s^2 = 5,945$	

Gornji zaključak je naročito značajan za daljnje istraživanje deformacija. Osobito je važno da u razmatranom slučaju egzistira upravo linearni, a ne neki drugi oblik funkcije. Međutim, izraženo tijesna (stohastička) veza između dviju varijabli, kompleksnijim proučavanjem sa prethodnim rezultatima u tablicama 2 i 4, ukazuje i na mogućnost postojanja matematski egzaktne funkcionalne zavisnosti. Razumljivo, potvrda takve nove pretpostavke uvjetovana je adekvatnim obrazloženjem uzroka fluktuacije empirijskih vrijednosti oko izjednačavajućeg pravca.

Za nastavak ispitivanja, a kao podloga gore naznačenom obrazloženju, bilo bi potrebno više se zadržati na analizi realnog smisla i sadržaja varijanci u tablici 5. Nadalje, sa stručnog geodetskog stanovišta, poznavajući metode opažanja i upotrebljene instrumente, trebalo bi pouzdano ocijeniti točnost određivanja pomaka u našem primjeru. Međutim, ovako temeljit pristup, potpuno argumentiran u svim pojedinostima, zbog opširnosti pa i intencije, prelazi okvire ovog članka. Za to će se ovaj dio samo uopćeno rezimirati.

Sa stanovišta teorije pogrešaka, obje varijacije s_o^2 i s_u^2 u tablici 5 mogle bi poslužiti kao parametar točnosti mjerenja pomaka. Jednostavnim testom potvrdila bi se i njihova statistička jednakost. Iznos objedinjenih standardnih devijacija σ_o i σ_u ekvivalentan je srednjoj pogreški mjerenja pomaka m_r . Za naš primjer

$$m_r = \pm \sqrt{\frac{Q_o + Q_u}{rv - 2}} = \pm 0,13 \text{ mm} \quad (29)$$

Kako se pomaci određuju iz dvije faze (nulto mjerenje — mjerenje kod opterećenja), a u svakoj fazi se opaža visinska razlika između marki na panelu i jedne stabilne točke, to će srednja pogreška izmjerene visinske razlike biti

$$m_{\Delta h} = \pm \frac{m_r}{\sqrt{2}} = \pm 0,09 \text{ mm} \quad (30)$$

Gornji podaci pokazuju da su, u razmatranom eksperimentu, pomaci određivani visokom točnošću. Pogreškama opažanja obrazlaže se i fluktuacija izmjerenih pomaka oko pravca regresije. Međutim, svrsishodnije je ovdje slijedeće rezoniranje: disperzija empirijskih vrijednosti oko pravca je minimalna; postoji zato velika vjerojatnost da su pogreške mjerenja i jedini izvor ove disperzije.

Sumirajući naprijed iznesena zapažanja, kompleksnim proučavanjem rezultata proizlazi i jedno sveobuhvatnije obrazloženje zaključaka primijenjenih testova: u brojčanim vrijednostima izmjerenih pomaka ispoljava se efekt rotacije. Prilikom opterećivanja panela dolazi do njegove rotacije u vertikalnoj ravnini.

Kut rotacije panela za fazu opterećenja LVDT = - 6,0 mm određen je koeficijentom smjera pravca (21), uzimajući u obzir da jedinice po osi y iznose 650 mm (vidi sliku 1):

$$\omega = \arctg \frac{b}{650} = \arctg \frac{1,188}{650} = 06'17'' \quad (31)$$

Prema slici, zaokret je suprotan smjeru kretanja kazala na satu.

Rotacija je dakle uslijedila unatoč tome što »mehanizam sa škarama to sprečava«. Objašnjenje je u nesavršenosti mehanizma i ipak neznatnom zaokretu. Također, uzroci još mogu biti zazor između čeličnih trnova i plašta rupa izbušenih u ploči te općenito popuštanje veza panel — čelična greda — pod hale.

Sa utvrđenom rotacijom, sada je moguće nastaviti na primarnom zadatku iz teme citiranog magistarskog rada [1] — istraživanju *deformacija* pregradnog zida kao posljedice katnog pomaka.

Pomak neke točke na panelu uključuje: translaciju (premještanje cijele ploče), rotaciju i deformaciju. Stvarni predmet ispitivanja jesu deformacije tj. relativni (međusobni) pomaci između točaka na panelu. Obzirom na karakter opterećivanja, važnije su horizontalne komponente. Zato će se nastaviti sa analizom pomaka iz tablice 1.

Budući da je utjecaj translacije na konačne rezultate isključen samom metodom analize varijance, za daljnje istraživanje deformacija treba izmjerene pomake korigirati za prisutni efekt rotacije ploče. Uzevši u obzir međusobni razmak mjernih mjesta, horizontalni pomaci x_{ij} iz tablice 1 korigirani su za iznose,

$$\text{stupac } j = 1: \Delta = 0,0 \text{ mm} \quad (32a)$$

$$\text{stupac } j = 2: \Delta = \frac{\omega \cdot 650}{\rho} = + 1,2 \text{ mm} \quad (32b)$$

$$\text{stupac } j = 3: \Delta = \frac{\omega \cdot 1300}{\rho} = + 2,4 \text{ mm} \quad (32c)$$

čime su zapravo reducirani na stupac $j = 1$; preračunate vrijednosti su iskazane u tablici 6.

Prema korekcijama (32) proizašlo bi da je rotacija ploče uslijedila oko horizontalne osi u visini najdonjeg niza mjernih mjesta ($j = 1$). Međutim to je proizvoljna (samo računaska) pretpostavka, jer točan položaj osi rotacije ovdje nije bitan. Zato preračunate vrijednosti x_{ij} više nisu stvarni, nego fiktivni pomaci oslobođeni utjecaja rotacije. Drugim riječima, tablica 6 sadrži model

Tablica 6 — Reducirani horizontalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

x_{ij}	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	$\sum_j x_{ij}$	$(\sum_j x_{ij})^2$	$\sum_j x_{ij}^2$	\bar{x}_i
x_{1j}	- 1,1	- 1,4	- 1,5	- 4,0	16,00	5,42	- 1,33
x_{2j}	- 1,5	- 1,7	- 1,9	- 5,1	26,01	8,75	- 1,70
x_{3j}	- 2,1	- 2,2	- 2,2	- 6,5	42,25	14,09	- 2,17
x_{4j}	- 2,4	- 2,5	- 2,5	- 7,4	54,76	18,26	- 2,47
x_{5j}	- 2,7	- 2,4	- 2,6	- 7,7	59,29	19,81	- 2,57
x_{6j}	- 2,4	- 2,4	- 2,5	- 7,3	53,29	17,77	- 2,43
x_{7j}	- 2,3	- 2,1	- 2,3	- 6,7	44,89	14,99	- 2,23
$\sum_i x_{ij}$	-14,5	-14,7	-15,5	-44,7	296,49	99,09	—
$(\sum_i x_{ij})^2$	210,25	216,09	240,25	666,59			
$\sum_i x_{ij}^2$	31,97	31,87	35,25	99,09			
\bar{x}_j	- 2,07	- 2,10	-2,21	—			

podataka u kojem su sačuvane sve kvalitete neophodne za daljnje istraživanje deformacije.

Sa novim podacima, ponovljena je analiza varijance. Istovrsnim računskim operacijama kao u tablicama 1, 2, sada su dobiveni rezultati, pregledno prikazani u tablici 7.

Tablica 7— Reducirani horizontalni pomaci (LVDT = -6,0 mm)

Komponenta varijance	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Varijanca	Kriterij
između redova	$Q_1 = 3,683$	$(r-1) = 6$	$s_1^2 = 0,614$	$F_r = s_1^2 : s_3^2 = 40,9$
između stupaca	$Q_2 = 0,080$	$(v-1) = 2$	$s_2^2 = 0,040$	$F_{or}(5\%) = 3,0$
preostala	$Q_3 = 0,180$	$(r-1)(v-1) = 12$	$s_3^2 = 0,015$	$F_s = s_2^2 : s_3^2 = 2,7$
ukupna	$Q = 3,943$	$(rv-1) = 20$	$s^2 = 0,197$	$F_{os}(5\%) = 3,9$

Kako je i trebalo očekivati, omjer varijanci $s_1^2 : s_3^2$ ostao je nepromijenjen. Znatno je smanjena fluktuacija aritmetičkih sredina stupaca pa sada, omjer varijanci $s_2^2 : s_3^2$ udovoljava F — kriteriju. Signifikantne razlike između aritmetičkih sredina redova ($F_r > F_{or}$) i dalje uvjerljivo ukazuje na različite relativne pomake. U našem primjeru, sa koriginiranim podacima, to se objašnjava deformacijama ploče uslijed opterećenja.

Za rezultate u razmatranom eksperimentu još je karakteristična, i suprotna očekivanju, nejednakost $s_1^2 \gg s_2^2$. Naime prema opisanom prijenosu sile, izravnija posljedica opterećenja bile bi veće razlike između horizontalnih nizova mjernih mjesta, dakle pojava »katnih« a ne »bočnih deformacija«. Ra-

zumljivo je međutim da ovu »nelogičnost« treba objasniti s profesionalnog stajališta (krutost ploče, sistem armature, spojevi s čeličnim gredama, ...).

Testom $F_r > F_{or}$ (5%) statistički su utvrđene deformacije panela i njihova specifičnost $F_r \gg F_s$. Iz uvodnih izlaganja s opisom ispitivanja jasno je da je riječ o ukupnim deformacijama, sa njihovim elastičnim i plastičnim komponentama. Međutim, jer je za temu znanstvenog rada [1] to značajno, već prilikom planiranja eksperimenta, vodilo se računa o odvajanju ovih komponenta.

Nakon opterećenja sa LVDT = -6,0 mm, panel je rasterećen pa su kod LVDT = 0,0 mm ponovno izmjereni pomaci u odnosu na nulto stanje prije ispitivanja.

Analognom analizom vertikalnih pomaka, koja se ovdje ne navodi, registriran je zaokret ploče $\omega = 33''$. Interesantno je da se radi o rotaciji u smjeru kazala na satu dakle, ne o »zaostalom zaokretu«. Međutim jer je iznos ω malen, ovu »anomaliju« ne treba posebno objašnjavati.

Kao i prije, horizontalni pomaci su zatim korigirani za utjecaj rotacije, pa je analogna analiza zaostalih pomaka provedena u tablicama 8 i 9.

Tablica 8 — Reducirani horizontalni pomaci (LVDT = 0,0 mm)

x_{ij}	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	$\sum_j x_{ij}$	$(\sum_j x_{ij})^2$	$\sum_j x_{ij}^2$	\bar{x}_i
x_{1j}	+ 0,5	+ 0,2	- 0,2	+ 0,5	0,25	0,33	+ 0,17
x_{2j}	+ 0,3	+ 0,2	- 0,1	+ 0,4	0,16	0,14	+ 0,13
x_{3j}	0,0	- 0,2	- 0,2	- 0,4	0,16	0,08	- 0,13
x_{4j}	- 0,1	- 0,1	- 0,2	- 0,4	0,16	0,06	- 0,13
x_{5j}	- 0,1	0,0	- 0,1	- 0,2	0,04	0,02	- 0,07
x_{6j}	+ 0,1	+ 0,3	+ 0,4	+ 0,8	0,64	0,26	+ 0,27
x_{7j}	+ 0,3	+ 0,5	+ 0,6	+ 1,4	1,96	0,70	+ 0,47
$\sum_i x_{ij}$	+ 1,0	+ 0,9	+ 0,2	+ 2,1	3,37	1,59	—
$(\sum_i x_{ij})^2$	1,00	0,81	0,04	1,85			
$\sum_i x_{ij}^2$	0,46	0,47	0,66	1,59			
\bar{x}_j	+ 0,14	+ 0,13	+ 0,03	—			

Rezultati analize potvrđuju već iznesena zapažanja i zaključke. Kriterijem $F_r > F_{or}$ (5%) utvrđena je sada još i prisutnost trajnih (plastičnih) deformacija. Značajna razlika parametara F_r u tablicama 7 i 9 ukazuje ipak da su deformacije kod LVDT = -6,0 mm, po svom karakteru, većim dijelom elastične. Kako je i trebalo očekivati, nejednakost $s_3^2 > s_2^2$ uvjerljivo pokazuje, da u razmatranom eksperimentu nema trajnih (plastičnih) »katnih deformacija« panela.

Tablica 9 — Reducirani horizontalni pomaci (LVDT = 0,0 mm)

Komponenta varijance	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode $r = 7; v = 3;$	Varijanca	Kriterij
između redova	$Q_1 = 0,913$	$(r-1) = 6$	$s_1^2 = 0,152$	$F_r = s_1^2 : s_3^2 = 4,5$
između stupaca	$Q_2 = 0,054$	$(v-1) = 2$	$s_2^2 = 0,027$	$F_{or(5^0/0)} = 3,0$
preostala	$Q_3 = 0,413$	$(r-1)(v-1) = 12$	$s_3^2 = 0,034$	$F_s = s_3^2 : s_2^2 = 1,3$
ukupna	$Q = 1,380$	$(rv-1) = 20$	$s^2 = 0,069$	$F_{os(5^0/0)} = 19,4$

LITERATURA:

- [1] Sorić, Z.: Nekonstruktivni elementi u zgradama izloženi seizmičkim utjecajima, Magistarski rad, Građevinski institut FGZ u Zagrebu, Zagreb 1981.
- [2] Haljd, A.: Matematičeskaja statistika s tehničeskimi priloženijami, Moskva 1956.
- [3] Smirnov, N. V. Belugin, D. A.: Teorija vjerojatnostej i matematičeskaja statistika v priloženii k geodezii, Nedra, Moskva 1969.
- [4] Pavlić, I.: Statistička teorija i primjena, Panorama, Zagreb 1965.

SAŽETAK

U prvom dijelu navedeni su osnovni oblici pomaka i deformacija građevina, sa njihovim glavnim karakteristikama. Za razliku od nekih vrsta pomaka gdje se mogu tolerirati i veće vrijednosti, posebno se upozorava na one deformacije koje i u malim iznosima mogu biti štetne.

Minimalne deformacije teško je otkriti i zbog relativno velikih pogrešaka mjerenja. Zato razmatranje grupiranih podataka ima prednost, jer su i zaključci iz serijskih opažanja pouzdaniji.

U svrhu istraživanja pomaka i deformacija, njihovo odvajanje i analizu, ovdje se ukazuje na mogućnosti primjene metoda razrađenih u matematičkoj statistici. Za ilustraciju su poslužili rezultati laboratorijskog ispitivanja jednog građevinskog elementa u okviru znanstvenog rada [1].

ZUSAMMENFASSUNG

In erstem Teil sind die Angaben über Grundgestalt der Bewegungen und Deformationen Bauwerke, wie ihren Haupteigenschaften angeführt. Zum Unterschied von einigen grösseren Bewegungen, die man ohne weiteres tolerieren kann, hier wird besonderes an die Deformationen angedeutet, die in ihren kleinen Beträgen schädlich sein können.

Minimale Deformationen, bei Anwendung geodätischen Vermessungsmethoden, wegen ihres relativ grossen Messungsfehlers, sind schwer zu entdecken.

Gruppenweise Betrachtung und Bearbeitung solcher Messungen hat ein Vorteil, weil die Beschlüsse über Serienbeobachtungen zuverlässiger sind.

Zwecks Forschung der Bewegungen und Deformationen, ihre Analyse und Trennung voneinander, wird hier über die Möglichkeiten der Anwendung in Statistik ausgearbeiteten Methoden angedeutet. Zur Illustration dienen die Ergebnisse von Laboruntersuchung eines Bauwerkelementes, die in Rahmen eines Wissenschaftlichen Arbeit gegeben sind.

Primljeno: 1985—10—20