

GRADSKA TRILATERACIJA DA ILI NE?

Slobodan KONTIĆ, Toša NINKOV — Beograd*

0. UVODNA RAZMATRANJA

Gradska trigonometrijska mreža Titograda je projektovana i realizovana u vremenu od 1956—1958. godine. Ona se sastojala od 7 datih tačaka (tačke viših redova), 3 tačke prelazne zone i 20 tačaka gradske mreže. Prema raspoloživoj dokumentaciji, u mreži su izmereni pravci na svim tačkama sa veoma visokom tačnošću tako da je postignuta prosečna srednja greška koordinata izravnatih tačaka od $\pm 1,4$ cm. Ta postignuta tačnost je u potpunosti zadovoljava sve zahteve budućih korisnika tih podataka.

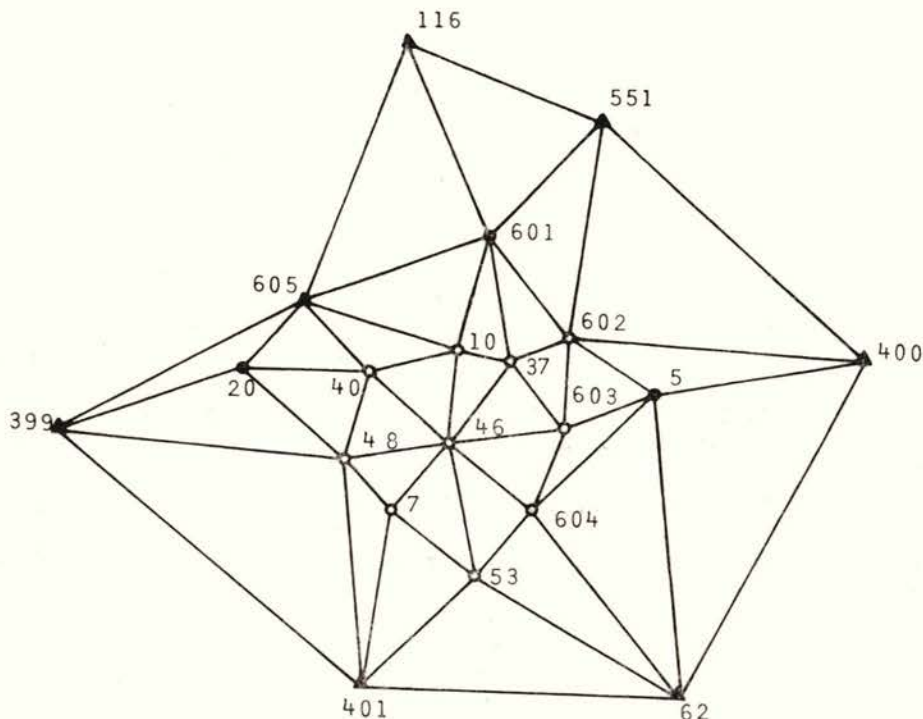
Obzirom da se 1984. godine pristupilo snimanju i izradi katastra podzemnih instalacija, sa novoprojektovane i realizovane poligonometrijske mreže, bilo je neophodno izvršiti kontrolu položaja tačaka gradske trigonometrijske mreže. Zbog toga je investitor, Opštinski zavod za katastar i geodetske poslove, zahtevao od Instituta za geodeziju Građevinskog fakulteta iz Beograda da izvrši kontrolu stanja postojeće trigonometrijske mreže i odredi njihove sadašnje koordinate sa tačnošću od ± 2 cm. Glavni razlog za kontrolu stanja postojeće trigonometrijske mreže je ležao u činjenici da je područje Titograda i Crne Gore bilo zahvaćeno sa nekoliko jačih zemljotresa tako da se moglo pretpostaviti da je došlo do tektonskih poremećaja koji postojeće koordinate tačaka trigonometrijske mreže za pojedine svrhe korišćenja, čini neupotrebljivim. Zbog toga je napred navedeni zahtev za reviziju stanja postojeće trigonometrijske mreže sasvim opravdan i inženjersko-tehnički ispravan.

1. PROJEKAT REVIZIJE STANJA TRIGONOMETRIJSKE MREŽE TITOGRA DA

U cilju rešavanja napred postavljenog zadatka prikupljena je sva raspoloživa dokumentacija o projektovanju i realizaciji trigonometrijske mreže iz 1958. godine. U dogovoru sa investitorom konstatovano je da kontrola stabilnosti tačaka mreže obuhvati samo 13 tačaka stare mreže koje u potpunosti pokrivaju područje definisano generalnim urbanističkim planom Titograda (sl. 1). Terenskom kontrolom je konstatovano da su tačke $\triangle 603$ i $\triangle 604$ uništene i da se pravac $\triangle 37 - \triangle 29$ (v. sl. 3) ne može ostvariti zbog, u međuvremenu, narasle šume

* Prof. dr inž. S. Kontić, doc. dr inž. T. Ninkov, Građevinski fakultet — Institut za geodeziju, Beograd, Bulevar revolucije 73/I.

u nacionalnom parku Gorica U cilju eliminisanja defekta geometrije planirano je merenje svih uglova u tom četvorouglu. Pored toga zbog izgradnje nekih visokih objekata došlo je i do nedogledanja nekih pravaca kao npr: $\triangle 53$ sa $\triangle 46$ i $\triangle 53$ sa $\triangle 7$.

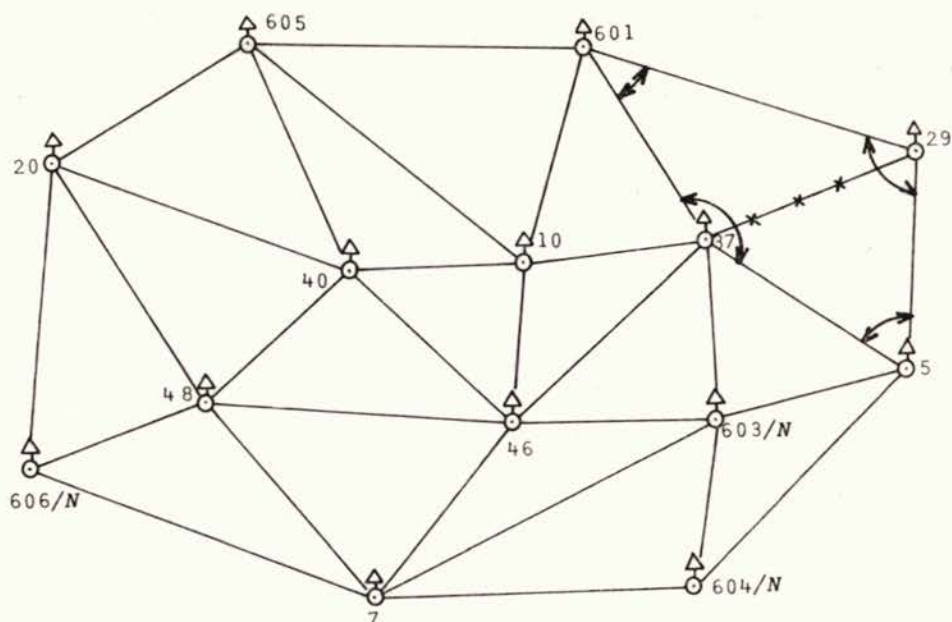


Sl. 1 Gradska trigonometrijska mreža Titograda (1958) god.

Radi toga je zbog izgrađenosti u okolini tačke $\triangle 53$ doneta odluka da se ispita mogućnost njenog izostavljanja iz nove mreže. Umesto starih tačaka $\triangle 603$ i $\triangle 604$ postavljene su nove, propisno stabilizovane, koje su udaljene od starih položaja i to prva za 100 m a druga za 500 m kako bi se izbegla velika presecanja u šumi nacionalnog parka Gorica. Na sl. 2 je prikazana varijanta gradske trigonometrijske mreže za koju će se uraditi projekat revizije postojećeg stanja mreže.

Sa sl. 2 se vidi da je predviđeno uključivanje i jedne nove tačke, $\triangle 606N$, u geometriji usvojene varijante zbog mogućnosti proširivanja gradskog građevinskog reona u tom pravcu.

Proučavajući literaturu i publikovane radove vezane za problematiku kontrole geodetskih mreža trusnih područja ([1], [2], [3]) konstatovano je da metoda upoređenja svih dužina, sračunatih iz postojećih koordinata i dužina merenih u kontrolnim merenjima, je veoma efikasna i ekonomski opravdana za korišćenje. Metoda je veoma praktična jer današnji visoki nivo preciznosti i efikasnosti instrumentarija za merenje dužina (OED) omogućuje brzu i preciznu kontrolu potrebnih parametara. Zbog toga je doneta odluka da se za kontrolu stabilnosti tačaka mreže, primeni ova metoda upoređivanja dužina. Korišćenjem



Sl. 2 Usvojena varijanta geometrije gradske trigonometrijske mreže Titograda

ove metode dobija se mogućnost određivanja nepomeranih (stabilnih) tačaka mreže ukoliko su razlike dužina, sračunate iz koordinata i direktno merenih veličina, u granicama koje zavise od tačnosti određivanja koordinata i tačnosti merenja.

U okviru projekta revizije stanja postojeće mreže razmatrana je i mogućnost pojave situacije da se pomerio veći broj tačaka i da je potrebno odrediti njihove nove koordinate. Za tu mogućnost urađena je prethodna ocena tačnosti koordinata mreže (oslonjene samo na minimalan broj podataka) na osnovu merenja linearnih veličina, koja će se realizovati u fazi kontrolnih merenja. Analizom, i prethodnom ocenom tačnosti merenja dužine konstatovano je da se sa instrumentom WILD DI 4 L može postići tačnost merenja svih dužina od oko ± 1.5 cm. Sa tom tačnosti merenja i usvojenom geometrijom pokazano je, da će se dobiti nove koordinate svih tačaka mreže sa tačnosti od oko ± 2 cm, a time je i APPRIORI definisani zahtev investitora u potpunosti zadovoljen.

2. TERENSKA REALIZACIJA PROJEKTA REVIZIJE

Terenska realizacija projekta revizije stanja trigonometrijske mreže Titograda je kompletno obavljena u toku 4 radna dana. Pre početka merenja pristupilo se detaljnoj rektifikaciji instrumenata i pribora sa posebnim osvrtom na ispitivanju optičkih viskova. Merenje dužina u mreži izvršeno je instrumentom WILD DI4L kod koga se, prema proizvođaču postiže tačnost $m_D = \pm (5 \text{ mm} + 2.10^{-6})$ na osnovu čega je, u ovoj mreži, trebalo očekivati greške veličine od ± 1.0 do ± 1.8 cm. Krajnji domet ovog instrumenta je, prema proizvođaču,

5 km što se za vreme kontrolnog merenja veoma lako postizalo (4 dužine preko 4 km i max D = 4.9 km) jer su tokom merenja meteorološki uslovi bili veoma povoljni.

Prilikom merenja dužina mereni su svi meteorološki uslovi (temperatura i pritisak vazduha) na krajnjim tačkama merenih dužina i oni su uglavnom bili istovetni. Sve dužine su merene u tri serije od 5—10 merenja (u zavisnosti od rasipanja rezultata) u cilju što veće sigurnosti dobivenih rezultata. Samo nekoliko dužina je izmereno obostrano. Za redukciju koso merenih dužina na horizont mereni su vertikalni uglovi u oba položaja durbina i ako su se za redukciju mogle koristiti i kote trigonometrijskih tačaka iz 1958. godine.

Sva 4 ugla koja je trebalo izmeriti izmerena su u po 4 girusa sa teodolitom WILD T-2 sa maksimalnom razlikom između girusa od $\pm 3''$. Merenje uglova je vršeno neposredno pre ili posle merenja samih dužina. Po završetku merenja. CED sa kojim je vršeno merenje dužina kalibrisan je na Paraćinskoj bazi i određene veličine multiplikacione i adicione konstante.

3 NUMERIČKA OBRADA REZULTATA MERENJA

Numerička obrada podataka je sadržala nekoliko numeričkih operacija kojima se od merenja na fizičkoj površini zemlje dobijaju vrednosti u Gauss-Krügerovoj projekciji (sekući cilindar) jer su i koordinate starih tačaka bile određene u toj projekciji. Te numeričke operacije su već poznate i o njima u ovom članku neće biti reči. Numeričkom obradom podataka merenja dobijaju se vrednosti koje se mogu koristiti za upoređivanje sa dužinama iz koordinata tačaka mreže određenih 1958. godine. Na slici br. 3 prikazane su razlike tog upoređivanja.

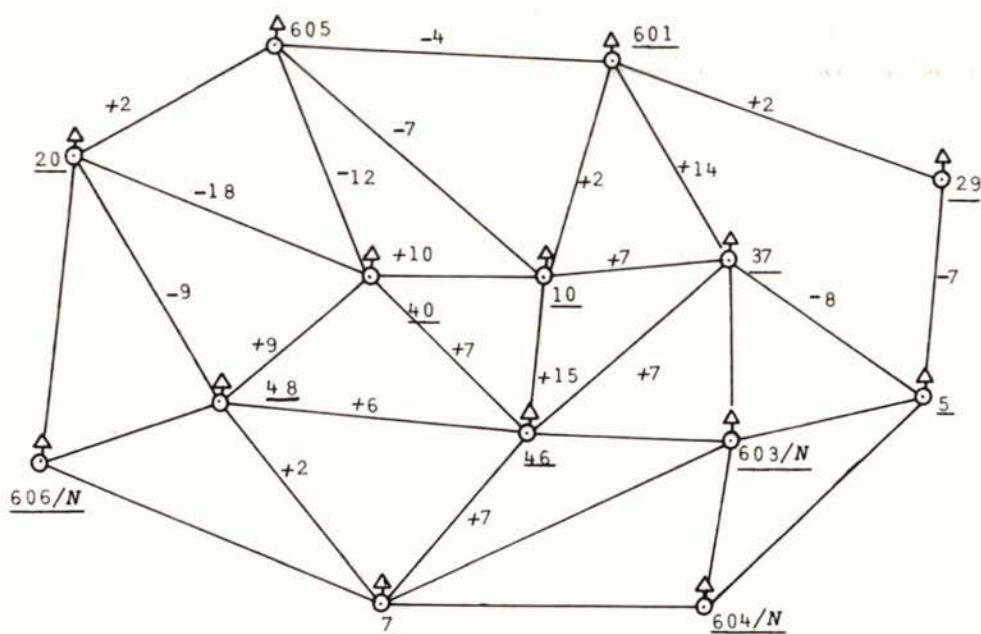
Sa znakom »+« označena su povećanja, a znakom »-« skraćanja dužina u odnosu na njihove vrednosti iz 1958. godine. Analizom dobijenih vrednosti ne može se izvesti zaključak o postojanju stabilnosti bilo koje tačke jer dobijene razlike mogu biti rezultat grešaka merenja u prvoj ili kontrolnoj seriji merenja, i grešaka datih veličina u izravnanju prvog merenja.

Sada nastali problemi mogu se rešiti nekom od metoda otkrivanja stabilnih tačaka u deformacionim mrežama. Na našem Institutu se za utvrđivanje stabilnosti tačaka mreže, u periodu između dve serije merenja, koristi dobro poznata metoda Helmertove transformacije koordinata iz jednog u drugi koordinatni sistem (prethodno moraju biti sračunate koordinate u obe serije merenja). Za izravnanje kontrolne serije merenja korišćeno je posredno izravnanje merenih veličina uz zadovoljavanje uslova

$$[p_{vv}] = \min \quad (1)$$

$$x^T x = \min \quad (2)$$

a time je definisano izravnanje slobodne mreže sa minimalnim tragom. Izravnanje mreže je izvršeno posebnim programom za modifikovani model posrednog izravnanja sa minimalnim tragom (definisan od CASPARI-ja [4]) koji se odnosi na nepoznate koje odgovaraju nepomenim tačkama mreže. Sve ostale koordinate se programski transformišu Helmertovom transformacijom na koordinatni



Sl. 3 Prikaz dobijenih vrednosti promena dužina strana u periodu 1958—1984.

sistem definisan minimalnim tragom stabilnih tačaka. Ovaj postupak je veoma pogodan za izravnjanje mreža u kojima postoje tačke sa različitim tretmanom (nove tačke kod proširenja mreže, tačke mreže i tačke objekta) a potrebno je zadržati prvobitni koordinatni sistem. U tom slučaju se vektor nepoznatih rastavi u dve grupe

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

čija se kofaktor matrica može predstaviti kao

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Izravnjanje se obavlja uz zadovoljavanje uslova za nepoznate x_1 .

$$X_1^T X_1 = \min \quad (5)$$

$$\text{trag } Q_{11} = \min \quad (6)$$

Na taj način koordinatni sistem je definisan nepoznatima iz subvektora x_1 koji odgovara nepoznatima nepomerениh tačaka.

U slučaju trigonometrijske mreže Titograda izvršeno je izravnjanje sa minimizacijom dela traga koji se odnosi na tačke stare mreže. Koordinate $\triangle 603/N$ $\triangle 604/N$, $\triangle 606/N$ su Helmertovom transformacijom preračunate na taj koordinatni sistem. Maksimalne srednje greške novih koordinata, starih tačaka, iz-

nose $m_x = \pm 1.5$ cm i $m_y = \pm 2.0$ cm (prosečno $m_{p_{ros}} = \pm 1.4$ cm) a koordinata novih tačaka $m_x = 2.3$ cm i $m_y = 2.5$ cm. Maksimalna srednja greška dužine posle izravnjanja iznosi $m_D = \pm 1.9$ cm a prosečna $m_D = \pm 1.6$ cm.

Tabela 2

TAČKA	m_y (cm)	m_x (cm)	TAČKA	m_y (cm)	m_x (cm)
603/N	1.4	2.3	37	1.1	1.1
604/N	2.1	1.4	46	1.1	1.3
606/N	2.3	2.6	10	1.2	1.5
20	1.5	1.7	40	1.3	1.4
605	1.3	1.8	48	1.5	1.6
5	1.4	1.1	7	1.3	2.0
29	1.3	1.1	601	1.1	1.3

Na osnovu ovih rezultata izravnjanja mogao se odrediti kriterijum o dozvoljenoj razlici merenih dužina i dužina dobivenih iz koordinata po formuli

$$\Delta_{\Delta d} = 2 \sqrt{m_{d_1}^2 + m_{d_2}^2} \approx \pm 5 \text{ cm} \quad (7)$$

Ovaj kriterijum je ispravan uz usvojenu pretpostavku da je prosečna srednja greška dužina u obe serije merenja jednaka (obzirom da su srednje greške koordinata u obe serije podjednake). Analizirajući dobijene razlike, na sl. 3, po ovom kriterijumu može se konstatovati nemogućnost izbora stabilnih tačaka koje bi definisali koordinatni sistem nove mreže koji će biti praktično identičan koordinatnom sistemu iz 1958. god. Na taj način ne bi se obezbedila mogućnost korišćenja postojećih planova i ostalih podataka snimljenih u koordinatnom sistemu stare mreže. Kriterijumi dozvoljenih razlika izravnatih koordinata tačaka u obe serije merenja bi se mogli formulisati na sledeći način.

$$\Delta_{\Delta y} = 2 \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2} \approx 6.0 \text{ cm} \quad (8)$$

$$\Delta_{\Delta x} = 2 \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2} \approx 6.0 \text{ cm} \quad (9)$$

gde su m_{x_i} i m_{y_i} prosečne srednje greške koordinata u i-toj seriji merenja (i).

Kako su se za približne koordinate tačaka nove mreže, za koje se traži minimalni trag, koristile izravnate koordinate tih tačaka iz 1958. godine to su priraštaji koordinata tačaka posle izravnjanja istovremeno koeficijenti V_y i V_x Helmertove transformacije. Upoređujući te vrednosti sa vrednostima iz (8) i (9) može se konstatovati koje tačke se mogu smatrati pomerenim. Njihovom eliminacijom iz vektora X_1 vrši se ponovno izravnjanje sa minimizacijom traga preostalih tačaka. Postupak je ponavljan sve dotle dok nije pronađena kombinacija tačaka čiji svi priraštaji zadovoljavaju gore navedene kriterijume. U slučaju ove gradske trigonometrijske mreže to su bile tačke $\triangle 20$, $\triangle 46$, $\triangle 40$, $\triangle 48$ i $\triangle 7$.

Koordinate tačaka koje su dobijene gore navedenim postupkom su predložene za usvajanje kao definitivne kordinate u novoj gradskoj mreži. Iako su evidentna pomeranja izvesnog broja tačaka stare mreže, sprovedena analiza izbora optimalnog koordinatnog sistema je omogućila da se i dalje mogu koristiti svi do sada urađeni topografski planovi i ostali podaci, vezani za staru mrežu, jer je usvojeni koordinatni sistem nove mreže, definisan tačkama koje su se najmanje pomerile ili ostale stabilne, praktično identičan sa starom.

Na ovom principu se zasniva i postupak određivanja stabilnih tačaka Minhenskog univerziteta (detaljno opisan u /5/) koji se sada nalazi u žiži interesovanja i ispitivanja geodeta, zainteresovanih za ovu problematiku.

4. ZAKLJUČAK

Na osnovu analize dobijenih rezultata realizacije projekta revizije stanja gradske trigonometrijske mreže, može se zaključiti da su zahtevi za obnovu i dopunu mreže bili opravdani. Ovom revizijom dobijene su nove koordinate oko polovine tačaka stare mreže koje se bitno razlikuju od vrednosti iz 1958. godine (te razlike su do 30 cm). Drugi zaključak koji se nameće posle obavljene revizije mreže, a koji se ovim radom želi posebno istaći, je činjenica da se gradska trigonometrijska mreža može realizovati i kao čista trilateraciona mreža. U ovom slučaju je postignuta tačnost koordinata koja je istog nivoa kao i u slučajevima većine gradskih trigonometrijskih mreža a postignuta je bez ikakvih problema uglavnom jednostranim merenjima dužina. U slučaju obostrano opažanih dužina ili pak korišćenja još preciznijih daljinomera (mekometar, ili slični) ta tačnost bi prevazilazila tačnost postignutu u trigonometrijskim mrežama. Ista tako mora se napomenuti i ekonomski efekat rešavanja ovog zadatka obzirom da su terenska merenja, uz prethodnu pripremu i organizaciju, završena za svega 4 dana bez nekih posebnih zahteva vezanih za vremenske i meteorološke uslove. O svim rezultatima i istraživanjima koja su proistekla iz ovog rada bi se moralo voditi računa kod budućih projektovanja i realizacije novih kao i kod donošenja odluka o potrebi revizija postojećih gradskih mreža.

LITERATURA:

- [1] Yoichiro Fujii »Relation between maximum vertical displacement of the crust and magnitudes of earthquakes and its application to the problem of earthquake prediction«. Bul. of the Geographical Survey Inst. vol. XV, part 1/1969.
- [2] T. Ninkov »Geodezija u izučavanju i predskazivanju zemljotresa« Simpozijum o zemljotresu na crnogorskom primorju 1979, Herceg Novi 1980.
- [3] Rikatake A. »Predskazivanje zemljotresa« »Mir«, Moskva 1979.
- [4] Caspari W. »Zur Lösung singulärer Ausgleichungsmodelle durch Bedingungs-gleichungen«, AVN No. 2/1978.
- [5] Welsch W. »Deformations Analise 1983« Schriftenreihe in Wiss. Stud. Vermessungswesen München 1983.

REZIME

U članku se daje prikaz rezultata rešavanja problema obnove gradske trigonometrijske mreže Titograda. Za kontrolu stabilnosti tačaka stare mreže primenjena je metoda promena dužina trigonometrijskih strana. Obzirom da stabilne tačke nisu poznate problem je rešen određivanjem novih koordinata tačaka mreže na osnovu podataka linearnih merenja. Za izravnanje je primenjena metoda posrednog izravnjanja sa minimizacijom dela traga koji odgovara koordinatama najmanje pomerenih tačaka. Dobijeni rezultati su istog nivoa tačnosti kao i u većini do sada realizovanih gradskih trigonometrijskih mreža. Uočena je mogućnost velikih materijalnih ušteda kod realizacije trilateracionih mreža.

ABSTRACT

In this article will be describe result of restore the trigonometric network of city of Titograd. To adjustment we used method of variation of coordinates with minimisation of part of trace. To apply method of trilateration for trigonometric network of city made in possible to saving the means.

Primljeno: 1985-02-20