

UDK 528.2:629.19:528.7  
Originalni znanstveni rad

## UKLANJANJE DEFORMACIJE SNIMKA NEBA IZAZVANE ASTRONOMSKOM REFRAKCIJOM

Izidor PALMAN — Krk\*

### 1. UVOD

Sustavni karakter pogreške astronomske refrakcije i njezino dobro poznavanje omogućuju, da se deformacija snimka neba, nastala utjecajem astronomske refrakcije ukloni prije postupka orijentacije snimka. Ovo uklanjanje vrši se tako, da se odrede popravke slikovnih koordinata preslikanih točaka zvijezda. Izrazi koji određuju ove popravke izvedeni su u [1] iz geometrije slika 42 i 43, a na osnovu loma zrake svake pojedine točke zvijezde, dok je zraka koja prolazi srednjom točkom snimka potpuno zanemarena, iako je slikovna koordinata definirana svakom pojedinom točkom zvijezde i srednjom točkom snimka.

Činjenica jest, da se na taj način dobivaju međusobni položaji točaka zvijezda oslobodeni pogreške astronomske refrakcije, ali ne i slikovne koordinate oslobodene te pogreške, jer se ishodište slikovnog koordinatnog sustava nalazi u srednjoj točki snimka.

Ako zaista nije potrebno, kod određivanja popravke astronomske refrakcije, uzimati u obzir i srednju točku snimka; onda se postavlja pitanje, čemu brižljivo određivati srednju točku snimka [1] i tome određivanju pridavati naročitu pozornost.

Uzmimo na pr. poseban slučaj, da se kod snimanja neba jedna zvijezda preslikala točno u srednju točku snimka. Onda će mjerene slikovne koordinate te točke biti  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Nakon uvađanja popravke za astronomske refrakcije slikovne koordinate te iste točke biti će  $x = 0$ ,  $y \neq 0$ , dok će koordinate srednje točke snimka ostati  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

Da bi se izbjegla ova nelogičnost, za određivanje popravaka slikovnih koordinata točaka zvijezda, zbog utjecaja astronomske refrakcije, izvedene su druge formule koje uzimaju u obzir i lom zrake koja prolazi srednjom točkom snimka.

### 2. POPRAVKA ASTRONOMSKE REFRAKCIJE

Popravka astronomske refrakcije dana je izrazom

$$dz = A_1 \operatorname{tg} z + A_2 \operatorname{tg}^3 z + \dots \quad (1)$$

\* Adresa autora: Izidor Palman, dipl. inž., Krk, Kvarnerska bb.

kod kojega se koeficijenti  $A_1$  i  $A_2$  zavisno od autora beznačajno razlikuju.

Za snimke neba učinjene balističkim kamerama i za normalnu atmosferu koriste se vrijednosti ovih koeficijenata predloženih u [2]

$$A_1 = 58,294 \quad \text{i} \quad A_2 = -0,0668$$

Za različita stanja atmosfere isti autor predlaže ovaj izraz množiti sa koeficijentima  $C_B$  i  $C_T$  koji zavise o tlaku i temperaturi zraka. Ovi koeficijenti dati su u [2] tabelarno.

Ako sada iz (1) izlučimo  $A_1 \operatorname{tg} z$  onda općenito vrijedi

$$dz = A_1 \operatorname{tg} z \left( 1 + \frac{A_2}{A_1} \operatorname{tg}^2 z \right) C_B C_T \quad (2)$$

Već i kod zenitnih daljina osi snimanja od  $60^\circ$  prema [1] izraz u zgradi beznačajno se mijenja, pa se za cijeli snimak može uzeti konstantna vrijednost. Onda možemo pisati

$$dz = A_1 \operatorname{tg} Z_n \left( 1 + \frac{A_2}{A_1} \operatorname{tg}^2 z_0 \right) C_B C_T \quad (3)$$

gdje je

$z_n$  = zenitna daljina svake pojedine zvijezde, a

$z_0$  = zenitna daljina osi snimanja

Ako izraz u zgradi u (3) označimo sa  $K$  onda za svaku točku zvijezde i za os snimanja vrijedi

$$\begin{aligned} dz_n &= A_1 \operatorname{tg} z_n C_B C_T \cdot K \\ dz_0 &= A_1 \operatorname{tg} z_0 C_B C_T \cdot K \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. ODREĐIVANJE POPRAVAKA SLIKOVNIH KOORDINATA

Prema [3] slikovne koordinate točaka zvijezda dane su izrazima (11), a glase

$$\begin{aligned} x_n &= C_k \frac{\alpha_1 \cos \alpha_n + \beta_1 \cos \beta_n + \gamma_1 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n} \\ y_n &= C_k \frac{\alpha_2 \cos \alpha_n + \beta_2 \cos \beta_n + \gamma_2 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n} \end{aligned} \quad (5)$$

gdje je prema (3) u [3]

$$\begin{aligned} \cos \alpha_n &= \cos A_n \sin z_n \\ \cos \beta_n &= \cos A_n \sin z_n \\ \cos \gamma_n &= \cos z_n \end{aligned} \quad (6)$$

a prema (6) u [3]

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= -\sin A_0 \\
 \alpha_2 &= -\cos A_0 \cos z_0 \\
 \alpha_3 &= \cos A_0 \sin z_0 \\
 \beta_1 &= \cos A_0 \\
 \beta_2 &= -\sin A_0 \cos z_0 \\
 \beta_3 &= \sin A_0 \sin z_0 \\
 \gamma_1 &= 0 \\
 \gamma_2 &= \sin z_0 \\
 \gamma_3 &= \cos z_0
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Iz izraza (5) vidi se da će popravke slikovnih koordinata zvijezde biti

$$\begin{aligned}
 dx &= \frac{\partial x}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial x}{\partial z_n} dz_n \\
 dy &= \frac{\partial y}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial y}{\partial z_n} dz_n
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Nakon uvrštenja (4) u (8) dobivamo

$$\begin{aligned}
 dx &= K A_1 \left( \frac{\partial x}{\partial z_0} \operatorname{tg} z_0 + \frac{\partial x}{\partial z_n} \operatorname{tg} z_n \right) C_B \cdot C_T \\
 dy &= K A_1 \left( \frac{\partial y}{\partial z_0} \operatorname{tg} z_0 + \frac{\partial y}{\partial z_n} \operatorname{tg} z_n \right) C_B \cdot C_T
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Ako u (5) označimo brojnike sa  $B_x$  i  $B_y$  a nazivnik sa  $N$  onda će parcijalne derivacije izraza (5) biti

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial x}{\partial z_0} &= \frac{C_k}{N^2} \left( \frac{\partial B_x}{\partial z_0} N - \frac{\partial N}{\partial z_0} B_x \right) \\
 \frac{\partial y}{\partial z_0} &= \frac{C_k}{N^2} \left( \frac{\partial B_y}{\partial z_0} N - \frac{\partial N}{\partial z_0} B_y \right) \\
 \frac{\partial x}{\partial z_n} &= \frac{C_k}{N^2} \left( \frac{\partial B_x}{\partial z_n} N - \frac{\partial N}{\partial z_n} B_x \right) \\
 \frac{\partial y}{\partial z_n} &= \frac{C_k}{N^2} \left( \frac{\partial B_y}{\partial z_n} N - \frac{\partial N}{\partial z_n} B_y \right)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Prema (5), (6) i (7) jest

$$\frac{\partial B_x}{\partial z_0} = 0$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z_0} = \cos A_0 \sin z_0 \cos z_n + \sin A_0 \sin z_0 \cos \beta_n + \cos z_0 \cos \gamma_n = N$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial N}{\partial z_0} &= \cos A_0 \cos z_0 \cos \alpha_n + \sin A_0 \cos z_0 \cos \beta_n - \sin z_0 \cos \gamma_n = -B_y \\ \frac{\partial B_x}{\partial z_n} &= \alpha_1 \cos A_n \cos z_0 + \beta_1 \sin A_n \cos z_n - \gamma_1 \sin z_n \\ \frac{\partial B_y}{\partial z_n} &= \alpha_2 \cos A_n \cos z_n + \beta_2 \sin A_n \cos z_n - \gamma_2 \sin z_n \\ \frac{\partial N}{\partial z_n} &= \alpha_3 \cos A_n \cos z_n + \beta_3 \sin A_n \cos z_n - \gamma_3 \sin z_n\end{aligned}\quad (11)$$

Odatle je

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_x}{\partial z_0} N - \frac{\partial N}{\partial z_0} B_x &= B_x B_y = \frac{N^2}{C_k^2} xy \\ \frac{\partial B_y}{\partial z_0} N - \frac{\partial N}{\partial z_0} B_y &= N^2 + B_y^2 = \left( N^2 + \frac{N^2}{C_k^2} y^2 \right) \\ \frac{\partial B_x}{\partial z_n} N - \frac{\partial N}{\partial z_n} B_x &= \cos z_0 \sin (A_n - A_0) \\ \frac{\partial B_y}{\partial z_n} N - \frac{\partial N}{\partial z_n} B_y &= -\cos (A_n - A_0)\end{aligned}\quad (12)$$

Uvrstimo li (12) u (10) a potom u (9) izlazi

$$\begin{aligned}dx &= KA_1 \left[ \frac{xy}{C_k} \operatorname{tg} z_0 + \frac{C_k}{N^2} \cos z_0 \sin (A_n - A_0) \operatorname{tg} z_n \right] C_B C_T \\ dy &= KA_1 \left[ \frac{C_n^2 + y^2}{C_k} \operatorname{tg} z_0 - \frac{C_n}{N^2} \cos (A_n - A_0) \operatorname{tg} z_n \right] C_B C_T\end{aligned}\quad (13)$$

Iz sl. 6 u [3] vidljivo je da je

$$\begin{aligned}\sin (A_n - A_0) &= \frac{x_n}{\sqrt{x_n^2 + (C_k \sin z_0 - y_n \cos z_0)^2}} \\ \cos (A_n - A_0) &= \frac{C_k \sin z_0 y_n \cos z_0}{\sqrt{x_n^2 + (C_k \sin z_0 - y_n \cos z_0)^2}} \\ \operatorname{tg} z_n &= \frac{\sqrt{x_n^2 + (C_k \sin z_0 - y_n \cos z_0)^2}}{C_k \cos z_0 + y_n \sin z_0}\end{aligned}\quad (14)$$

Odatle je

$$\begin{aligned}\cos z_0 \sin (A_n - A_0) \operatorname{tg} z_n &= \frac{x_n \cos z_0}{C_k \cos z_0 + y_n \sin z_0} = \frac{x_n}{C_k + y_n \operatorname{tg} z_0} \\ \cos (A_n - A_0) \operatorname{tg} z_n &= \frac{C_k \sin z_0 - y_n \cos z_0}{C_k \cos z_0 + y_n \sin z_0} = \frac{C_k \operatorname{tg} z_0 - y_n}{C_k + y_n \operatorname{tg} z_0}\end{aligned}\quad (15)$$

Nazivnik  $N$  u (5) jednak je cosinusu prostornog kuta odnosno

$$N = \frac{C_k}{\sqrt{C_k^2 + x_n^2 + y_n^2}}$$

a odatle je

$$\frac{c_k}{N^2} = \frac{c_k + x_n^2 + y_n^2}{c_k} \quad (16)$$

Ako sada (16) i (15) uvrstimo u (13) onda dobijemo

$$\begin{aligned} dx &= \left[ \frac{x_n y_n}{C_n} \operatorname{tg} z_0 + \frac{C_k^2 + x_n^2 + y_n^2}{C_k} \cdot \frac{x_n}{C_k + y_n \operatorname{tg} z_0} \right] C_B C_T \cdot K A_1 / \rho'' \\ dy &= \left[ \frac{C_k^2 y_n^2}{C_k} \operatorname{tg} z_0 - \frac{C_k^2 + x_n^2 + y_n^2}{C_k} \cdot \frac{C_k \operatorname{tg} z_0 - y_n}{C_k + y_n \operatorname{tg} z_0} \right] C_B C_T \cdot K A_1 / \rho'' \end{aligned} \quad (17)$$

U izrazima (17) podjeljene su popravke još sa  $\rho''$  jer je popravka  $dz$  prema (1) izražena u lučnim sekundama, a popravke koordinata izražene su u linearnoj mjeri.

Razlika između izraza (17) i onih izvedenih u [1] lako je uočljiva, jer izrazi u [1] ne uzimaju u obzir, kako je već ranije rečeno, lom zrake prolazeće srednjom točkom snimka, pa ne sadrže članove  $\frac{x_n y_n}{C_k} \operatorname{tg} z_0$  i  $\frac{C_k^2 + y_n^2}{C_k} \operatorname{tg} z_0$ .

#### LITERATURA

- [1] Daker, H.: Die Anwendung der Photogrammetrie in der Satellitengeodäsie (Satellitenphotogrammetrie), Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften Reihe C, Heft Nr. 111 München 1967.
- [2] Mueller, I. I.: Introduction to Satellite Geodesy, New York, 1964.
- [3] O koordinatnim sustavima i transformacijama koordinata u postupku redukcije snimka neba. Geodetski list Zagreb, 1985, 1-3.

#### SAŽETAK

Ovdje je prikazano uklanjanje deformacije snimka neba izazvane astronomskom refrakcijom. Isti postupak primjenjuje se u satelitskoj geodeziji s time, što se ne uzima u obzir lom zrake koja prolazi srednjom točkom snimka. To je u ovom postupku uzeto u obzir.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Hier wurde die Beseitigung der Deformation einer Himmelsaufnahme dargestellt, die durch astronomische Refraktion verursacht worden ist. Das gleiche Verfahren wird in der Satellitengeodäsie verwendet, dabei wird aber die Refraktion des Strahles der durch den Mittelpunkt der Aufnahme läuft nicht berücksichtigt. In diesem Verfahren ist dieser Strahl berücksichtigt worden.

Primljeno: 1984-03-28