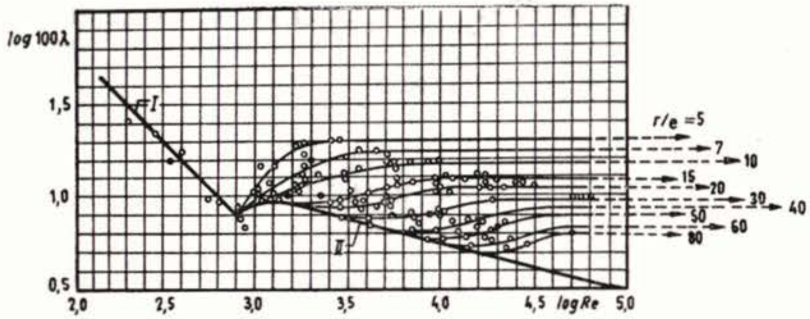
UDK 532
Originalni znanstveni rad

DARCYEV KOEFICIJENT U ZEGDŽAOVIM EKSPERIMENTIMA

Rudolf MIŠIĆ — Zagreb*

Eksperimentima za otvorene tokove u pravokutnim profilima korita, Zegdža je (1938. god.) došao do rezultata koji su iskazani dijagramima na sl. 1. [1]



Sl. 1

Poredbom tih dijagrama sa Nikuradzeovim dijagramima (sl. 2.) — kao rezultatima sličnih istraživanja za tokove pod pritiskom u cijevima kružnog profila — odmah se uočava analognost tih dviju grupa dijagrama.

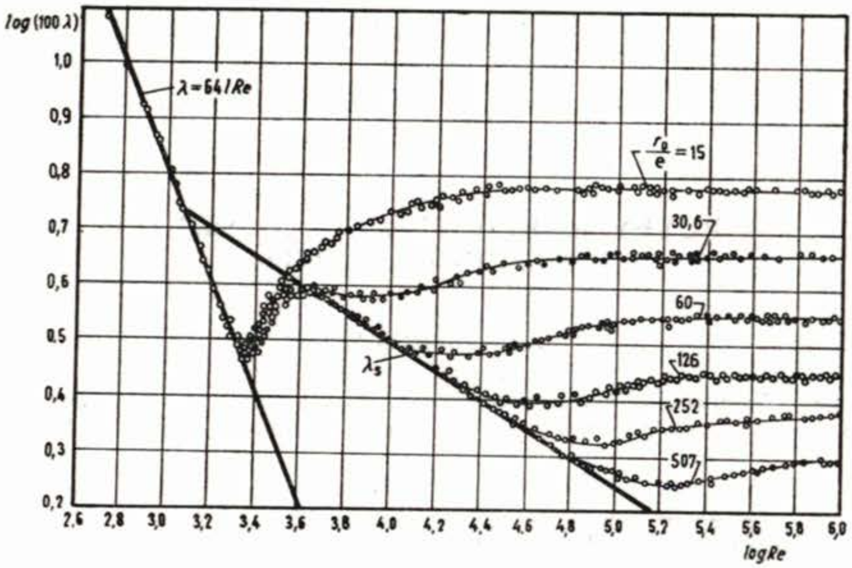
Polazeći od te analogije može se pretpostaviti da se metoda, koja se je primijenila u istraživanju prikladne dimenzionalne strukture formule za Darcyev koeficijent u fenomenima sa Nikuradzeovih dijagrama, može aplicirati i na fenomene sa Zegdžaovih dijagrama.

Ovdje će se razmatrati slučaj potpuno razvijene turbulencije, što je za otvorene tokove i najinteresantnije.

Na Zegdžaovim dijagramima to je iskazano onim dijelovima koji su paralelni s apscisnom osi, dakle tamo gdje Darcyev koeficijent nije funkcija Reynoldsovog broja Re.

U skladu sa principom dimenzionalne strukture fizikalnih zakonitosti može se, prema tome, napisati:

* Adresa autora: Prof. dr Rudolf Mišić, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26.



Sl. 2

$$\lambda = k \cdot Re^0 \left(\frac{e}{R}\right)^y$$

odnosno

$$\lambda = k \cdot \left(\frac{e}{R}\right)^y$$

ili

$$\lambda = k\, H^y \tag{1}$$

gdje je

e — apsolutna hrapavost stijenki kanala
R — hidraulički radius
k — numerički faktor
H — $\frac{e}{R}$.

Pomnoži li se (1) sa 100 i zatim logaritmira, dobit će se:

$$\log (100\, \lambda) = 2 + \log k + y \log \frac{e}{R},$$

odnosno

$$z = 2 + \log k + y \cdot h \tag{2}$$

pri čemu je

$$z = \log (100\, \lambda)$$

$$h = \log \frac{e}{R}.$$

Na osnovu rezultata iz rada [2] i analogije spomenutih dijagrama, može se pretpostaviti da će k i y u relaciji (2) u području razvijene turbulencije imati konstantne vrijednosti.

U skladu s time uzet će se sada bilo koja dva dijagrama sa sl. 2, te će se — prema relaciji (2) — napisati:

$$z_i = 2 + \log k + y\, h_i$$

$$z_j = 2 + \log k + y\, h_j$$

pa je

$$z_j - z_i = y\,(h_j - h_i)$$

ili

$$\Delta z = y\, \Delta h$$

Odatle izlazi da je:

$$y = \frac{\Delta z}{\Delta h} \tag{3}$$

ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI EKSPONENTA y

U skladu sa (3) sastavljena je tablica 1, u kojoj su — za kvadratičnu zonu sa sl. 1. — dati podaci za relativnu hrapavost i očitane vrijednosti z, a nakon toga izračunate su razlike Δh i Δz za susjedne dijagrame. Kvocijenti th raizlika dati su u posljednjem stupcu.

Iz dobivenih vrijednosti u tom stupcu se vidi da je u prvoj polovini

$$y = \frac{\Delta z}{\Delta h} \doteq \text{const},$$

a da nakon toga dolazi do većih odstupanja. To bi se moglo objasniti time što u prvoj polovini, do $H = \frac{1}{30}$, eksperimentalne točke na dijagramima bolje pokrivaju kvadratično područje.

Ako se ipak iskoriste podaci spomenute posljednje kolone sa Tabl. 1 — s izuzetkom posebno velikog odstupanja predzadnje vrijednosti u koloni — aritmetička sredina bila bi

$$y = 0{,}412$$

Kako za (3) vrijedi da se pripadne razlike Δz i Δh mogu uzeti za bilo koja dva dijagrama, sastavit će se još jedna tablica, u kojoj se razmatraju dijagrami gdje su, redom, relativne hrapavosti uvijek dvostruko manje (tabl. 2).

Tablica 1

H	h	z	Δz	Δh	$\frac{\Delta z}{\Delta h}$
$\frac{1}{5}$	—0,699	1,300			
$\frac{1}{7}$	—0,845	1,240	—0,060	—0,146	0,411
$\frac{1}{10}$	—1,000	1,175	—0,065	—0,155	0,419
$\frac{1}{15}$	—1.176	1,095	—0,080	—0,176	0,455
$\frac{1}{20}$	—1,301	1,040	—0,055	—0,125	0,440
$\frac{1}{30}$	—1,477	0,975	—0,065	—0,176	0,369
$\frac{1}{40}$	—1,602	0,935	—0,040	—0,125	0,320
$\frac{1}{50}$	—1,699	0,900	—0,035	—0,097	0,361
$\frac{1}{60}$	—1,778	0,835	—0,065	—0,079	0,823
$\frac{1}{80}$	—1,903	0,800	—0,035	—0,125	0,520

Tablica 2

	H	h	z	Δz	Δh	$\frac{\Delta z}{\Delta h}$
1	$\frac{1}{5}$	—0,699	1,300			
3	$\frac{1}{10}$	—1,000	1,175	—0,125	—0,301	0,415
5	$\frac{1}{20}$	—1,301	1,040	—0,135	—0,301	0,449
7	$\frac{1}{40}$	—1,602	0,935	—0,105	—0,301	0,349
10	$\frac{1}{80}$	—1,903	0,800	—0,135	—0,301	0,449

Iz te tablice izlazi da je aritmetička sredina za y

$$y = 0{,}415$$

Kako je ova vrijednost dobivena iz podataka gdje su manje međusobne razlike nego u tabl. 1, to će se uzeti da je tražena vrijednost za eksponent y ova posljednja, tj.

$$y = 0{,}415$$

ODREĐIVANJE NUMERIČKOG FAKTORA k

Prema (2) bit će:

$$\log k = z - 2 - yh$$

S tim u vezi sastavljena je tablica 3

Tablica 3

H	z	z-2	h	—yh	log k	k
$\frac{1}{5}$	1,300	—0,700	—0,699	0,290	—0,410	0,389
$\frac{1}{10}$	1,175	—0,825	—1,000	0,415	—0,410	0,389
$\frac{1}{20}$	1,040	—0,960	—1,301	0,540	—0,420	0,380
$\frac{1}{40}$	0,935	—1,065	—1,602	0,665	—0,400	0,398
$\frac{1}{80}$	0,800	—1,200	—1,903	0,790	—0,410	0,389

Iz posljednjeg stupca se vidi da će za k aritmetička sredina biti

$$k = 0{,}389$$

Uzme li se tako određena vrijednost za k i prethodno određena vrijednost za y, formula (1) će konačno glasiti

$$\lambda = 0{,}389 \left(\frac{e}{R}\right)^{0{,}415} \tag{4}$$

PROVJERA FORMULE (4)

Za sve relativne hrapavosti sa Zegdžaovih dijagrama očitat će se vrijednosti log (100 λ) i odatle izračunati pripadne vrijednosti Darcyevog koeficijenta λ. Nakon toga će se, za tu istu seriju relativnih hrapavosti izračunati λ po formuli (4). Pri tome je zgodno, radi uspoređenja, i vrijednosti ordinata sa Zegdžaovih dijagrama, dakle vrijednosti $z = \log(100\,\lambda)$ — da se formula (4) svede na oblik (2), tj. na

$$z = 2 + \log k + yh$$

odakle se, nakon uvrštenja značenja za y i k, dobije:

$$z = 1{,}590 + 0{,}415 \cdot h \tag{5}$$

Sav taj postupak — čitanja sa dijagrama i računanja po (5) — i rezultati za z, odnosno λ, pregledno je dato u tablici 4.

Tablica 4

	z		λ		Odstupanje Δλ	Δλ%
	Očitano iz Zegdž diag.	Računato po formuli (5)	Zegdža	Formula (4)		
$\frac{1}{5}$	1,300	1,300	0,1995	0,1995	0,0000	0,0
$\frac{1}{7}$	1,240	1,239	0,1738	0,1735	—0,0003	—0,2
$\frac{1}{10}$	1,175	1,175	0,1496	0,1496	0,0000	0,0
$\frac{1}{15}$	1,095	1,102	0,1244	0,1264	0,0020	1,6
$\frac{1}{20}$	1,040	1,050	0,1096	0,1122	0,0026	2,4
$\frac{1}{30}$	0,975	0,977	0,0944	0,0948	0,0004	0,4
$\frac{1}{40}$	0,935	0,925	0,0861	0,0842	—0,0019	—2,2
$\frac{1}{50}$	0,900	0,885	0,0794	0,0767	—0,0027	—3,4
$\frac{1}{60}$	0,835	0,852	0,0684	0,0711	0,0027	3,9
$\frac{1}{80}$	0,800	0,800	0,0631	0,0631	0,0000	0,0

U pripadnim stupcima te tablice data su odstupanja $\Delta\lambda$, odnosno $\Delta\lambda\%$ između vrijednosti λ računatih po formuli (4) i očitanih sa Zegdžaovih dijagrama. Prema tim razlikama bit će srednje odstupanje

$$\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta\lambda)^2}{n}} = \pm 0{,}0017$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta\lambda\%)^2}{n}} = \pm 2{,}00\%$$

i prosječno odstupanje

$$\frac{\Sigma(\Delta\lambda)}{n} = 0{,}0013$$

$$\frac{\Sigma(\Delta\lambda\%)}{n} = 1{,}41\%$$

ZAKLJUČAK

Formula (4) — kojoj se forma bazira na principima dimenzionalne analize o dimenzionalnim strukturama fizikalnih zakonitosti — dobro iskazuje vrijednosti Darcyevog koeficijenta λ za otvorene tokove u pravokutnim profilima pri razvijenom turbulentnom toku, što pokazuje spomenuta analiza odstupanja.

LITERATURA

[1] Agroskin, Dmitrijev, Pikalov: Hidraulika, tehnička knjiga, Zagreb, 1973.

[2] Mišić, R.: Prijedlog za jednu dimenzionalno prikladnu formulu za koeficijent gubitka tlaka pri razvijenom turbulentnom toku u cijevima s umjetno ohrapavljenim stijenkama, Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz A Svezak br. 27, Zagreb, 1981.

REZIME

Na osnovu principa dimenzionalne analize o dimenzionalnim strukturama fizikalnih zakonitosti, te određenog pristupa u analizi i obradi Zegdžaovih dijagrama, postavljena je formula za određivanje Darcyevog koeficijenta za turbulentne tokove u pravokutnim profilima korita. Analiza odstupanja računatih vrijednosti λ od stvarnih vrijednosti ukazuje na mogućnosti njezine aplikativnosti.

ABSTRACT

The dimensional analysis principle of dimensional structures of physical rules and a specific approach to analysis and elaboration of Zeghza's diagrams have been the basis for obtaining the formula for determining the Darcy's coefficient for turbulent flows in rectangular profile channel beds. The analysis of differences between calculated values λ and the real values points to the possibility of its application.

Primljeno: 1985-01-12