UDK 528.235.1:515.56
Pregledni rad

LAMBERTOVA KONFORMNA KONUSNA PROJEKCIJA

Nedjeljko FRANČULA, Vesna MILETA HRVOJIĆ — Zagreb*

1. UVOD

Za potrebe državne izmjere najveći broj zemalja upotrebljava danas Gauss-Krügerovu projekciju. Pored Gauss-Krügerove projekcije često se upotrebljava i Lambertova konformna konusna projekcija. Ta se projekcija upotrebljava za potrebe državne izmjere ili izradu topografskih karata u Alžiru, Bangladeshu, Belgiji, Botswani, Costa Rici, Čileu, Danskoj, Džibutiju, Francuskoj, Indiji Irskoj, Jamajki, Libanonu, Maroku, Mauritiusu, Monaku, Salvadoru, Siera Leoneu, Sjedinjenim Američkim Državama (30 saveznih država), Tanzaniji i Togu. U svim navedenim područjima ne upotrebljava se isključivo Lambertova konformna konusna projekcija, već se uz nju upotrebljavaju i neke druge projekcije (Whitten 1951, Pospelov 1975, World Cartography 1976, 1983).

Jugoslavenske geodetske radne organizacije izvode danas sve češće geodetske radove u inozemstvu. Tako naši stručnjaci rade i u državama koje za geodetske i kartografske potrebe upotrebljavaju Lambertovu projekciju. Sve češća pitanja u vezi s primjenom te projekcije potakla su nas na pisanje ovog članka.

Za kartografske potrebe Lambertova je projekcija dobro obrađena u našim udžbenicima matematičke kartografije (v. Borčić 1955, Jovanović 1983). Međutim kad se ta projekcija upotrebljava za potrebe državne izmjere potrebno je riješiti čitav niz zadataka koji u udžbenicima matematičke kartografije nisu obrađeni. To su:

- računanje geografskih (geodetskih) koordinata φ, λ iz ravnih pravokutnih koordinata y, x
- računanje konvergencije meridijana
- računanje redukcije pravaca i dužina
- računanje prvog i drugog geodetskog zadatka
- transformacija koordinata između susjednih koordinatnih sistema.

Navedeni zadaci obrađuju se u udžbenicima o geodetskim projekcijama (projekcijama za potrebe državne izmjere). Ni u jednom od nama dostupnih udžbenika (Thomass 1952, Jordan, Eggert, Kneissel 1959, Krakiwsky 1973, Grossmann 1976, Hubeny 1977) nisu u Lambertovoj projekciji na zadovoljavajući način riješeni svi navedeni zadaci. To je još jedan razlog zbog ko-

* Adresa autora: Prof. dr Nedeljko Frančula, Vesna Mileta Hrvojić dipl. inž., Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26

jeg smo napisali ovaj članak. Vodeći računa o mogućnostima suvremenih računskih pomagla preuzeli smo iz navedenih udžbenika najuspješnija rješenja. Osim toga pronašli smo i neka vrlo dobra rješenja u novijim radovima (Varga 1983). Za računanje redukcije dužina predložili smo upotrebu Simpsonove formule za računanje približne vrijednosti integrala analogno primjeni te formule u Gauss-Krügerovoj projekciji (v. Zdanovič i dr. 1970).

Spomenimo na kraju ovog uvoda da konformna konusna projekcija nosi ime svog pronalazača, poznatog matematičara J. H. Lamberta (1728—1777), koji je u svom znamenitom djelu (Lambert 1772) izveo, među ostalim i osnovne kartografske jednadžbe ove projekcije.

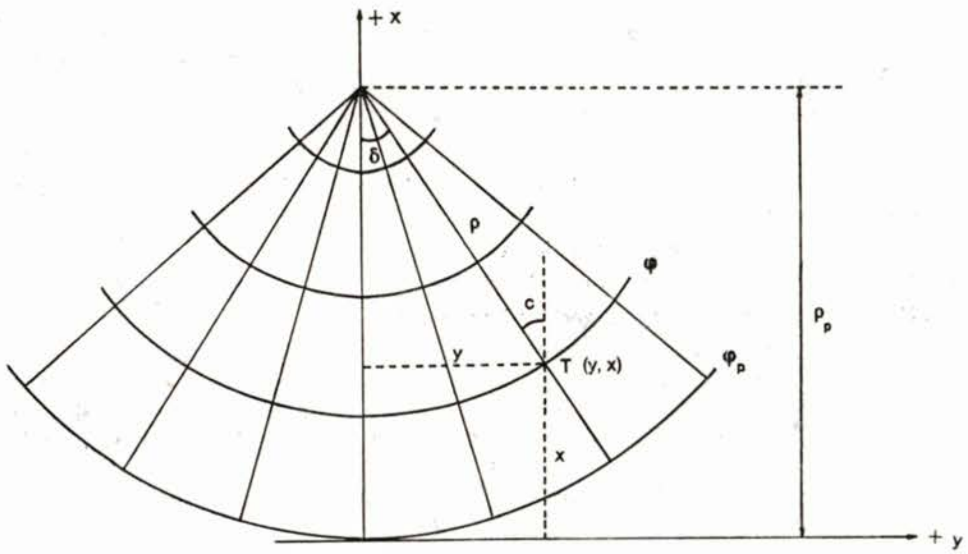
2. RAČUNANJE PRAVOKUTNIH KOORDINATA y, x IZ GEOGRAFSKIH KOORDINATA φ, λ

Oblik mreže meridijana i paralela u uspravnim konusnim projekcijama dan je na sl. 1.

Ishodište pravokutnog koordintnog sustava postavljeno je u presjek srednjeg meridijana (duljine λ_0) područja preslikavanja i paralele s geografskom širinom φ_p.

Veza između pravokutnih koordinata y, x točke T i njenih polarnih koordinata ρ i δ određena je (v. sl. 1.) izrazima

$$y = \rho \sin \delta,$$
$$x = \rho_p - \rho \cos \delta. \quad (1)$$



Sl. 1. Uspravna konusna projekcija

Polarne koordinate ρ i δ računaju se u konformnim konusnim projekcijama po formulama (v. Jovanović 1983)

$$\rho = \frac{K}{U^k},$$

$$\delta = k \cdot \Delta\lambda, \tag{2}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0,$$

gdje je

$$U = \frac{\operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2)}{\operatorname{tg}^{\varepsilon}(\pi/4 + \psi/2)}, \tag{3}$$

$$\psi = \arcsin(\varepsilon \sin\varphi),$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}, \tag{4}$$

a a i b velika i mala poluos Zemljinog elipsoida.

2.1. *Određivanje konstanti projekcije*

Konstante projekcije K i k u izrazima (2) odredit ćemo uz uvjet da se jedna ili dvije paralele preslikavaju bez deformacija (detaljnije vidi u Jovanović 1983, str. 241—264). Te paralele nazivamo standardne paralele.

Ako je izabrana jedna standardna paralela, s geografskom širinom φ_0, tada su konstante projekcije određene izrazom

$$k = \sin\varphi_0,$$

$$K = \frac{r_0 U_0}{k}. \tag{5}$$

Za dvije standardne paralele s geografskim širinama φ_1 i φ_2 odgovarajući izrazi jesu

$$k = \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\ln U_1 - \ln U_2},$$

$$K = \frac{r_1 U_1}{k} = \frac{r_2 U_2}{k}. \tag{6}$$

U izrazima (5 i (6) s r su označeni polumjeri paralela na Zemljinom elipsoidu, određeni izrazom

$$r = N \cos\varphi, \tag{7}$$

gdje je

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \tag{8}$$

3. RAČUNANJE GEOGRAFSKIH KOORDINATA φ i λ IZ PRAVOKUTNIH KOORDINATA y, x

Iz pravokutnih koordinata y, x prvo ćemo izračunati polarne koordinate ρ i δ po formulama (v. sl. 1.)

$$\rho = \sqrt{(\rho_p - x)^2 + y^2}, \tag{9}$$

$$\delta = \text{arc tg}\left(\frac{y}{\rho_p - x}\right).$$

Iz polarnih koordinata računamo potom geografske koordinate φ i λ. Za geografsku duljinu λ iz izraza (2) slijedi

$$\Delta\lambda = \frac{\delta}{k}, \tag{10}$$

i

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda. \tag{11}$$

U određivanju geografske širine φ poći ćemo od izraza

$$\rho = \frac{K}{U^k}.$$

Budući da između izometrijske širine q i veličine U postoji relacija (v. Jovanović 1983, str. 113)

$$q = \ln U, \tag{12}$$

to je

$$e^q = U,$$

pa izraz za ρ možemo napisati u obliku

$$\rho = K e^{-qk}$$

i

$$\ln \rho = \ln K - kq. \tag{13}$$

Iz izraza (13) dobivamo konačnu formulu za računanje izometrijske širine iz koordinata y i x:

$$q = \frac{\ln K - \ln \rho}{k}. \tag{14}$$

Između izometrijske širine q i geografske širine φ postoji relacija (v. Jovanović 1983, str. 113)

$$q = \ln\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)\left(\frac{1 - \varepsilon \sin\varphi}{1 + \varepsilon \sin\varphi}\right)^{\varepsilon/2}\right] \tag{15}$$

koju možemo napisati i u obliku

$$q = \frac{1}{2}[\ln(1 + \sin\varphi) - \ln(1 - \sin\varphi) + \varepsilon\ln(1 - \varepsilon\sin\varphi) - \\ - \varepsilon\ln(1 + \varepsilon\sin\varphi)]. \tag{16}$$

Budući da iz izraza (16) ne možemo izvesti strogi izraz za određivanje geografske širine φ, primijenit ćemo metodu postepenog približavanja. Poslužit ćemo se Newtonovim postupkom. Prema tom postupku, ako za jednadžbu $f(x)=0$ znamo približnu vrijednost x_0, tada ćemo bolje približenje dobiti po jednadžbi

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Ako dobivena vrijednost nije dovoljno točna, stavimo $x_0 = x$ i postupak nastavljamo sve dok kvocjent $f(x_0)/f'(x_0)$ ne bude manji od tražene točnosti.

U našem slučaju bit će (v. Krakiwsky 1973, str. 27)

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{f(\varphi_0)}{f'(\varphi_0)},$$

$$f(\varphi_0) = \frac{1}{2}[\ln(1 + \sin\varphi_0) - \ln(1 - \sin\varphi_0) + \varepsilon\ln(1 - \varepsilon\sin\varphi_0) - \\ - \varepsilon\ln(1 + \varepsilon\sin\varphi_0)] - q, \tag{17}$$

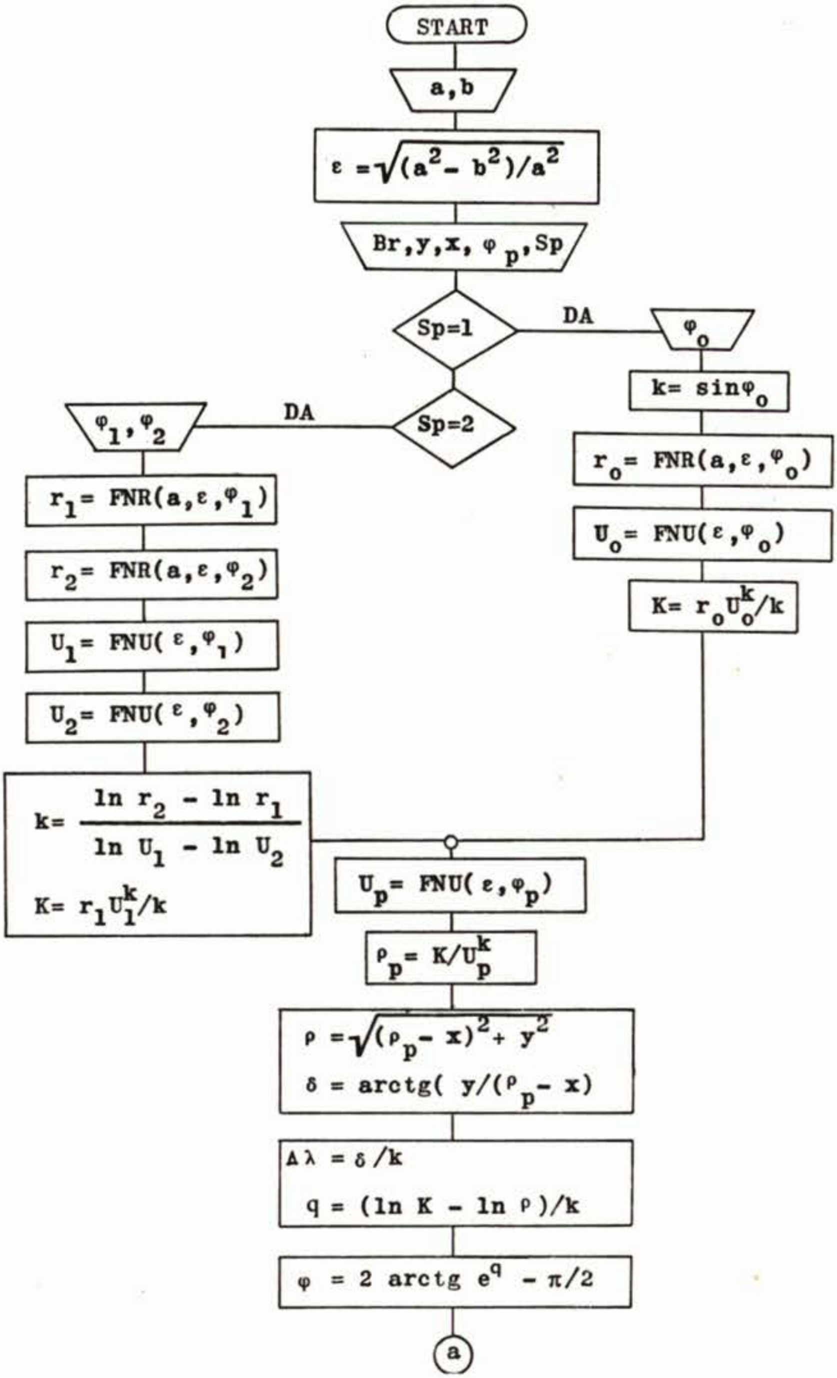
$$f'(\varphi_0) = (1 - \varepsilon^2)/(1 - \varepsilon^2\sin^2\varphi_0)\cos\varphi_0,$$

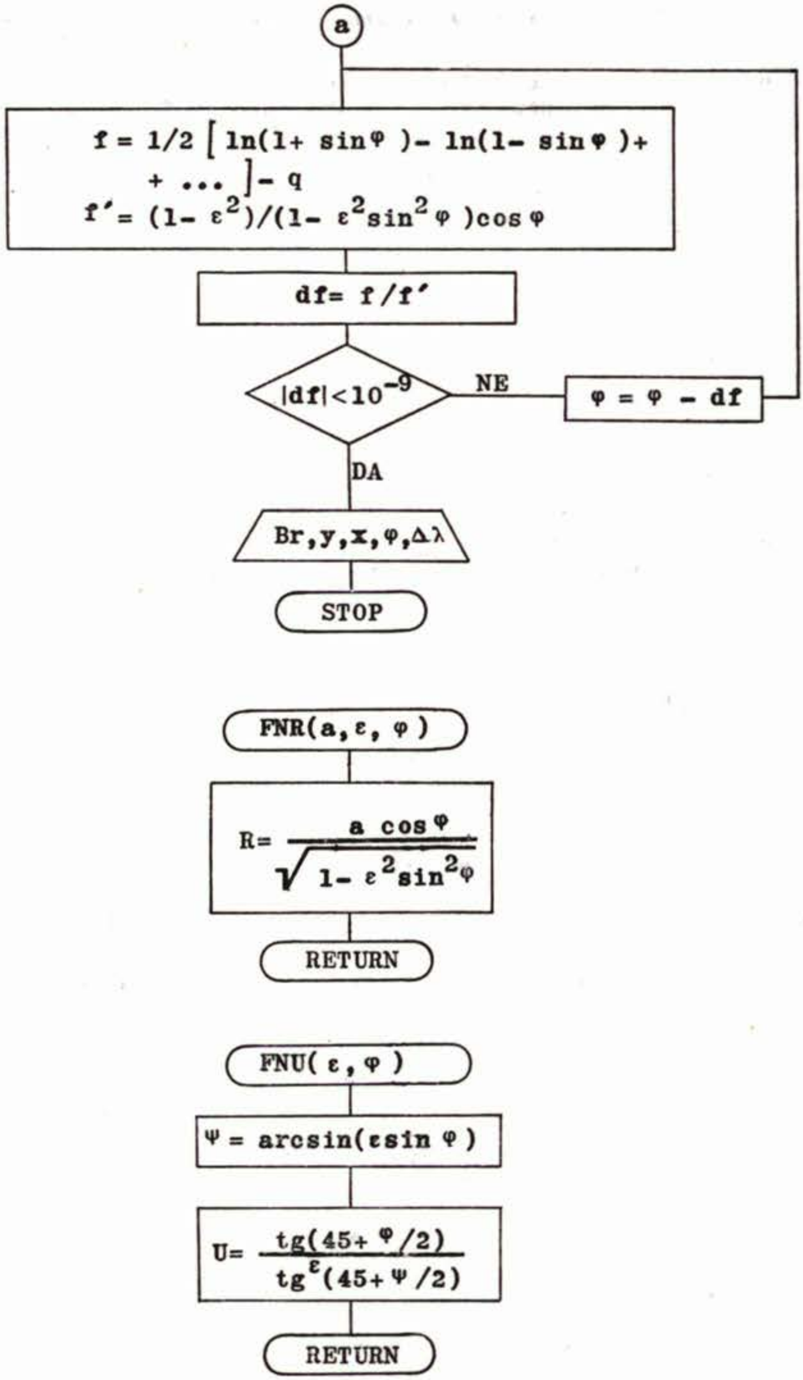
a za prvo približenje ćemo uzeti

$$\varphi_0 = 2\operatorname{arc\,tg} e^q - \frac{\pi}{2}. \tag{18}$$

Taj je izraz izveden iz izraza za ρ u (2) sa pretpostavkom da je Zemlja kugla.

Čitav postupak računanja geografskih koordinata φ i λ iz pravokutnih koordinata y i x prikazan je u dijagramu toka na sl. 2.


START
a,b
ε = √((a² − b²)/a²)
Br,y,x, φp,Sp
Sp=1
DA
φo
k= sinφo
ro= FNR(a,ε,φo)
Uo= FNU(ε,φo)
K= ro Uo^k/k
Sp=2
DA
φ1,φ2
r1= FNR(a,ε,φ1)
r2= FNR(a,ε,φ2)
U1= FNU(ε,φ1)
U2= FNU(ε,φ2)
k= (ln r2 − ln r1)/(ln U1 − ln U2)
K= r1 U1^k/k
Up= FNU(ε,φp)
ρp= K/Up^k
ρ = √((ρp − x)² + y²)
δ = arctg(y/(ρp − x)
Δλ = δ/k
q = (ln K − ln ρ)/k
φ = 2 arctg e^q − π/2
a



Sl 2. Dijagram toka računanja geografskih koordinata φ, Δ, λ iz pravokutnih koordinata y, x u Lambertovoj projekciji

4. RAČUNANJE KONVERGENCIJE MERIDIJANA

Budući da se meridijani u konusnim projekcijama preslikavaju kao pravci, to je konvergencija meridijana c (sl. 1.) jednaka kutu δ.

Ako su zadane geografske koordinate φ i λ tada se kovergencija meridijana prema izrazu (2) računa po formuli

$$c = k \, \Delta\lambda. \tag{19}$$

Iz pravokutnih koordinata y i x konvergencija se, prema izrazu (9), računa po formuli

$$c = \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{y}{\rho_p - x} \right). \tag{20}$$

5. RAČUNANJE LINEARNOG MJERILA I DEFORMACIJA

U konformnim projekcijama linearno je mjerilo u danoj točki u svim smjerovima isto, a mjerilo površina jednako je kvadratu linearnog mjerila

$$p = m^2. \tag{21}$$

Linearne deformacije d_e računaju se po formuli

$$d_e = m - 1, \tag{22}$$

a deformacije površine po formuli

$$d_p = p - 1. \tag{23}$$

Prema tome za računanje deformacija u konformnim projekcijama dovoljno je poznavati linearno mjerilo m.

U konformnoj konsusnoj projekciji računa se linearno mjerilo m iz geografskih koordinata φ i λ po formuli

$$m = \frac{k\,K}{r\,U^k}. \tag{24}$$

Iz pravokutnih koordinata y i x računa se linearno mjerilo po formuli (v. Varga 1983)

$$m = m_0 + A_1 \Delta x^2 + A_2 \Delta x^3 + A_3 \Delta x y^2 + A_4 \Delta x^4 + A_5 \Delta x^2 y^2 + \\ + A_6 y^4 + A_7 \Delta x^5 + A_8 \Delta x^3 y^2 + A_9 \Delta x y^4 \tag{25}$$

gdje je

$$\begin{aligned} \Delta x &= x - x_0, \\ x_0 &= \rho_p - \delta_0, \end{aligned} \tag{26}$$

tj.

$$x_0 = \frac{K}{U_p^k} - \frac{K}{U_o^k}, \tag{27}$$

a

$$m_0 = \frac{kK}{r_0 \, U_o^k}. \tag{28}$$

Parametri $A_1 \ldots A_9$ računaju se po formulama

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{1}{2\, m_0 \, N_0^2} (1 + \eta^2), \\
A_2 &= \frac{t_0}{6\, m_0^2 \, N_0^3} (1 - 3\,\eta_0^2 - 4\,\eta_0^4), \\
A_3 &= \frac{t_0}{6\, m_0^2 \, N_0^3} (-3 - 3\eta_0^2 - 3\eta_0^4), \\
A_4 &= \frac{1}{24\, m_0^3 \, N_0^4} (1 + 3t_0^2 - 2\eta_0^2 + 3t_0^2\,\eta_0^2), \\
A_5 &= \frac{1}{24\, m_0^3 \, N_0^4} (-18t_0^2 + 6t_0^2\,\eta_0^2), \\
A_6 &= \frac{1}{24\, m_0^3 \, N_0^4} (3t_0^2 + 3t_0^2\,\eta_0^2), \\
A_7 &= \frac{t_0}{120 m_0^4 \, N_0^5} (6 + 12t_0^2), \\
A_8 &= \frac{t_0}{120 m_0^4 \, N_0^5} (-10 - 120t_0^2), \\
A_9 &= \frac{t_0}{120 m_0^4 \, N_0^5} (60t_0^2).
\end{aligned} \tag{29}$$

U tim izrazima pojedine oznake imaju ova značenja

$$\begin{aligned}
t_0 &= \operatorname{tg} \varphi_0, \\
\eta_0 &= \varepsilon'^2 \cos^2 \varphi_0, \\
\varepsilon' &= \sqrt{(a^2 - b^2)/b^2}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Po formuli (25) može se linearno mjerilo računati za jednu ili dvije standardne paralele. Ako je zadana širina φ_0 jedne standardne paralele, tada se ona direktno uvrštava u formule (27), (29) i (30). Linearno mjerilo m_0 nije potrebno računati po formuli (28), jer je jednako jedinici ($m_0 = 1$).

Ako su zadane širine φ_1 i φ_2 dviju standarnih paralela tada se širina φ_0 računa po formuli (Varga 1983)

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{1}{q_2 - q_1} \ln \left(\frac{N_1 \cos \varphi_1}{N_2 \cos \varphi_2} \right), \tag{31}$$

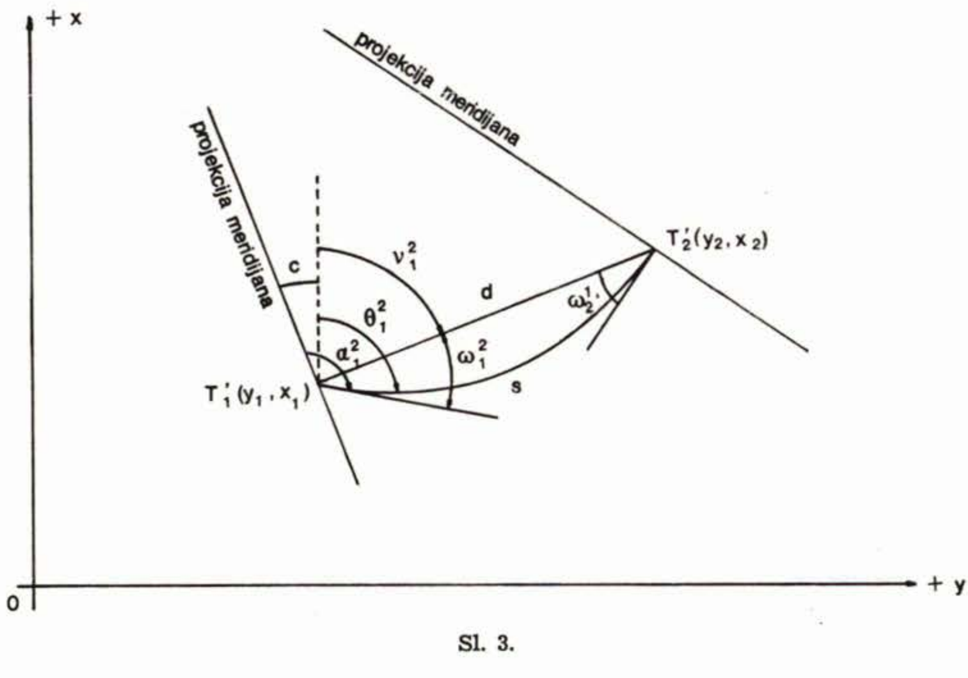
gdje je

$$q_1 = \ln U_1,$$
$$q_2 = \ln U_2.$$

6. RAČUNANJE REDUKCIJE DUŽINA I PRAVACA

6.1. *Redukcija dužina*

Ako sa s označimo geodetsku liniju na elipsoidu između točaka T_1 i T_2, sa s' njenu projekciju, a sa d ravnu spojnicu između projekcija krajnjih točaka T'_1 i T'_2 (sl. 3.), tada razliku (d — s) zovemo radukcija dužine.



Sl. 3.

U bilo kojoj kartografskoj projekciji linearno mjerilo definirano je izrazom

$$m = \frac{ds'}{ds}, \tag{32}$$

gdje je ds' linijski element u projekciji, a ds odgovarajući element na elipsoidu. Iz (32) slijedi

$$s' = \int_0^s m \cdot ds. \tag{33}$$

Ovaj integral riješiti ćemo pomoću Simpsonove formule za određivanje približne vrijednosti integrala

$$\int_a^b y dx = \frac{b-a}{3n}(y_a + 4y_1 + 2y_2 + \ldots + y_b).$$

Za n = 2 bit će

$$\int_a^b y dx = \frac{b-a}{6}(y_a + 4y_1 + y_b). \tag{34}$$

Primjenom ove Simpsonove formule dobiva se iz (33)

$$s' = \frac{s}{6}(m_1 + 4m_m + m_2). \tag{35}$$

Budući da su redukcije pravaca istog reda veličine kao i u Gauss-Krügerovoj projekciji, te u svim praktičnim radovima možemo smatrati da je s' = d (v. Borčić 1976, str. 78) pa iz (35) slijedi

$$\frac{d}{s} = \frac{1}{6}(m_1 + 4m_m + m_2). \tag{36}$$

U toj formuli m_1 i m_2 su linearna mjerila u točkama T'_1 i T'_2 (sl. 3.), a m_m linearno mjerilo u srednjoj točki s koordinatama

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2},$$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Izraz (36) omogućuje računanje redukcije dužina u bilo kojoj kartografskoj projekciji. Kao što je pokazano dobije se iz (36) neposredno primjenom Simpsonove formule. Začuđuje stoga zašto se ta formula tako rijetko upotrebljava u izvodu redukcije dužina. Do izraza (36) mnogi autori dolaze mnogo dužim putem (v. Grossmann 1976, str. 180—181).

6.2. *Redukcija pravaca*

Redukcijom pravaca nazivamo male kutove ω_1^2 i ω_2^1 što ih zatvaraju tangente na projekciju geodetske linije i ravne spojnice krajnjih točaka (sl. 3.).

U Lambertovoj projekciji računamo redukciju pravaca po formulama (v. Varga 1983):

$$\omega_1^2 = -[y_1(\rho_p - x_1) - y_2(\rho_p - x_2)]\, G_{13},$$
$$\omega_2^1 = [y_1(\rho_p - x_1) - y_2(\rho_p - x_2)]\, G_{23}, \qquad (37)$$

gdje su

$$G_{13} = 2\frac{G_1}{3} + \frac{G_2}{3},$$
$$G_{23} = 2\frac{G_2}{3} + \frac{G_1}{3}. \qquad (38)$$

U izrazima (38) G_1 i G_2 se računaju po formuli

$$G = \frac{\sin\varphi - \sin\varphi_0}{2\rho^2 \sin\varphi_0}\rho'', \qquad (39)$$

gdje je

$$\rho'' = 206\,264,806\,247.$$

Ako primjenjujemo konusnu projekciju sa dvije standardne paralele, tada širinu φ_0 u (39) treba izračunati po formuli (31).

Da bi se po formulama (37) ... (39) izračunale redukcije pravaca potrebno je prethodno iz pravokutnih koordinata y_1, x_1 i y_2, x_2 izračunnati pripadne geografske širine i uvrstiti ih u izraz (39). To je nedostatak ovog načina računanja redukcije pravaca. Međutim, ako za računanje upotrebimo računalo, a sva navedena računanja u ovoj projekciji obuhvatimo kompjutorskim programom, tada to ne čini posebnu teškoću.

7. PRVI I DRUGI GEODETSKI ZADATAK I TRANSFORMACIJA KOORDINATA IZMEĐU SUSJEDNIH SUSTAVA

Sva tri u naslovu navedena zadatka možemo riješiti pomoću izraza danih u prethodnim odjelcima.

U prvom geodetskom zadatku zadane su koordinate jedne točke y_1, i x_1 i duljina i azimut geodetske linije na elipsoidu prema točki čije se koordinate računaju.

Koordinate y_2, x_2 računaju se po formulama

$$y_2 = y_1 + \Delta y, \qquad x_2 = x_1 + \Delta x, \tag{40}$$

$$\Delta y = d \cdot \sin \nu_1^2, \quad \Delta x = d \cdot \cos \nu_1^2, \quad \nu_1^2 = \alpha_1^2 - c - \omega_1^2, \quad \frac{d}{s} = \frac{1}{6}(m_1 + 4m_m + m_2). \tag{41}$$

Za računanje veličina ω_1^2, m_2 i m_m potrebne su približne koordinatne razlike Δy_0 i Δx_0, koje možemo izračunnati po formulama

$$\Delta y_0 = s \cdot \sin \Theta_1^2, \quad \Delta x_0 = s \cdot \cos \Theta_1^2, \tag{42}$$

gdje je

$$\Theta_1^2 = \alpha_1^2 - c.$$

U drugom geodetskom zadatku zadane su koordinate y_1, x_1, y_2, x_2 dviju točaka, a treba izračunati duljinu geodetske linije s i azimute α_1^2 i α_2^1 u krajnjim točkama.

Duljinu geodetske linije može se izračunnati po formuli (36) a konvergenciju meridijana i redukcije pravaca potrebne za određivanje azimuta po formulama (20) i (37).

Transformaciju koordinata između susjednih koordinatnih sustava Lambertove projekcije možemo izvršiti prelaskom na geografske koordinate. Iz koordinata y, x izračunavamo φ, λ i potom iz φ, λ računamo koordinate y', x' u susjednom sustavu.

8. NAPOMENE U VEZI PRAKTIČNE PRIMJENE LAMBERTOVE PROJEKCJE

U pojedinim državama koje primjenjuju Lambertovu konformnu konusnu projekciju sa jednom standardnom paralelom, uvedena je na toj paraleli linearna deformacija da bi se proširilo područje preslikavanja. To je potpuno analogno postupku kojim se uvodi linearna deformacija na srednjem meridijanu sustava u Gauss-Krügerovoj projekciji (v. Borčić 1976, str. 62).

U tom slučaju linearno mjerilo na standardnoj paraleli nije $m_0 = 1$ već je $m_0 < 1$. Npr. u Alžiru u jednom koordinatnom sustavu širina standardne paralele je $\varphi_0 = 40^G$, a $m_0 = 0.999\,625\,544$.

Nadalje da bi se izbjegle negativne koordinate dodaju se često apscisama i ordinatama određene konstante (npr. 500 000 m ili 300 000 m). U tim slučajevima treba prije računanja po formulama navedenim u ovom članku oduzeti od koordinata te konstante. Ako mjerilo na standardnoj paraleli nije jednako jedinici, treba potom koordinate i podijeliti s m_0.

9. PRIMJERI

Za računanje svih ovdje navedenih zadataka sastavljen je kompjutorski program u BASIC-u za stolno računalo HP 9845 A.

Prilažemo dijelove izlaznih listi za neke od zadataka (sl. 4 i sl. 5). U tim listama upotrebljene su ove oznake:

A	— a	W21	— ω_2^1
B	— b	ALFA12	— α_1^2
FO	— φ_0	ALFA21	— α_2^1
ALO	— λ_0	S	— s
FP	— φ_p	D	— d
F1	— φ_1	YC	— y'
F2	— φ_2	XC	— x'
FI	— φ	Y	— y
AL	— λ	X	— x
W12	— ω_1^2	C	— c

```
LAMB1

RAČUNANJE PRAVOKUTNIH KOORDINATA NA RAVNINI I
KONVERGENCIJE MERIDIJANA IZ GEOGRAFSKIH KOORDINATA

           A=  6377397.155            B=  6356078.963
          F1=  42  0  0.0000         F2=  45  0  0.0000
          FP=  40  0  0.0000        AL0=  15  0  0.0000

514       FI=  45 44 14.8843         AL=  15 40 23.5201
           Y=      52409.670          X=    637603.018
           C=   0 27 48.4345

212       FI=  45 53 58.1282         AL=  15 57  8.7573
           Y=      73941.403          X=    655828.101
           C=   0 39 20.4743


LAMB2

RAČUNANJE GEOGRAFSKIH KOORDINATA I KONVERGENCIJE
MERIDIJANA IZ PRAVOKUTNIH KOORDINATA NA RAVNINI

           A=  6377397.155            B=  6356078.963
          F1=  42  0  0.0000         F2=  45  0  0.0000
          FP=  40  0  0.0000        AL0=  15  0  0.0000

514        Y=      52409.670          X=    637603.018
          FI=  45 44 14.8843         AL=  15 40 23.5201
           C=   0 27 48.4345

212        Y=      73941.403          X=    655828.101
          FI=  45 53 58.1282         AL=  15 57  8.7573
           C=   0 39 20.4743


LAMB3

RAČUNANJE REDUKCIJE PRAVACA I DUŽINA

           A=  6377397.155            B=  6356078.963
          F1=  42  0  0.0000         F2=  45  0  0.0000
          FP=  40  0  0.0000        AL0=  15  0  0.0000

514       Y1=  52409.670             X1=  637603.018
212       Y2=  73941.403             X2=  655828.101
           S=  28195.808              D=   28209.381
         W12=     14.248            W21=     -14.605
```

Sl. 4 Dio izlazne liste kompjutorskog programa za računanja u Lambertovoj konformnoj konusnoj projekciji

```
LAMB5

TRANSFORMACIJA PRAVOKUTNIH KOORDINATA
IZMEDJU SUSJEDNIH KOORDINATNIH SUSTAVA

1:SUSTAV:
          A=   6377397.155               B=   6356078.963
         F1=  42   0   0.0000           F2=  45   0   0.0000
         FP=  40   0   0.0000          AL0=  15   0   0.0000
2:SUSTAV:
         F0=  44   0   0.0000
         FP=  42   0   0.0000          AL0=  18   0   0.0000

514       Y=     52409.670               X=    637603.018
         YC=   -181130.013              XC=    417852.464
```

```
LAMB6

RACUNANJE PRAVOKUTNIH KOORDINATA NA RAVNINI
IZ DUZINE I AZIMUTA GEODETSKE LINIJE

          A=   6377397.155               B=   6356078.963
         F1=  42   0   0.0000           F2=  45   0   0.0000
         FP=  40   0   0.0000          AL0=  15   0   0.0000

514      Y1=  52409.670                 X1=    637603.018
          S=  28195.808               ALFA=  50 12 50.2279
212      Y2=  73941.403                 X2=    655828.101
```

```
LAMB7

RACUNANJE DUZINE I AZIMUTA GEODETSKE LINIJE
IZ PRAVOKUTNIH KOORDINATA NA RAVNINI

          A=   6377397.155               B=   6356078.963
         F1=  42   0   0.0000           F2=  45   0   0.0000
         FP=  40   0   0.0000          AL0=  15   0   0.0000

514      Y1=      52409.670             X1=    637603.018
212      Y2=      73941.403             X2=    655828.101
          S=      28195.808              D=     28209.381
    ALFA12=  50 12 50.2279         ALFA21=230 24 51.1211
```

Sl. 5 Dio izlazne liste kompjutorskog programa za računanja u Lambertovoj konformnoj konusnoj projekciji

LITERATURA

[1] Borčić, B.: Matematička kartografija, Tehnička knjiga, Zagreb 1955.

[2] Borčić, B.: Gauss-Krügerova projekcija merdijanskih zona, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb 1976.

[3] Grossmann, W.: Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung, Konrad Wittwer, Stuttgart 1976.

[4] Hubeny, K.: Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoides, Mitteilungen der Technischen Universität Graz, Folge 27, Graz 1977.

[5] Jordan, Eggert, Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band IV, Mathematische Geodäsie, J. B. Metzlersche Verlagsbuchlandlung, Stuttgart 1959.

[6] Jovanović, V.: Matematička kartografija, VGI, Beograd 1983.

[7] Krakiwsky, E..J.: Conformal Map Projections in Geodesy, Department of Surveying Engineering University of New Brunswick Fredericton N. B., Canada 1973.

[8] Lambert, J. H.: Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung, Berlin 1772.

[9] Pospelov, E. M.: Kartografičeskaja izučenost' zarubežnyh stran, Nedra, Moskva 1975.

[10] Thomas, P. D.: Conformal Projections in Geodesy and Cartography, Department of Commerce Coast and Geodetic Survey, 1952, Special Publication, No. 251.

[11] Varga. J.: Lambert-féle nögtartó kúpvetületröl, Geodézia és kartografia, 1983, No. 1, str. 25—30.

[12] Whitten, C. A.: Rapport general, No. 2 sur les projections, 1951, L'association de geódésie de L'union géodésique et géophysique internationale, Bruxelles 1951.

[13] World Cartography: Status of world mapping, World Cartography, Volume XIV, United Nations, New York 1976.

[14] World Cartography: World topographic mapping, 1980, World Cartography, Volume XVII, United Nations, New York 1983.

[15] Zdanovič, V. G., Belolikov, A. N., Gusev, N. A., Zvonarev, K. A.: Vysšaja geodezija, Nedra, Moskva 1970.

SAŽETAK

U članku su obrađeni osnovni zadaci u Lambertovoj konformnoj konusnoj projekciji. To su računanje: pravokutnih koordinata y, x iz geografskih koordinata φ, λ, geografskih koordinata φ, λ iz pravokutnih koordinata y, x, konvergencije meridijana, redukcije pravaca i dužina, prvog i drugog geodetskog zadatka i transformacije koordinata između susjednih koordinatnih sustava. Priloženi su i dijelovi izlaznih listi kompjutorskog programa za rješavanje nave-

ZUSAMMENFASSUNG

In dem Artikel sind die Berechnungen der Grundaufgaben in den Lamberts winkeltreuen Kegelabbildung dargestellt. Das sind: Berechnung y, x aus φ, λ und φ, λ aus y, x, Berechnung der Meridiankonvergenz, Richtungs- und Entfernungsreduktionen, die erste und die zweite geodätische Hauptaufgabe und Transformation Lamberts Koordinaten in Nachbarsysteme. Beigelet sind die Ergebnisse der Computerberechnung allen angeführten Aufgaben.

Primljeno: 1985-06-25