UDK 528.482:519 Pregledni rad

# DEFORMACIONA ANALIZA I NJENA PRAKTIČNA PRIMENA

### Toša NINKOV — Beograd

## 0. UVODNA RAZMATRANJA

Na današnjem stepenu razvoja geodetske nauke i prakse pred geodete se često postavlja zadatak da se, pored određivanja koordinata na fizičkoj površini zemlje, odrede i njihove promene tokom vremena. Uzroci promena koordinata na fizičkoj površini zemlje mogu biti višestruki i veoma kompleksni. Isto tako i izazvane deformacije mogu biti veoma različite i razlikovati se po veličini, brzini dešavanja, periodičnosti, neperiodičnosti, plastičnosti i mnogim drugim pokazateljima. Sve to iziskuje od geodeta stalno usavršavanje starih i pronalaženja novih, adekvatnih, metoda za otkrivanje, određivanje i registraciju deformacija. Uočavajući veliki broj metoda, koje su razvijene i koje se koriste u te svrhe, na 2-gom simpozijumu FIG-ine komisije za inženjersku geodeziju (komisija 6), koji je održan u Bonu 1978. g., osnovan je komitet za analizu deformacionih merenja. Zadatak tog komiteta je bio da izuči različite postupke deformacionih merenja koristeći iste podatke merenja. U rad komiteta je uključeno pet univerzitetskih centara (Hanover, Delft, Karlsrue, Minhen i Frederikton - Kanada) koji imaju razrađene metodologije merenja i određivanja deformacija. Kao krajnji cili rada ovog komiteta je davanje predloga za rešavanje sledećih problema u deformacionoj analizi:

— izbor optimalnih konfiguracija i plana opažanja,

- izbor vrsta opažanja u geodetskim mrežama,
- numerička strategija za određivanje pomeranja i deformacija,
- metode statističke analize deformacionih merenja.

Dosadašnji rad komiteta bio je skoncentrisan na zadnja dva stava ali do jedinstvenih zaključaka i preporuka do danas nije došlo. Testiranje mnogobrojnih realnih i simuliranih mreža sa svih pet postupaka nije dalo prednost ni jednoj od navedenih metoda.

Izučavajući ovu oblast inženjerske geodezije i svih pet navedenih postupaka autor je dao prednost postukpu »Karlsruhe« ali bez pretenzija da ga proglasi najboljim. Tek će buduća istraživanja dati odgovor na pitanja koliko je to davanje prednosti subjektivno. U nastavku rada će se dati kratak teorijski prikaz »forsiranog« postupka i njegova primena na jednom konkretnom privrednom zadatku.

Adresa autora: Doc. dr Toša Ninkov, dipl. inž. Građevinski fakultet — Institut za geodeziju, 11000 Beograd, Bulevar revolucije 73

### 1. MATEMATIČPI MODEL POSTUPKA »KARLSRUHE«

Ceo numerički proces postupka »Karlsruhe« može se podeliti u nekoliko faza kojim se od terenskih merenja dobijaju tražene deformacije pomerenih tačaka (tačka na objektu i pomerene tačke osnovne mreže).

U prvoj fazi se vrši izravnanje svake epohe merenja pojedinačno i određuju se procene za tražene parametre mreža. Mreža se može izravnati kao slobodna ili oslonjena na referentne tačke. U okviru tih pojedinačnih izravnanja metodom DATA SNOOPING vrši se otkrivanje neotkrivenih grubih grešaka merenja. Iz svakog pojedinačnog izravnanja sračunavaju se vrednosti sume kvadrata popravka:

$$\Omega_{i} = [pvv] = (l_{i} - AX_{i}) Q_{1i}^{-1} (l_{i} - AX_{i})$$
(1)

gde su: l; — vektor izvršenih opažanja u seriji i

A — matrica konfiguracije nepromenljiva u svim serijama

 $\hat{X_i}$  — procenjeni vektor nepoznatih serije i

Q<sub>1</sub>, — regularna matrica recipročnih težina opažanja l<sub>i</sub>

U drugoj fazi vrši se izbor stabilnih tačaka iz skupa referensnih tačaka mreže i računaju vrednosti značajnih pomeranja tačaka objekta i pomerenih referensnih tačaka. Taj postupak se bazira na primeni opšte testhipoteze definisane od Kocha (1980) [3].

Neka se razmatraju dve epohe merenja  $t_j$  (j=1,2) i neka je u svakoj epohi realizovano  $n_j$  merenje  $l_j$ . Može se pretpostaviti da ta merenja u svakoj epohi jednoznačno definišu geometriju geodetske mreže. Neka koordinate referensnih tačaka, za koje se pretpostavlja da su ostale stabilne u kontrolnoj seriji merenja, obrazuju vektor nepoznatih S. Obzirom da tačke na objektu menjaju svoj položaj za svaku epohu se može obrazovati poseban vektor nepoznatih  $X_j$ . Broj referensnih tačaka i tačaka objekta mora biti istovetan u obe serije merenja. Sada se pristupa zajedničkom izravnanju obe serije merenja gde subvektori S,  $X_1$ ,  $X_2$  čine vektor nepoznatih X. Iz zajedničkog izravnanja se dobija vrednost sume kvadrata popravaka

$$\Omega_{z} = [p v_{z} v_{z}] \tag{2}$$

Test veličina T, kojom se može kontrolisati (potvrditi) stabilnost tačaka geodetske osnove, se računa po formuli (Heck i ostali (1979)) [1].

$$T = \frac{(\Omega_z - \Omega_0)/f_1}{\Omega_0/b}$$
(3)

 $\Omega_0 = \Omega_1 \cdot \mathbf{r_1} + \Omega_2 \cdot \mathbf{r_2}$ — zbir suma kvadrata popravaka iz pojedinačnih izravnanja

 $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2$ — odnos težina u prvoj i drugoj seriji merenja

 $f_1 = (k-1) n.p_0-d$ 

k — broj epoha kod zajedničkog izravnanja

n — dimenzija mreže (n=1 — nivelmanska; n=2 — površinska mreža)  $p_0$  — broj tačaka geodetske osnovne mreže;

d — defekt ranga: d=4 — slobodne mreže sa opažanim pravcima

d=3 — slobodne kombinovane mreže

d=1 — slobodne nivelmanske mreže

d=0 — neslobodne (oslonjene) mreže.

$$b = \sum_{i=1}^{r} b_i$$
  $b_i$  — stepeni slobode i-te epohe.

Test veličina T služi za globalno potvrđivanje stabilnosti tačaka geodetske osnove. Sračunata test velična T mora biti manja od vrednosti F raspodele sračunate za sledeće parametre: F (f<sub>1</sub>, b, 1- $\alpha$ ). Ukoliko je taj uslov zadovoljen pretpostavljene stabilne tačke geodetske osnove ostale su stabilne. Isto tako praktični problem koji treba da bude rešen je izbor podesnog nivoa značajnosti  $\alpha$ . U najvećem broju slučajeva koriste se fiksne vrednosti  $\alpha=0,05$  ili  $\alpha=0,001$ . Ukoliko gornji test nije zadovoljen tada u skupu referensnih tačaka postoji neka od pomerenih tačaka koju (ili koje) je potrebno otkriti. U tu svrhu se obavljaju izravnanja eliminišući naizmenično jednu po jednu tačku iz skupa referensnih tačaka. Tačka čijim se isključenjem iz liste referensnih tačaka dobija minimalna vrednost  $\Omega_2$  se označava pomerenom i eliminiše se iz liste referensnih tačaka. Sada se ceo postupak dobijanja test veličine T i testiranje ponavlja sve dok se testom ne potvrdi stabilnost tačaka usvojene geodetske osnove.

U nastavku (treća faza) se mogu definisati nulta i alternativna hipoteza kojom se testira stabilnost i računa vrednost pomeranja tačaka mreže (tačke objekta i pomerene tačke mreže)

$$H_{0} \begin{cases} \hat{l} = M(l) = AX \\ BX = W \\ D(l) = \sigma^{2}Q_{l} = \sigma^{2}p^{-1} \end{cases}$$
(4)

$$H_{A} \begin{cases} \hat{l} = M(l) = A X \\ BX = \bar{W} \neq W \\ D(l) = \sigma^{2}Q = \sigma^{2}p^{-1} \end{cases}$$
(5)

gde su: I — procenjena vrednost vektora opažanja M(1) — matematička nada opažanja

BX=W — uslovne jednačine koje treba da zadovolje nepoznati parametri mreže

Kao uslovne jednačine koje treba da zadovolje nepoznati parametri zajedničkog izravnanja može se koristiti izraz kojim se definiše vektor razlika koordinata tačaka u prvoj i drugoj seriji merenja tj.

$$\mathbf{\hat{d}} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{1,i} - \hat{Y}_{2,i} \\ \hat{X}_{1,i} - \hat{X}_{2,i} \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{\mathsf{T}} \hat{X}$$
(6)

169

gde su

Y<sub>1 i</sub>, Y<sub>2,i</sub>, X<sub>1,i</sub>, X<sub>2,i</sub> — koordinate tačaka u prvoj i drugoj seriji.

$$\begin{array}{cccc} (P_{1,1}) & (P_{1,i}) & (P_{1,Px}) & (P_{2,1}) & (P_{2,i}) & P_{2,Px} \\ \\ B^{T} = (N| \dots |N|E|N| \dots |N| & |N| \dots |N| - E|N| \dots |N) \end{array}$$

Sa N = 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 E =  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (P<sub>x</sub> — broj pomerenih tačaka)

Sve submatrice u  $B^T$  su dimenzija (2.2). Uslovne jednačine definisane u nultoj i alternativnoj hipotezi mogu se predstaviti kao

$$\mathbf{B}^{\mathsf{T}} \hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{d}}_{\mathbf{i}} \tag{7}$$

Korelaciona matrica vektora razlike procenjenih koordinata u prvoj i drugoj seriji merenja bi bila definisana sa

$$Q_{\mathbf{d}}^{*} = B^{\mathsf{T}} Q_{\mathbf{x}\mathbf{x}} B = \begin{bmatrix} q_{\mathbf{y}\mathbf{y}\mathbf{d}} & q_{\mathbf{y}\mathbf{x}\mathbf{d}} \\ q_{\mathbf{x}\mathbf{y}\mathbf{d}} & q_{\mathbf{x}\mathbf{x}\mathbf{d}} \end{bmatrix}$$
(8)

gde su

$$\begin{aligned} q_{yyd} &= q_{y_1y_1}^{11} + q_{y_1y_1}^{22} - 2q_{y_1y_1}^{12} \\ q_{xxd} &= q_{x_1x_1}^{11} + q_{x_1x_1}^{22} - 2q_{x_1x_1}^{12} \\ q_{yxd} &= q_{y_1x_1}^{11} + q_{y_1x_1}^{22} - q_{y_1x_1}^{21} - q_{y_1x_1}^{21} \end{aligned}$$
(9)

Vrednost sa desne strane jednačina (9) predstavljaju recipročne vrednosti težina koje se odnose na tačku  $p_i$  unutar submatrica  $Q_{x_1x_1}, Q_{x_1x_2}, Q_{x_2x_2}$ korelacione matrice zajedničkog izravnanja.

$$Q_{\mathbf{r}\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} Q_{\mathbf{z}\mathbf{z}} & Q_{\mathbf{r}\mathbf{x}_1} & Q_{\mathbf{z}\mathbf{x}_2} \\ Q_{\mathbf{z}\mathbf{x}_1}^{\mathsf{T}} & Q_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1} & Q_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2} \\ Q_{\mathbf{z}\mathbf{x}_2}^{\mathsf{T}} & Q_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2} & Q_{\mathbf{x}_2\mathbf{x}_2} \end{bmatrix}$$
(10)

Sa test veličinom

$$T = \frac{\hat{d}_{i}^{T} Q_{d_{i}}^{-1} \hat{d}_{i}}{2 \hat{\sigma}^{2}}$$
(11)

se može testirati da li se usvaja nulta hipoteza da između koordinata tačke  $\mathbf{p}_{\rm i}$ u dve serije merenja ne postoji razlika. Ukoliko je

$$T < F_{2,f,1-\alpha} \tag{12}$$

gde se  $F_{2,f,1-\alpha}$  vadi iz tablica za F raspodelu, tada se sa verovatnoćom 1- $\alpha$  prihvata nulta hipoteza da se ta tačka nije pomerila u ispitivanom periodu. U suprotnom slučaju usvaja se alternativna hipoteza odnosno postoje značajna pomeranja tačke  $p_i$ .

U slučaju jednodimenzionalnih mreža  ${\rm d}_i{=}{\rm H}_{2i}{\rm -}{\rm H}_{1i}$ a korelaciona matrica, dimenzija (1,1), će biti

$$Q_{\hat{a}}_{\hat{a}} = q_{H_2H_2} + q_{H_1H_1} - 2 q_{H_1H_2}$$
(12a)

U nultoj hipotezi pretpostavl'a se  $H_o:d\!=\!0$ a u alternativnoj  $H_a:d\neq 0.$  Test veličina analogna (11) bi bila

$$T = \frac{\hat{d}^{T} Q_{d \hat{d} \hat{d}}^{\hat{z}_{1}} \hat{d}}{1 \cdot \hat{\sigma}^{2}} = \frac{d^{2}}{\hat{\sigma}^{2} Q_{d \hat{d} \hat{d}}} < F(1, b_{1} + b_{2}, 1 - \alpha)$$
(12b)

i može poslužiti za kontrolu stabilnosti kako tačaka osnovne mreže tako i tačaka na objektu.

Napred navedeni test može se i geometrijski interpretirati. Kovarijaciona matrica vektora pomeranja se može pretstaviti kao

$$\sigma^2 \mathbf{Q}_{\mathbf{d}_1} = \mathbf{K}_{\mathbf{d}_1} \tag{13}$$

pa se jednačina (12) može prikazati kao

$$\hat{d}_i K_{\check{a}_1} \hat{d}_i < 2 \cdot F_{2,t,1-\alpha}$$
(14)

Ako se umesto nejednačine (14) prikaže jednačinom ona predstavlja jednačinu elipse koja je identična sa relativnom elipsom grešaka između dva položaja tačke p<sub>i</sub> (p<sub>1i</sub> i p<sub>2i</sub>) uvećanom za faktor  $\sqrt{2 \cdot F_{2,t,1-\alpha}}$ . Poluosovine elipse mogu se sračunati iz formula

$$A_j^2 = \hat{\sigma}_0^2 \cdot 2 \cdot F_{2,f,1-\alpha} \cdot \lambda_i \qquad j = 1,2$$
(15)

gde su  $\lambda_i$  sopstvene vrednosti matrice  $Q_{d_1(2,2)}$  (Wolf 1968; 5.529)

$$\begin{split} \lambda_{1} &= \frac{1}{2} (q_{xxd} + q_{yyd} + \varkappa), \\ \lambda_{2} &= \frac{1}{2} (q_{xxd} + q_{yyd} - \varkappa), \\ \varkappa &= \int (\overline{q_{xxd} - q_{yyd}})^{2} + 4q_{yxd}^{2}. \end{split}$$
(16)

Pravac velike poluosovine A prema pozitivnoj koordinatnoj osi definisan je sa

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{2q_{xxd}}{q_{xxd} - q_{yyd}} \tag{17}$$

Poluosovine relativnih elipsi grešaka su uvećane sa faktorom $2F_{2,f,1-\alpha}$  pa prema tome dobijena oblast odgovara oblasti poverenja sa verovatnoćom 1- $\alpha$ .

U slučaju jednodimenzionalne mreže oblast poverenja definisana sa

$$d < \sqrt{\hat{\sigma}^2 Q_{\hat{\mathbf{d}}\,\hat{\mathbf{d}}}^2 \cdot F(\mathbf{l}, \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{l} - \alpha)} \tag{18}$$

daje interval pouzdanosti u kojem se sračunata vertikalna pomeranja mogu smatrati zanemarljivim.

Ukoliko se na istom crtežu nacrtaju vektori pomeranja tačaka sa sračunatim uvećanim relativnim elipsama grešaka može se dobiti slikovit grafički prikaz, dobijen ranijom numeričkom obradom podataka (testirane test veličine sa izrazom (12)), za analizu deformacija. Ukoliko vektor pomeranja leži unutar uvećane relativne elipse, čiji je centar u vrhu vektora pomeranja (tačka  $p_{2j}$ ). tada se sa verovatnoćom 1- $\alpha$  prihvata nulta hipoteza o nepromenljivosti koordinata tačke  $p_i$  između dva merenja. U slučaju da vektor pomeranja jednim delom leži i izvan uvećane relativne elipse grešaka tada se odbacuje nulta hipoteza i usvaja alternativna odnosno pomeranje tačke  $p_i$  se smatra značajnim i treba ga uzeti u razmatranje.

# 2. PRIMERI

Za ilustraciju napred opisanog postupka deformacione analize prikazaće se rezultati njegove primene na konkretnim slučajevima.

U prvom slučaju će se prikazati primena postupka Karlsruhe na obradi podataka deformacionih merenja u cilju određivanja pomeranja tačaka na i u neposrednoj okolini jednog klizišta (šematski prikaz mreže i osmatranih profila na sl. 1)\*.

U razmatranom slučaju (detaljno obrađenom u [8]) izvršeno je nulto i nekoliko kontrolnih merenja — koja su sadržala sledeće elemente:

Ukupan broj tačaka	38
Tačke osnovne mreže	8
Broj merenih dužina	111
Broj stanica na kojima su mereni pravci	15

Posle pojedinačnih izravnanja otkrivene su sve neotkrivene grube greške u svakoj seriji merenja. Posle toga se pristupilo zajedničkom izravnanju oslanjajući mrežu na izvestan broj tačaka za koje se očekivalo da će biti stabilne tokom perioda ispitivanja. Dobijeni su sledeći rezultati za testiranje globalne stabilnosti osnovnih tačaka (prema [8]).

Stabilne tačke	: 1,2,3,4,6,7,8
$\Omega_1$ — nultog merenja	: 0.00054561
$\Omega_2$ — kontrolno merenje 1	: 0.00048388

<sup>\*</sup> Autor rada je za vreme boravka na Institutu za geodeziju Univerziteta Karlsruhe učestvovao u organizaciji, realizaciji i obradi podataka ovih deformacionih merenja.

Ninkov, T.: Deformaciona analiza . . ., Geod. list 1985, 7-9.



$\Omega_0 = \Omega_1 + \Omega_2$	. 0.00098849
$\Omega_{\rm z}$ — zajedničko izravnanje	: 0.000102578
b <sub>1</sub>	: 181
b <sub>2</sub>	: 164
$\mathbf{b} = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2$	: 345
$f_1 = (2-1) \ 2 \cdot 7-3 = 11$	: 11
F (11,345,0.95)	: 1,81645

Test veličina  $T = \frac{(0,00102578-0.00098349)/11}{0.00098849/345} = 1.18316 < 1.81645$ 

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da su pretpostavljeno stabilne tačke ostale zaista stabilne. Na sl. 2 su tabelarno i grafički prikazane vrednosti sračunatih relativnih elipsi grešaka i vektori pomeranja tačaka u profilima sa kojih se očigledno vidi na kojim tačkama je došlo do pomeranja.

Na osnovu gore navedenog prikaza može se konstatovati da primenjeni postupak daje očigledne i jasno prepoznatljive vrednosti pomeranja ispitivanih tačaka a to je veoma bitno za mnoge korisnike ovih podataka.

U drugom primeru su po istom postupku obrađena merenja vertikalnih deformacija u nultoj i kontrolnoj seriji brane »Lisina«. Na sl. 3 su prikazani rasporedi grupa repera van zona očekivanih deformacija i raspored tačaka na telu brane. Pojedinačnim izravnanjem obe epohe merenja dobijeni su sledeći rezultati



Slika 2.

	Nulta serija	Kontrolna serija
$u_0$ — standard jedinice težine	0.001664	0.00049
Broj merenja n	65	65
Broj nepoznatih u	59	59
Broi stepeni slobode $b=n-u+1$	7	7

Iz dobijenih rezultata konstatovana je različita tačnost izravnatih kota u nultoj i kontrolnoj seriji merenja o kojoj je potrebno voditi računa kod zajedničkog izravnanja.

U zajedničkom izravnanju se pretpostavljalo da će biti stabilne sledeće tačke:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

174

Njihova stabilnost će biti prekontrolisana pomoću test veličine T. definisanom za jednodimenzionalne mreže. U tom cilju računaju se sledeći elementi:



Slika 3.

$$\begin{split} \Omega_1 &= m_{0_{(1)}} \cdot b_1 = 0.0000193823 \rightarrow \text{nulta serija sa } r_1 \\ \Omega_2 &= m_{0_{(11)}} \cdot b_2 = 0.0000014112 \rightarrow \text{kontrolna serija sa } r_2 \\ \Omega_0 &= \Omega_1 \cdot r_1 + \Omega_2 \cdot r_2 = 0.0000035648 \\ b &= b_1 + b_2 = 7 + 7 = 14 \end{split}$$

Ninkov, T.: Deformaciona analiza..., Geod. list 1985, 7-9.

# TABELA 2

ГАČ- KA	Sračunata deformacija $H_1 - H_0$	Oblast poverenja (18)	Test veličina (12b)	$\begin{array}{c} F \text{ vrednost} \\ F(1, b_1 + b_2, \\ 1 - \alpha \end{array}$	deformacija ?
1	+ 1.4	3.7	0.2587	1.9738	_
2	+ 29	39	1.0600	1.9738	
3	+ 18	41	0.3943	1.9738	
4	- 0.2	4.2	0.0066	1,9738	1. <u>1. 1. 1.</u>
5	- 27	4.2	0.8217	1.9738	
6	3.2	4.2	1 1416	1 9738	_
7	- 0.0	4.4	0.0001	1 9738	
0	± 0.0	4.4	10.0057	1 9738	da
0	-10.0	4.5	13.0441	1 9738	da
10	-11.9	4.0	10.0864	1.9738	da
10	-11.1	4.7	5 2210	1.9738	da
12	- 1.1	4.0	2 8758	1 9738	da
12	- 5.8	4.0	2.0730	1.9738	uu
13	- 2.7	4.7	0.6229	1.9730	
14	- 2.7	4.7	0.0229	1.9730	
15	2.2	4.7	0.4562	1.9730	
16	3.4	4.5	1.128/	1.9738	da
17	5.3	4.4	2.9194	1.9738	da
18	6.8	4.2	5.2762	1.9738	da
19	-10.3	4.2	11.6014	1.9738	da
20	- 8.0	4.4	6.5345	1.9738	da
21	- 9.2	4.6	8.0700	1.9738	da
22	-12.0	4.6	13.1038	1.9738	da
23	-15.0	4.7	19.9240	1.9738	da
24	-15.0	4.7	19.9555	1.9738	da
25	-17.5	4.7	27.2738	1.9738	da
26	-18.0	4.7	29.4618	1.9738	da
27	-17.0	4.6	27.6138	1.9738	da
28	-16.3	4.4	26.8931	1.9738	da
29	-10.1	4.2	11.1795	1.9738	da
30	- 3.8	4.0	1.7369	1.9738	
31	- 0.8	3.9	0.0903	1.9738	-
32	-12.4	4.1	17.7394	1.9738	da
33	-16.4	4.4	27.8843	1.9738	da
34	-21.8	4.5	45.9316	1.9738	da
35	-28.6	4.6	74.9714	1.9738	da
36	-33.6	4.7	99.0554	1.9738	da
37	-34.0	4.8	99.1058	1.9738	da
38	-31.7	4.8	85.3054	1.9738	da
39	-26.6	4.8	60.2787	1.9738	da
40	-25.6	4.8	56.3168	1.9738	da
41	-21.3	4.7	40.1667	1.9738	da
51	-17.1	4.6	27.0947	1.9738	da
52	-13.0	4.5	16.4442	1.9738	da
53	-14.5	4.3	22.2167	1.9738	da
42	3.6	4.1	1.4959	1.9738	
66	0.4	4.2	0.0160	1.9738	the second s
70	2.5	4.2	0.7049	1.9738	
72	- 0.6	4.1	0.0449	1 9738	

Iz zajedničkog izravnanja dobijeni su sledeći rezultati

 $\Omega_z = m_{o(z)}^2 \cdot b_z = 0.0000039006$ 

 $\mathsf{b}_{\mathsf{z}} = \mathsf{n} - \mathsf{u} + \mathsf{l} = \mathsf{130} - \mathsf{106} + \mathsf{l} = \mathsf{25}$  - broj stepeni slobode zajedničkog izravnanja

 $f_1 = (2 - 1)(12 - 1) = 11$ 

Tražena test veličina kojom se može potvrditi stabilnost pretpostavljenih osnovnih tačaka u ovom sluččaju iznosi

 $T = \frac{(0.0000039006 - 0.0000035648)/11}{0.0000035648/14} = 0.1198894$ 

 $F_{(11,25,0.95)} \approx 2.5$ 

Obizrom da je  $T < F_{(11,25,0.95)}$  može se sa verovatnoćom od 95% usvojiti nultu hipotezu da nije došlo do pomeranja između tačaka geodetske osnove.

Za pojedinačna i zajedničko izravnanje korišćena je metoda izravnanja sa minimizacijom dela traga koji odgovara pretpostavljenim stabilnim tačkama (matematički model u [5]). Kote tačaka objekta su transformisane na sistem kota definisan sa kotama tačaka geodetske osnove. Posle potvrđivanja stabilnosti osnovnih tačaka pristupilo se analizi značajnosti pomeranja tačaka na objektu. U tu svrhu primenjen je postupak opisan u poglavlju 1. Dobijeni rezultati prikazani su u tabeli 2.

Iz podataka u priloženoj tabeli veoma se očigledno može konstatovati koja tačka ima značajna pomeranja odnosno gde se razlike kota ne mogu tretirati kao posledica grešaka merenja. Numerički pokazatelji vertikalnih deformacija i oblasti njihovog poverenja mogu biti i grafički prikazani ali nemaju toliki vizuelni efekat kao u slučaju ravanskih mreža.

### 3 ZAKLJUČAK

Iz svega napred navedenog može se zaključiti da prikazani metod deformacione analize, koji primenjuje i predlaže Univerzitet Karlsruhe, može veoma efikasno da se koristi u obradi deformacionih merenja. U ovom radu nisu prikazivani ostali postupci deformacione analize (Hanover, Minhen, Delft, Frederikton) pa se o njihovom upoređivanju, na osnovu podataka obrađenih primera, ne mogu izvoditi neki određeni zaključci. Može se samo konstatovati da se ceo numerički postupak veoma jednostano izvodi, test veličine lako sračunavaju i da su izvedeni zaključci o stabilnosti i sračunatim deformacijama jednoznači. Isto tako mogućnost grafičke interpretacije podataka pomoću relativnih elipsi grešaka omogućuje veoma slikovit uvid u veličine sračunatih deformacija.

Sve napred pomenute i ova opisana metoda nisu do danas primenjivane na velikom broju praktičnih primera pa ovaj članak može poslužiti kao ilustracija metode KARLSRUE u deformacionoj analizi.

### LITERATURA:

- Heck, B., Kuntd, E., Meier-Hirmer, B.: Deformationsanalyse mittels recativer Fehlerellipsen, AVN, S. 78—87, 19767.
- [2] Kuntz, E., Schmitt, G.: Seminar über Deformationsanalysen, Schriftenreihe der Hochschule der Bundeswehr Heft 4/1979.
- [3] Hoch, K.-R.: Parameterschätzung und Hyhothesen tests, Dümmler, Bonn 1980.
- [4] Pelzer, H.: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung, Konrad Wittwer, Stuttgart 1980.
- [5] Caspary, W.: Lösung singulärer Ausgleichungs modelle durch Bedingur.gsgleichungen, AVN 2/1978.
- [6] Chrzanovski, A.: A comparison of different approaches into the analysis of deformation measurements, XVI FIG — Kongres, Montreux 1981.
- [7] Heck, B.: Report of the FIG-working grup on the analysis of deformation measurements, Seminar über Def. anal. Münich 1983.
- [8] Jäger, R.: Deformationsmessungen an einem Hang, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe 1983.
- [9] Wolf, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Bonn 1968.

#### REZIME

U članku se daje prikaz postupka »Karlsrue« za deformacionu analizu. Na današnjem stepenu razvoja postupak se bazira na generalnom hipoteznom testu. Metoda je ilustrovana sa praktičnom primenom obrade podataka nivelmanskih deformacionih mreža brane »Lisina«.

### ABSTRACT

The paper gave a rewiev of the Karlsruhe approach of deformation analyse. The present form of the Karlsruhe approach is based on the general hypothesis test. The method has been illustrated with its practical application on the levelling deformation network of dam »Lisina« in Yugoslavia.

Primljeno: 1985-02-05