

UDK 528.526.6  
Originalni znanstveni rad

## SAVREMENE METODE OBRADE OPAŽANJA ŽIROSKOPSKIH OSCILACIJA KOD ŽIROTEODOLITA

Robin SMITH — London, Zoran POPOVIĆ — Beograd\*

### 1. UVOD

Cilj ovoga rada je da upozna stručnu javnost sa savremenim metodama obrade opažanja izvršenih klasičnim torzionim žiroteodolitima, čija se tačnost izražava st. devijacijom od oko  $\pm 2''$  i koje u velikoj meri proširuju dijapazon upotrebe ovih instrumenata kod rešavanja raznovrsnih geodetskih zadataka.

Metodologija azimutalnih orijentacija klasičnim žiroteodolitima koja će u daljem biti prezentirana, predstavlja sintezu savremenih tokova svetske naučne misli iz ove oblasti, kao i nezavisne rezultate teorijsko-eksperimentalnog rada autora sa žiroteodolitima poslednjih godina. U okviru ovoga rada predstavljene su one metode obrade opažanja žiroskopskih oscilacija koje su pogodne za praktičnu primenu i obezbeđuju visoku tačnost orijentisanja, kao i neka iskustva i rezultati koji su postignuti na Institutu za geodeziju u Beogradu pod rukovodstvom prof. dr. Vladete Milovanovića i na Royal School of Mines (RSM) iz Londona pod rukovodstvom prof. dr. R. Smitha, poslednjih godina.

Sva razmatranja u vezi metoda vezana su za žiroteodolit GAK 1 standardni i modifikovani model. Obe verzije do sada su već detaljno razmatrane u literaturi (na pr. [11], [12]), pa je taj deo izostavljen.

Prva modifikacija izvršena je na jednom modelu GAK 1-a, vlasništvu koledža RSM — Imperial Colleg-a iz Londona. Prvobitne teorijske i eksperimentalne radove vodio je prof. dr. T. L. Thomas sa pomenutog koledža (sada u penziji), koji je i predložio neke metode prilagođene mogućnostima modifikovanog žiroteodolita GAK 1. Njegov rad nastavio je dr. Robin Smith, sada profesor geodezije na RSM, čiji su zapaženi radovi publikovani u više geodetskih revija poslednjih godina, širom sveta.\*

\* Adresa autora: Prof. Dr. Robin Smith, Royal School of Mines — Imperial College, London, Price Consort Road SW 7 2BP, England, mr Zoran Popović, Viša geodetska škola, Beograd, Milana Rakića 42.

## 2. KRATAK PREGLED METODOLOGIJE AZIMUTALNIH ORIJENTACIJA POMOĆU ŽIROTEODOLITA

Poznato je da azimut terestričkog pravca određen žiroteodolitom predstavlja astronomski azimut i da se pomoću ovoga instrumenta može odrediti pravac geografskog severa. Izraz na osnovi koga je moguće sračunati azimut proizvoljnog pravca na zemljinoj površi, zanemarivši pri tome Laplasovu popravku i popravku za svođenje azimuta sa trenutnog na srednji pol, glasi:

$$A = M - N + \Delta. \quad (2.1)$$

Princip azimutalnih žiroskopskih orijentacija geodetskih strana uslovjen zahtevima za visokom tačnošću, praktično podrazumeva sledeći opažački postupak:

- (1) — određivanje instrumentalne (kalibracione) konstante  $\Delta$  (4—6 merenja) na kalibracionoj osnovici,
- (2) — određivanje približnog pravca severa na strani čiji se azimut određuje,
- (3) — orijentacija teodolitom na terestrički signal u oba durbinova položaja (sredina  $M_I$ ),
- (4) — određivanje ravnotežnog položaja (nulte linije) žiroskopskih oscilacija nekom od približnih metoda ( $N'$ ) (opažanje 4—6 povratnih tačaka),
- (5) — određivanje nultog položaja trake (u slučaju kada traka menja svoj položaj),
- (6) — određivanje nulte linije žiroskopskih oscilacija nekom od tačnijih metoda ( $N$ ), opažanjem obično dva perioda oscilacije i to za dva pravca koji su simetrično raspoređeni u odnosu na približan pravac u granicama od  $\pm 20''$ ,
- (7) — određivanje nultog položaja trake po završenom merenju azimuta (kao pod (5)),
- (8) — orijentacija teodolitom na terestrički signal u oba durbinova položaja (sredina  $M_{II}$ ), pa se za definitivnu vrednost usvaja:  $M = (M_I + M_{II}) / 2$ ,
- (9) — ponovno određivanje instrumentalne konstante  $\Delta$ .

Ovakav program opažanja moguće je obaviti za približno 2 sata, ne računajući merenja za  $\Delta$ . Postupak rada potreban za određivanje kalibracione konstante  $\Delta$ , identičan je onome kod određivanja azimuta proizvoljnog pravca (videti 5.).

\* Autor ovoga rada bio je početkom 1984. godine na dvomesečnom studijskom boravku u Londonu na RSM — Imperial Collegeu kod prof. dr R. Smitha i tom prilikom zahvaljujući izuzetnoj ljubaznosti domaćina, upoznao se sa teorijskim i praktičnim radom na RSM.

### 2.1. Određivanje približne vrednosti pravca severa

Po završenom centrisanju i horizontiranju teodolita po uobičajenom postupku, pre nego što se žiro-motor pusti u pogon, neophodno je vizuru teodolita usmeriti u približan pravac severa. Često se u kompletu opreme uz žiroteodolit isporučuje i kompas (Gi-B -MOM), ili, je kompas montiran na samom teodolitu (na pr. GAK 1 T 16 -Wild).

Kompas pokazuje pravac magnetskog severa koji od pravca geografskog odstupa oko  $18^\circ$ , što je sasvim dovoljno za početak rada žiroteodolita i primenu neke približne metode orijentisanja.

Ukoliko se ne raspolaže kompasom, mogu korisno poslužiti i podaci sa geografske karte, ili se teodolit može postaviti u približan pravac ako je poznata vrednost direkcionog ugla geodetske strane, uzimajući u obzir izraz:

$$v_i = A_G + \Delta + c,$$

gde su,

$A_G$  — azimut određen žiroteodolitom,  
 $c$  — konvergencija meridijana.

## 3. MATEMATIČKI MODEL ŽIROSKOPSKIH OSCILACIJA

Ukoliko nema dodatnih nepoželjnih potresa prouzrokovanih na primer vетром, saobraćajem, nestabilnom podlogom i sl. i ako zanemarimo kratko-trajna nutaciona kolebanja, žiroskop vrši prigušene harmonijske oscilacije po sledećem matematičkom modelu (sl. 3.1):

$$\alpha(t) = A \cdot \left[ \sin(t - t_0) \cdot \frac{2 \cdot \bar{u}}{T} \right] \exp[-\lambda \cdot (t - t_0)], \quad (3.1)$$

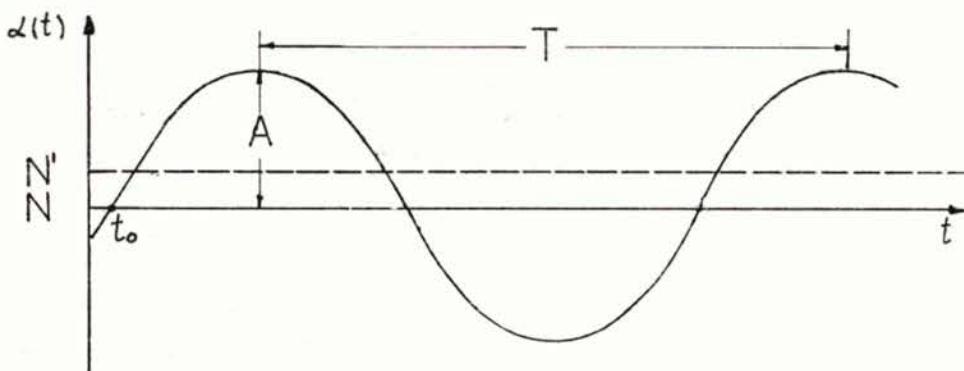
gde su,

$N'$  — čitanje na limbu (približna vrednost),  
 $N$  — nulta linija oscilacija,  
 $\Delta N$  — korekcija položaja  $N$ ,  
 $T$  — period oscilacije,  
 $t_0$  — početno vreme,  
 $t_i$  — vreme na  $i$ -tom podeoku skale,  
 $\lambda$  — koeficijent prigušivanja,  
 $A$  — amplituda oscilacija.

Vrednosti  $t_i$  i  $A$  registruju se pri prolazu žiro-marke preko određenih podataka skale.

Žiroskop može vršiti torzione oscilacije na tri načina:

- bez uključivanja motora, tzv. non-spin način (NS),
- sa praćenjem (engl. tracking mode — skraćeno TM),
- pri fiksnom položaju alhidade teodolita (clamped mode — skraćeno CM).



Sl. 3.1 Eksponencijalna prigušena žiroskopska oscilacija

### 3.1. Non-spin način

Pod nultim položajem trake podrazumeva se položaj visećeg sistema instrumenta sa žiroskopom koji ne rotira. U tom položaju trake torzionalne sile koje deluju na viseći sistem i kablovi koji dovode električnu struju, nalaze se u ravnoteži.

Praktično određivanje nultog položaja (nul-punkta) trake sastoji se u opažanju oscilacija žiroskopa koji je otkočen (dearetriran), pri fiksnom položaju alihidate i koji ne rotira (non-spin način). Polovina čitanja levog (zapadnog) i desnog (istočnog) položaja elongacije sa skale kolimatora, predstavlja ekscentricitet nultog položaja trake, koji ne sme preći vrednost od oko dva podeoka skale (GAK 1 -Wild). Veća odstupanja moguće je pažljivom rektifikacijom svesti u dozvoljene granice.

Praktična iskustva postignuta na Institutu za geodeziju u Beogradu pokazala su da je kod žiroteodolita GAK 1 u slučaju ne promenljivosti položaja trake sastavni deo kalibracione konstante. Ova iskustva u skladu su sa zvaničnim stavom Wild-a [11], kao i Williamsa, [16].

Poslednjih desetak godina na RSM praktikuje se određivanje nul-punkta pre i posle merenja, čime je postignut značajan napredak u povećanju tačnosti azimuta određenih modifikovanom verzijom GAK 1-a. Za korekciju ekscentriciteta nultog položaja trake primenjuje se empirijski metod ponderacije [14] :

$$\delta = (\delta_B + 3 \delta_F)/4, \quad (3.1.1)$$

gde su,

$\sigma_B$  — početna vrednost nultog položaja trake,

$\sigma_F$  — druga vrednost (odredena po završenom merenju azimuta).

Kod MOM-ovih žiroteodolita Gi-B predviđena su i fabričkim uputstvom dva određivanja nul-punkta (pre i posle glavnog merenja), a korekcija koja se dodaje vrednosti  $\Delta N$  računa se iz:

$$\Delta N'' = u_0 \cdot C, \quad (3.1.2)$$

gde je,

$u_0$  — srednja amplituda u tačkama elongacije,  
 $C$  — koeficijent korekcije

$$C = k \cdot [(T_{\text{fol.}}^2/T_{\text{wf.}}^2) - 1],$$

$k$  — s-uglovna vrednost podeoka skale u sekundama (''),  
 $T_{\text{fol.}}$  — period oscilacije kod TM načina (sa praćenjem),  
 $T_{\text{wf.}}$  — period oscilacije kod CM načina.

### 3.2 Način sa praćenjem (TM)

Teodolit se pomoću kompasa (2.1) postavlja u približan pravac severa (nekoliko lučnih stepeni), uključuje prekidač generatora i nakon 2-3 minuta po dostizanju odgovarajuće snage motora, pažljivo se dearetira viseći sistem pomoću aretirnog točka. Žiroskop započinje tada harmonijske oscilacije oko utvrđenog približnog pravca severa.

Opažač kroz okular kolimatora posmatra kretanje žiro-marke i zavrtnjem za fino kretanje alhidade sinhrono održava žiromarku na nultom podeoku skale kolimatora. Oko nultog podeoka skale brzina kretanja marke je najveća, dok je u blizini povratnih tačaka minimalna, da bi u samoj povratnoj tački 2-3 sekunde mirovala. U tim položajima alhidade čita se vrednost na horizontalnom limbu teodolita. Po završenom opažanju određenog broja povratnih tačaka (4-6), žiro-motor se isključuje iz pogona.

TM način zahteva veliko iskustvo i koncentraciju od opažača za period od 10 minuta i duže i ukoliko se kretanje žiro-marke prati kontinuirano i sa velikom preciznošću, tada će torzija trake biti jednaka nuli. Praćenje oscilacija sa trzajem stvara dodatne nepoželjne obrtne impulse koji ometaju simetrično kružno oscilovanje žiroskopa i na taj način utiču na tačnost određivanja ravnotežnog položaja oscilacija.

Kada govorimo o klasičnim žiroteodolitima bez uređaja za automatsko praćenje i registraciju oscilacija, ovaj način rada primenjuje se uglavnom kod približnih metoda orijentisanja.

### 3.3 CM način

Pošto je tačnija vrednost pravca severa već određena (na primer metodom povratnih tačaka), to se vizura teodolita upravlja u taj pravac i istovremenim pritezanjem zavrtnja alhidade održava pravac konstantnim u toku merenja.

Po dostizanju pune brzine motora žiroskop se pažljivo dearetira i tada započinju harmonijske oscilacije, koje sada moraju biti u granicama skale kolimatora (max oko  $\pm 2,5$ ).

Opažač kroz okular posmatra kretanje marke, u tačkama elongacije čita vrednosti amplitude i na štopericu beleži trenutke prolaza marke preko određenih podelaka skale.

Poslednjih godina dobivaju se odlični rezultati primenom CM načina i pogodnim izborom metode određivanja ravnotežnog položaja oscilacija, pa

se ovaj način rada najviše i primenjuje kod visokotlačnih azimutalnih orientacija sa klasičnim serijskim žiroteodolitima.

#### 4. METODE ODREĐIVANJA RAVNOTEŽNOG POLOŽAJA ŽIROSKOPSKIH OSCILACIJA (NULTE LINIJE OSCILACIJA)

##### 4.1 Metoda povratnih tačaka

Teodolit se postavlja u pravac severa na način kako je to objašnjeno u (2.1). Primenom TM načina u tačkama elongacije  $n_i$  (sl. 4.2.1) potrebno je očitati limb i ukoliko nije bilo nepoželjnih potresa, sredina dobivena čitanjem limba iz istočnih ( $n_2, n_4$ ) i zapadnih ( $n_1, n_3$ ) povratnih tačaka predstavlja pravac severa:

$$N_1 = 1/2 \cdot ((n_1 + n_3)/2 + n_2), \quad N_2 = 1/2 \cdot ((n_2 + n_4)/2 + n_3)$$

$$N = \frac{\sum_{i=1}^r N_i}{r}.$$

Ovako određena srednja vrednost naziva se Šulerovom sredinom. Tu nisu sadržane vrednosti kalibracione konstante  $\Delta$ .

Praktična primena ove metode kod žiroteodolita GAK 1 (standardni model) svodi se na primenu TM načina, uz 2—3 nezavisna ponavljanja, sa po 4—6 povratnih tačaka u jednom merenju, čime se obezbeđuje sr. greška korekcije  $\Delta N$  od oko  $\pm 20''$ . Ova tačnost dovoljna je za početak rada preciznijih metoda, o kojima će u daljem biti reči.

Kod žiroteodolita GiB1 (ili Gi-B2) može se ova metoda primeniti i kod CM načina, pošto se položaji povratnih tačaka mogu čitati i u sistemu skale (uglovna vrednost jednog podeoka skale iznosi oko  $30''$ ).

##### 4.2 Amplitudna metoda primenjena kod modifikovanog žiroteodolita GAK 1

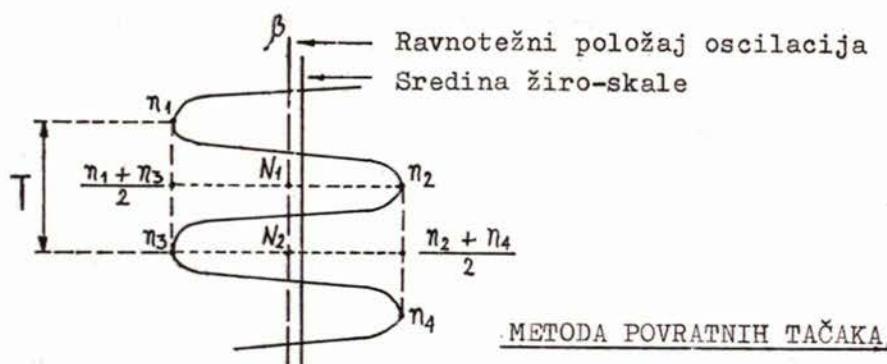
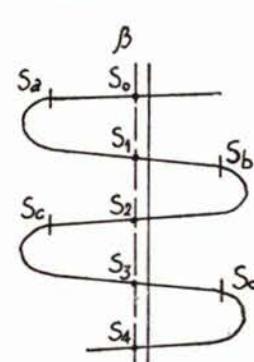
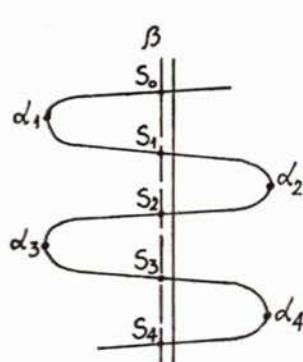
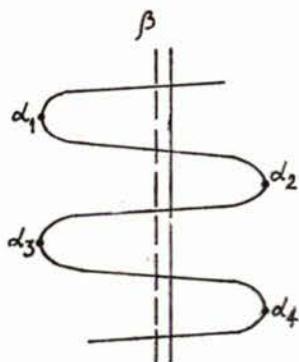
Ako su  $n_1, n_2, n_3$ , i  $n_4$  povratne tačke u sistemu skale, tada se položaj dinamičke ravnoteže određuje iz izraza, [13], (sl. 4.2.1):

$$\Delta N = \beta = \frac{(n_1 \cdot n_3 - n_2^2)}{(n_1 + n_3 - 2n_2)} ^* \quad (4.2.1)$$

uz pretpostavku da prigušivanje ima oblik eksponencijalne funkcije ili,

$$\Delta N = \beta = \frac{n_1 + 3n_2 + 3n_3 + n_4}{8},$$

\* Ovde nije strogo poštovana originalna notacija autora sa RSM da bi se donekle ublažila šarolikost oznaka koja je evidentna kod radova iz ove oblasti.

AMPLITUDNANOVA METODA PROLAZAVREMENSKA

Sl. 4.2.1 Shematski prikaz podataka neophodnih za određivanje ravnotežnog položaja oscilacija

što je dvostruka Šulerova sredina. Slično, ukoliko se primenjuje TM način dobija se:

$$\Delta N = \frac{N'_1 + 3N'_2 + 3N'_3 + N'_4}{8},$$

gde su,

$N'_1,..,4$  — vrednosti povratnih tačaka očitane na limbu, ili, kod određivanja nultog položaja trake, tzv. non-spin načina:

$$\delta_0 = \frac{\delta_1 + 3\delta_2 + 3\delta_3 + \delta_4}{8}. \quad (4.2.2)$$

Traženi pravac severa određuje se po formuli:

$$N = [N' - S \cdot \Delta N \cdot (1 + C) - S \cdot C \cdot \delta_0] + \Delta + r, \quad (4.2.3)$$

gde su,

N' — približan pravac severa,

S — uglovna vrednost jednog podeoka skale (oko 10'),

C — koeficijent proporcionalnosti koji se može eksperimentalno odrediti po formuli:

$$(1 + C) = \frac{N' - N''}{S(\Delta N'' - \Delta N')} \quad (4.2.4)$$

N' i N'' — približne vrednosti pravca severa simetrično raspoređene (istočno-zapadno) za oko 20°—30'',

r — Weisbach-ova korekcija, za slučaj ekscentrično postavljene stanice. Ovaj način kojim se želi svesti na minimum greška centrisanja teodolita pretstavlja već rutinu na RSM iz Londona i primjenjuje se već dugi niz godina.

Opažački program obuhvata i određivanje dve vrednosti za nulli položaj trake, po postupku izloženom u (3.1).

Primenom sekundnog teodolita T2 i modifikovanog žiro-dodatka GAK 1, koristeći formulu (4.2.3), može se postići tačnost izražena sr. kv. greškom od oko  $\pm 2''$ .

#### 4.3 Metoda prolaza (Schwendener)

Ova metoda zasniva se na CM načinu rada i prvi put je objavljena 1964. godine (Schwendener), od kada se široko primjenjuje u celome svetu. Detaljniji pregled metode može se naći na primer u [8], [11].

Ravnotežni položaj oscilacija određuje se iz:

$$N = A_{sr} \cdot C \cdot \Delta t, \quad (4.3.1)$$

gde su,

$A_{sr}$  — amplituda povratnih tačaka (srednja vrednost),

$\Delta t$  — razlika vremena između uzastopnih prolaza žiro-marke preko nulte crte skale, sa predznakom  $\pm$ .

Klasična interpretacija metode prolaza ([11]) podrazumeva očitavanje dva perioda oscilacije (jedinično merenje-jedan girus), pa je na osnovi pet zabeleženih vremena prolaza za  $\Delta N$ :

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= A_{sr} \cdot c \cdot \Delta t_1, \\ \Delta N_2 &= A_{sr} \cdot c \cdot \Delta t_2, \\ \Delta N_3 &= A_{sr} \cdot c \cdot \Delta t_3. \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Za definitivnu vrednost uzima se prosta aritmetička sredina:

$$\Delta N = (\sum_{i=1}^3 \Delta N_i) / 3. \quad (4.3.3)$$

Može se pokazati da su razlike  $\Delta t_i$  međusobno zavisne veličine (algebarska korelacija), pa se vrednost  $\Delta N$  tada računa pomoću uopštene aritmetičke sredine (videti [8]):

$$\Delta N = (\mathbf{e} Q_t^{-1} \Delta \mathbf{N}) / (\mathbf{e} Q_t^{-1} \mathbf{e}). \quad (4.3.4)$$

Pravac severa može se sada odrediti iz izraza:

$$N = N' + \Delta N. \quad (4.3.5)$$

Ovde nije uzeta u obzir popravka za nulti položaj trake (3.1).

Žiroteodolitom GAK 1 standardnim, ili modifikovanim modelom, i primenom metode prolaza, može se ostvariti tačnost izražena st. devijacijom od oko  $\pm 7''$ , ili oko  $\pm 5''$ , respektivno.

#### 4.4 Nova metoda prolaza (Thomas)

Dr. T. Thomas 1979. godine ([15]) predložio je takav model koji rezultate oslobađa sistematskih uticaja, uključujući i prigušivanje, na osnovi registracije vremena prolaza žiro-marke preko određenog (ne samo nultog) podeoka skale i očitane vrednosti amplitude u povratnoj tački.

Neka su:

$\alpha_0$  — utvrđeni podeok skale obično u blizini nule,  
 $t_0, t_1$  — dve uzastopne registracije pri prolazu marke preko podeoka skale ( $\alpha_0$ ),  
 $\alpha_R$  — položaj povratne tačke.

Tada je,

$$u = \frac{90}{T} (t_1 - t_0), \quad p = 2 \sin^2 u$$

tj.,

$$\Delta N = \beta = \frac{\alpha_0 + \alpha_R (p - 1)}{p}.$$

Traženi pravac severa određuje se po formuli (4.3.5).

#### 4.5 Vremenska metoda (Thomas)

Neka su:

$\alpha_0$  — izabrani podeok skale koji približno odgovara ravnotežnom centru oscilacija,

$\alpha_1$  — izabrani podeok skale u blizini povratne tačke,

$t_0, t_1, t_2$  — uzastopna vremena prolaza preko podeoka  $\alpha_0$ ,  
 tada je,

$$A = \cos \frac{180}{T} (t_2 - t_0), \quad B = \sin \frac{180}{T} (t_2 - t_1),$$

$$D = 2 \sin \frac{180}{T} (t_1 - t_0),$$

pa je,

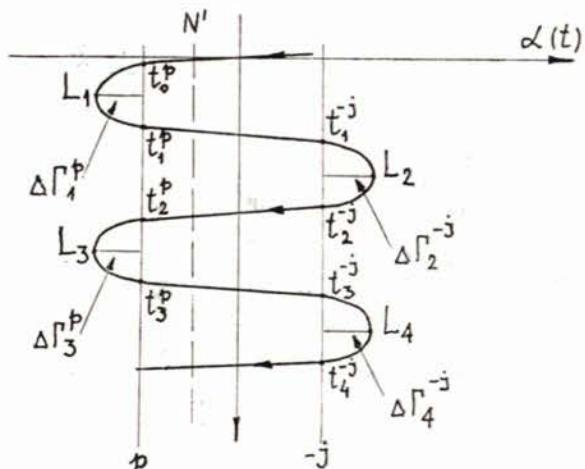
$$\Delta N = \beta = z_0 + (z_0 - z_1) \cdot \frac{A}{B \cdot D}.$$

Pravac severa računa se po (4.3.5). Ako je  $\alpha_0$  blizu ravnotežnog centra oscilacija tada je  $(t_2 - t_0) = T/2$  pa je A malo. Ako je istovremeno  $\alpha_1$  blizu povratne tačke, tada je  $(B \cdot D)$  blisko jedinici, odnosno količnik  $(A/B \cdot D)$  mali, ali stabilan. Neznatne greške u  $t_1$  i  $T$  imaju mali uticaj na rezultat.

Primenom nove metode prolaza, ili vremenske metode može se ostvariti blago povećanje tačnosti u odnosu na vrednosti date u (4.3).

#### 4.6 Modifikovana amplitudna metoda (MAMET)

Osnovna karakteristika ove metode, koju je objavio Williams 1978. godine, je da se položaj nulte linije oscilacija određuje na osnovi zabeleženih vremena prolaza žiro-marke preko crte skale u neposrednoj blizini povratne tačke i približne vrednosti amplitude (u elongaciji). Pošto je tačnost registracije prolaza manja u blizini povratne tačke (na pr.  $m_t = \pm 0,24$  sec) nego u blizini nulte linije ( $m_t = \pm 0,09$  sec, [8]), to se uticaj grešaka registrovanih prolaza smanjuje konverzijom razlika vremena  $t_i^p = t_i^p - t_{i-1}^p$  i  $t_i^{-j} = t_{i+1}^{-j} - t_i^{-j}$  u razlike amplituda  $\Delta \Gamma_i$ , (sl. 4.6.1).



Sl. 4.6.1 Određivanje ravnotežnog položaja oscilacija po metodi MAMET

Kod praktične primene metode može se zanemariti uticaj prigušivanja ( $\alpha^1 \approx 0$ ), kao i algebarska korelacija između povratnih tačaka, pa se vrednosti  $\Delta \Gamma_1$  određuju iz:

$$\begin{aligned}\Delta \Gamma_{(2i-1)} &= A \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\bar{u} \cdot \Delta \tau_{(2i-1)}^p}{T} \right) \right] \\ \Delta \Gamma_{2i} &= -A \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\bar{u} \cdot \Delta \tau_{2i}^p}{T} \right) \right]\end{aligned}\quad (4.6.1)$$

gde su,

$\alpha^1$  — faktor prigušivanja,

T — period oscilacije kod CM načina,

$\Delta \tau$  — razlike vremena prolaza marke preko crta skale u neposrednoj blizini povratne tačke.

Kada je vizura teodolita u blizini pravca severa u granicama od  $20'' - 30''$ , harmonijske oscilacije žiro-marke biće simetrične ( $j = p$ ), pa se (4.6.1) može predstaviti u obliku:

$$\Delta \Gamma_i^p = (-1)^{i-1} \cdot A \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\bar{u} \cdot \Delta \tau_i^p}{T} \right) \right]. \quad (4.6.2)$$

Ovo je osnovna jednačina modifikovane amplitudne metode, pogodna za najširu primenu. Položaji povratnih tačaka u sistemu skale određuju se iz,

$$\begin{aligned}L_1 &= +p + \Delta \Gamma_1^p, \quad L_2 = -j - \Delta \Gamma_2^p \\ L_3 &= +p + \Delta \Gamma_3^p,\end{aligned}\quad (4.6.3)$$

a nulta linija iz,

$$\Delta N = k \cdot (L_{2i-1}^{sr} + L_{2i}^{sr}) \quad (4.6.4)$$

ili,

$$\Delta N = \frac{k}{n-2} \cdot \sum_{j=1}^{n-2} [L_{j+1} + \frac{1}{2} (L_{j+2} + L_j)],$$

gde su,

k — ugljovna vrednost jednog podeoka skale,

$L_{2i-1}^{sr}$ ,  $L_{2i}^{sr}$  — srednje vrednosti zapadnih ( $2i-1$ ) i istočnih ( $2i$ ) povratnih tačaka,

n — broj povratnih tačaka.

Druga jednačina izraza (4.6.4) predstavlja Šulerovu sredinu. Definitivna vrednost pravca severa određuje se iz (4.3.5).

Žiroteodolitom GAK 1 (i teodolitom T2) i primenom MAMET može se ostvariti visoka tačnost određivanja azimuta reda  $\pm 2''$  ([8], [16]).

#### 4.7 Oredjivanje nulte linije oscilacija na osnovi izravnavanja opažanja oscilacija po metodi najmanjih kvadrata

Ova metoda potiče od prof. Rinnera ([10]) i kod njenog prikazivanja u časopisima i u primeni bilo je izvesnih nedoslednosti. Razlika ove metode u odnosu na prethodno obrađene metode sastoji se u tome da se kod prethodnih metoda za vreme jedne oscilacije (desetak minuta) vrši samo nekoliko merenja, a kod novog postupka vrši veliki broj merenja (do 60) što daje veliki broj prekobrojnih merenja, a time i povećanje tačnosti i sigurnosti ocenjivanja. Ovde mogu biti razmatrana tri slučaja. U prvom slučaju opažana veličina tj. veličina sa greškom merenja je vreme prolaza žiro-marke preko određenih crta skale (veličina bez greške). U drugom slučaju to je otklon žiro-marke od nultog položaja  $\alpha(t)$  za određena vremena ( $t$ ), a u trećem slučaju i vreme prolaza i otklon žiro-marke smatraju se opažanim veličinama.

Opažanja oscilacija žiroskopa kod žiroteodolita GAK 1 strogo pripadaju 1-om slučaju, pa će u najkraćem biti prezentiran prvi model izravnavanja.

##### 4.7.1 Vremena prolaza opažane veličine

Polazi se od jednačine (3.1) i na osnovi opažanih vremena prolaza žiro-marke preko n-crtica skale (max  $n = 60$ ), može se uspostaviti sledeći matematički model:

$$F_i = t_i = t_0 + \frac{g - 1}{2} \cdot T \cdot [(-1)^{g-1} \cdot \frac{T}{2\bar{u}} \cdot \arcsin \frac{\alpha(t) - \Delta N}{A}] \exp [-\lambda(t - t_0)] \quad (4.7.1)$$

Pošto su vremena prolaza opažane veličine to ona dobivaju popravke  $V_i$ :

$$t_i + V_i = F(t_0, T, \Delta N, A) \quad (4.7.2)$$

Član  $[-\lambda(t - t_0)]$  koji dolazi od prigušivanja, pošto je vrlo mali može se zanemariti. U jednačini (4.7.2) parametri  $t_0$ ,  $T$ ,  $\Delta N$  i  $A$  smatraju se nepoznatim veličinama koje treba odrediti.

Da bi se uspostavio linearни odnos između opažanih veličina  $t_i$  i ovih parametara (čije su približne vrednosti poznate), funkcija (4.7.1) razvija se u Tejlorov red u blizini približnih vrednosti traženih veličina:

$$t_i + V_i = F_i(t_0^0, T_0, \Delta N_0, A_0) + \frac{\partial F_i}{\partial t_0} \cdot \Delta t_0 + \frac{\partial F_i}{\partial T_0} \cdot \Delta T + \frac{\partial F_i}{\partial \Delta N_0} \cdot \delta \Delta N + \frac{\partial F_i}{\partial A_0} \cdot \Delta A \quad (4.7.3)$$

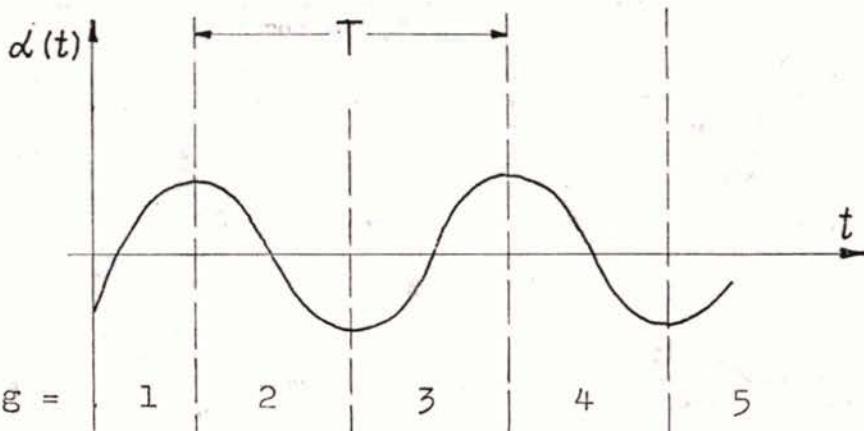
Jednačine popravaka imaju oblik:

$$V_{ti} = a_i \cdot \Delta t_0 + b_i \cdot \Delta T + c_i \cdot \delta \Delta N + d_i \cdot \Delta A + f_i,$$

gde su,

$$a_i = \frac{\partial F_i}{\partial t_0} = +1$$

$$\begin{aligned}
 b_i &= \frac{\partial F_i}{\partial \Delta T_0} = \frac{g-1}{2} + [(-1)^{g-1}] \cdot \frac{1}{2\bar{u}} \cdot \arcsin \frac{\alpha(t) - \Delta N_0}{A_0}, \\
 c_i &= \frac{\partial F_i}{\partial \Delta N_0} = (-1)^g \cdot \frac{T_0}{2 \cdot \bar{u} \cdot A_0 \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\alpha(t) - \Delta N_0}{A_0} \right)^2}}, \\
 d_i &= \frac{\partial F_i}{\partial \Delta A_0} = (-1)^g \cdot \frac{T_0 \cdot \frac{\alpha(t) - \Delta N_0}{A_0}}{2 \cdot \bar{u} \cdot A_0 \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\alpha(t) - \Delta N_0}{A_0} \right)^2}}, \\
 f_i &= \left\{ t_0 + \frac{g-1}{2} \cdot T_0 + [(-1)^{g-1}] \cdot \frac{T_0}{2\bar{u}} \cdot \arcsin \frac{\alpha(t) - \Delta N_0}{A_0} \right\} - t_i.
 \end{aligned} \tag{4.7.4}$$

Sl. 4.7.1 Veličina  $g$  određuje kvadrant sinusoide

Tačnost registracije prolaza žiro-marke određena eksperimentalno iznosi:

— u trenutku prolaza preko nulte crte skale

$$m_t = \pm 0.2 \text{ sec} \text{ sa težinom } P = 100,$$

— u trenutku prolaza kroz povratnu tačku

$$m_t = \pm 2 \text{ sec} \quad P = 1.$$

Za podeoke skale između nule i povratne tačke težine se određuju iz izraza:

$$p = 1 + 99 \cdot \left| \cos \left( t_i - t_0 \right) \frac{2\bar{u}}{T} \right| \tag{4.7.5}$$

Sada se za određivanje nepoznatih  $\Delta t_0$ ,  $\Delta T$ ,  $\delta \Delta N$  i  $\Delta A$ , kao i za ocenu tačnosti, primenjuje poznati model izravnavanja po metodi posrednih merenja, koji ovde nećemo posebno razmatrati.

Primenom ovoga modela izravnavanja oscilacija može se ostvariti zнатно veća tačnost određivanja nultog položaja nego primenom metode MAMET ([8], [10]).

## 5. KALIBRACIONA (INSTRUMENTALNA) KONSTANTA ŽIROTEODOLITA

Imajući u vidu konstruktivne karakteristike žiroteodolita izražene u kombinaciji teodolita i žiroskopa (Gi-B), ili žirododataka teodolitu (GAK 1), to u okviru ovih sažetih razmatranja navodimo osnovne teorijsko-dinamičke uslove ravnoteže, koje bi ovaj složeni sistem trebalo da zadovolji:

- kolimaciona ravan koju opisuje vizura teodolita podudara se sa optičkom osom kolimatora, a tome položaju odgovara nulti podeok na skali kolimatora,
- vertikalna ravan u kojoj se nalazi glavna osa žiroskopa upravna je na ravan ogledala visećeg elementa (žiro-komore).

Svakako da ovi uslovi važe za slučaj idealne ravnoteže sistema koji je u stvarnosti teško u potpunosti zadovoljiti i da u periodu eksploatacije instrumenta dolazi do manjih, ili većih odstupanja od utvrđenog medusobnog položaja. Veličina tih odstupanja upravo određuje i definiše vrednost kalibracione (baždarne) konstante žiroteodolita  $\Delta$ .

Polazeći od jednačine (2.1) može se izraziti  $\Delta$  kao:

$$\Delta = A - M + N$$

gde je,

$A$  — poznata vrednost azimuta određena iz astronomskih opažanja. Azimuti određeni žiroteodolitom relativne vrednosti su jer njihov iznos u zнатnoj meri zavisi od vrednosti kalibracione konstante  $\Delta$ . Zato su obavezna česta određivanja ove konstante na stranama sa poznatom vrednošću azimuta određenih iz astronomskih opažanja, ili direkcionih uglova čija se tačnost izražava sr. kv. greškom reda  $\pm 1''$ .

Kod većih zahteva tačnosti kalibraciju treba vršiti na onim stranama koje su u neposrednoj blizini pravaca na kojima se vrši merenje azimuta, jer bi se u gravimetrijski anomalnim područjima mogla pojavit potreba za uvođenjem popravke za otklon vertikale, pa bi i o tome trebalo voditi računa.

U slučaju kada traka ne menja svoj položaj u toku vremena u kalibracionoj konstanti sadržana je i greška nultog položaja trake ([7], [16]). Međutim, ako su evidentne promene položaja trake, uticaj te greške ne bi bio obuhvaćen kalibracionom konstantom, pa bi time bila ograničena i tačnost dobivenih azimuta. Dosadašnja iskustva pokazala su da bi u tom slučaju opažanoj vrednosti  $\Delta N$  trebalo dodati malu korekciju određenu jednačinom (3.1.2) [4], [13], [15].

## 6. ZAKLJUČAK

Visoku tačnost određivanja azimuta moguće je danas ostvariti i klasičnim serijskim žiroteodolitima (GAK 1), primenom usavršene metodologije rada (2.) i odgovarajućeg modela izravnavanja žiroskopskih oscilacija, na pr. (4.6) i (4.7.1).

Međutim, da bi se postigla tačnost azimutalnih orientacija ispod  $m = \pm 2''$  potrebno je, pored čestih određivanja kalibracione konstante i uvođenja povratke za nulti položaj trake i uz svu predostrožnost kada su u pitanju precizna geodetska merenja, povesti računa i o Laplasovoj popravci (potrebno je poznavati komponente vertikalnog otklona  $\xi$  i  $\eta$  u odnosu na refrenc elipsoid), kao i o popravci za svođenje azimuta sa trenutnog na srednji pol ([1], [6]), pa bi jednačina (2.1) u punom obliku trebalo da sadrži i ove korekcije.

## LITERATURA:

- [ 1] Caspary, W., Heister, H.: Problems in Precise Azimuth Determinations With Gyrotheodolites, XVII. FIG Congress, Sofia 1983.
- [ 2] Grafarend, E.: Beobachtungsverfahren bei Vermessungskreiseln, AVN, 1971, 3, 92—105.
- [ 3] Grafarend, E., Rymarzyk, H.: Neuartige chronometrische Messverfahren zur Nordbestimmung mit Vermessungskreiselen, AVN, 1971, 6, 205—214.
- [ 4] Halmos, F.: Up-To-Date Methods of the Determination of the Rest Position of Gyroscopics Swingings, Acta Geod. Geoph. Mont. Hungary, 1976, 11, 1—20.
- [ 5] Junašević, M.: Analyse und Ausgleichung von Umkerhrpunktbeobachtungen an Kreiseltheodolitn mit besonderer Berücksichtigung von systematischen Fehleranteilen, Dissertation, Bonn 1977.
- [ 6] Milovanović, V., Patarić, M.: Anwendungen der Kreiseltheodolite und das Lotabweichungsproblem, AVN, 1974, 5, 189—194.
- [ 7] Milovanović, V.: Tehnički izvještaj o orientaciji poligonskih strana žiroteodolitom GAK 1 (Podzemna mreža tunela Karaburma), Beograd 1981.
- [ 8] Popović, Z.: Metode obrade opažanja žiroteodolitom, Magistarski rad, Beograd 1983.
- [ 9] Popović, Z.: Determination of the Position of the Null-Line of Gyroscope Oscillations Using the Transit Method, Survey Review, 1984, No 213, 303—310.
- [10] Rinner, K., Schelling, G.: Bericht über Tunnelabsteckungen in Österreich, VIII. Int. Kurs für Ingenieurvremessung, Ref. D 11, Zurich 1980.
- [11] Schwendener, R., Strasser, J.: A North-Seeking Gyro-Attachment For the Theodolite, Bulletin Geod., 1966, 79, 23—38.
- [12] Smith, R.: A Modified GAK 1 Gyro Attachment, Survey Review, 183, 3—24.
- [13] Smith, R.: The Application of the Suspended Gyrotheodolite to Mining, Ph. D. Thesis, London 1980.
- [14] Smith, R.: Gyroscopic Orientation With the Wild GAK 1 Gyro Attachment, XVI. Congress of FIG, Montreux 1981.
- [15] Tomas, T.: The Six Methods of Finding North Using a Suspended Gyroscope, part I and II, Survey Review 203 and 204, 225—235, 257—272.
- [16] Williams, S.: Core Accuracies of Non-Tracking Chronometric Gyro-Methods, XVI. Congress of FIG, Montreux 1981.

## REZIME

U radu su prezentirana neka novija saznanja po pitanju metodologije azimutalnih orijentacija sa standardnom i modifikovanom verzijom žiroteodolita Wild GAK 1. Date su one metode merenja i obrade podataka koje se u poslednje vreme primenju na R.S.M. (Imperial College) London i Institutu za geodeziju u Beogradu.

## ABSTRACT

This paper presents some of the recent developments in the methodology of azimuth determination involving the standard and modified versions of the Wild GAK 1 gyrotheodolite. The text examines methods of measurement and processing of data currently in use at the R.S.M. (Imperial College) London and the Institute for Geodesy in Belgrade.

Primljeno: 1985-10-17