

UDK 522.73  
Pregledni rad

## O KOORDINATNIM SUSTAVIMA I TRANSFORMACIJAMA KOORDINATA U POSTUPKU REDUKCIJE SNIMKA NEBA

Izidor PALMAN — Krk\*

### 1. UVOD

U [1] detaljno obrađeni postupci snimanja satelita balističkim kamerama, iziskuju još i detaljnu obradu postupka redukcije istih snimaka. Naime, treba ispitati dali se balističke kamere osim za snimanje satelita i određivanje trajektorija balističkih projektila mogu koristiti još i u druge svrhe, kao na pr. za izradu zvjezdanih kataloga. Bez obzira da li se radi o snimku satelita ili samo o snimku neba, postupak ostaje isti, s time, što je za točku satelita nužno uvesti još dodatnu korekturu za refrakciju točke satelita i faznu korekturu. Ovdje će biti obrađeni koordinatni sustavi i transformacije koordinata koje dolaze u obzir kod redukcije snimaka neba učinjenih balističkim kamerama.

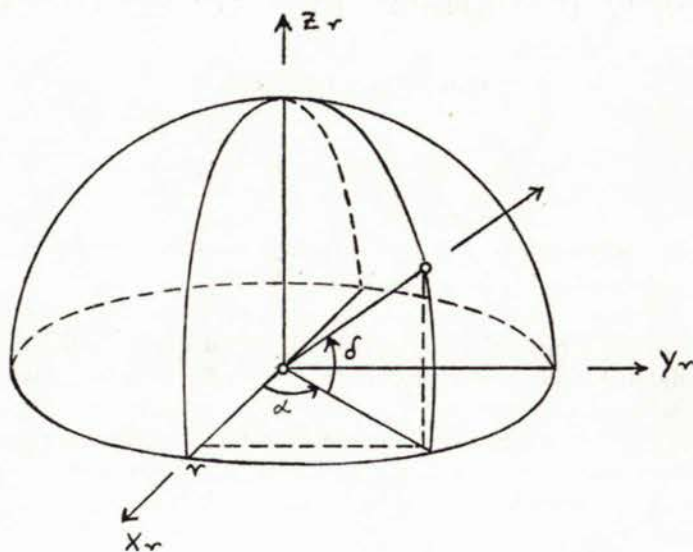
### 2. OPĆENITO

Budući da se orijentacija snimka neba vrši posredstvom poznatih zvijezda stajačica, koje za ovu svrhu služe kao orijentacione točke, to je onda nužno za orijentaciju uvesti jedan prostorni koordinatni sustav koji odgovara zvijezdanim koordinatnom sustavu. Taj sustav mora dakle biti definiran ravninom nebeskog ekvatora i točkom nebeskog pola. XY-ravnina tog koordinatnog sustava leži u ravnini ekvatora, a njegova Z os prolazi točkom nebeskog pola. Uzmemo li da to bude desni koordinatni sustav, onda je time definiran i relativan položaj njegovih osi X i Y. Orijehtacija ovog koordinatnog sustava zavisi od kamere koja se primjenjuje. Kod jedne pokretne kamere sa satnim mehanizmom, kao na pr. kamera BMK 75, os snimanja ostaje u prostoru nepromjenjena za vrijeme cijelog snimanja, dok joj se smjer u odnosu na ravninu mjesnog meridijana mjenja. Kod nepokretne kamere, kao na pr. IGN i BC-4 slučaj je obrnut, smjer osi snimanja ostaje nepromjenjen u odnosu na ravninu mjesnog meridijana.

\* Adresa autora: Izidor Palman, dipl. inž., Kvarnerska bb, Krk.

### 3. PROSTORNI KOORDINATNI SUSTAV ZA POKRETNU KAMERU

Kod pokretne kamere koordinata rektascenzije osi snimanja ostaje nepromjenjena i radi toga se za orijentaciju ovog sustava koristi proljetna točka. Os X ovog sustava prolazi dakle proljetnom točkom, a os Y stoji na nju okomito i usmjerena je tako da bude udovoljen uvjet desnog koordinatnog sustava (sl. 1).



Sl. 1

Radi njegove orijentacije prema proljetnoj točki koordinate ovog sustava označujemo sa  $X_r$ ,  $Y_r$ ,  $Z_r$ .

### 4. PROSTORNI KOORDINATNI SUSTAV ZA NEPOKRETNU KAMERU

Kod nepokretne kamere satni kut osi snimanja ostaje nepromjenjen, pa prema tome os X ovog sustava treba ležati u presjeku ravnine mjesnog meridijana i ravnine nebeskog ekvatora. Da bi se dobio jedan jedinstveni koordinatni sustav, zaključeno je 1968. god. u Kopenhagenu da se za orijentaciju ovog sustava koristi ravnina meridijana u Greenwichu. Iz toga slijedi da se satni kut odnosi na meridijan u Greenwichu i računa se od  $0^\circ$ — $360^\circ$  u istom smjeru kao i rektascenzija odn. suprotno prividnom dnevnom gibanju nebeske sfere (sl. 2).

Radi njegove orijentacije u meridijanu Greenwichu koordinate ovog sustava označujemo sa  $X_G$ ,  $Y_G$ ,  $Z_G$ . Prelaz iz koordinatnog sustava  $X_r$ ,  $Y_r$ ,  $Z_r$  u koordinatni sustav  $X_G$ ,  $Y_G$ ,  $Z_G$  i obratno, moguće je posredstvom kuta  $S_0$ , a koji kut predstavlja zvijezdano vrijeme u Greenwichu za moment opažanja.



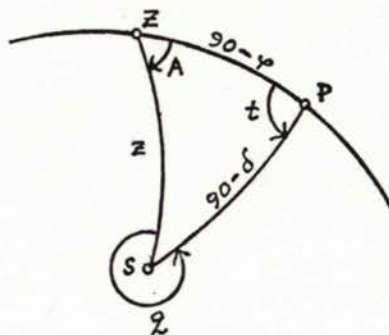


tako orijentiran da njegova X os leži u presjeku ravnine horizonta i ravnine mjesnog meridijana i da je usmjerena prema sjeveru, a Y os toga sustava leži u ravnini prvog vertikala i usmjerena je prema istoku. Za razliku od navedenih zvjezdanih koordinatnih sustava, ovo je jedan lijevi prostorni koordinatni sustav (sl. 3).

Koordinate ovog sustava označujemo sa  $X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$ . Razlikuje se od astronomskog sustava horizonta, što se u ovom sustavu azimuti računaju od smjera sjevera. Prelaz od koordinatnog sustava horizonta na zvjezdani koordinatni sustav i obrnuto moguće je pomoću sfernog nautičkog trokuta.

## 6. SFERNI NAUČKI TROKUT.

Sl. 4. prikazuje jedan sferni nautički trokut gledan izvan nebeske sfere. Točka P predstavlja nebeski pol, točka Z zenit stajališta, a točka S probodište osi snimanja sa nebeskom sferom. Daljnje oznake su vidljive iz sl. 4.



Sl. 4

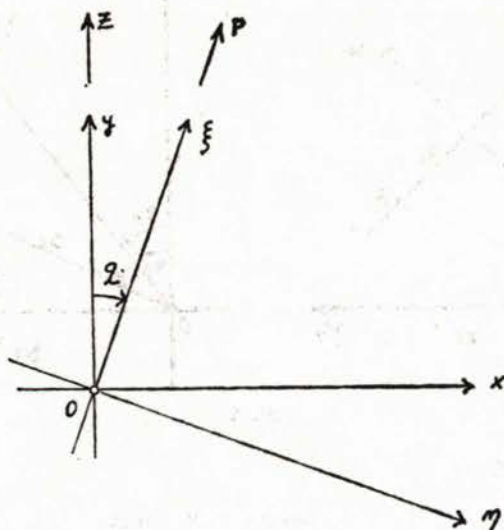
U sfernom nautičkom trokutu na sl. 4. vrijedi:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin \varphi \cos z + \cos \varphi \sin z \cos A, \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \\ \sin t &= \frac{\sin z \sin A}{\cos \delta}, \\ \sin q &= -\frac{\cos \varphi \sin A}{\cos \delta} = -\frac{\cos \varphi \sin t}{\sin z}, \\ \cos q &= \frac{\sin \varphi - \cos z \sin \delta}{\sin z \cos \delta}. \end{aligned} \quad (1)$$

## 7. KOORDINATNI SUSTAV SNIMKA.

Ishodište koordinatnog sustava snimka leži u srednjoj točki snimka, koja je definirana presjekom spojnica suprotno ležećih rubnih marki snimka. Za

snimke učinjene nepokretnom kamerom vrijedi  $x, y$  koordinatni sustav, čija je os  $y$  usmjerena prema točki zenita, dok za snimke učinjene sa pokretnom kamerom vrijedi  $\xi, \eta$  koordinatni sustav, čija je  $\xi$  os usmjerena prema točki nebeskog pola (sl. 5).



Sl. 5

Transformacija koordinata jednog sustava u drugi vrši se pomoću kuta  $q$ , a koji odgovara paralaktičkom kutu sfernog nautičkog trokuta, pa je prema sl. 5:

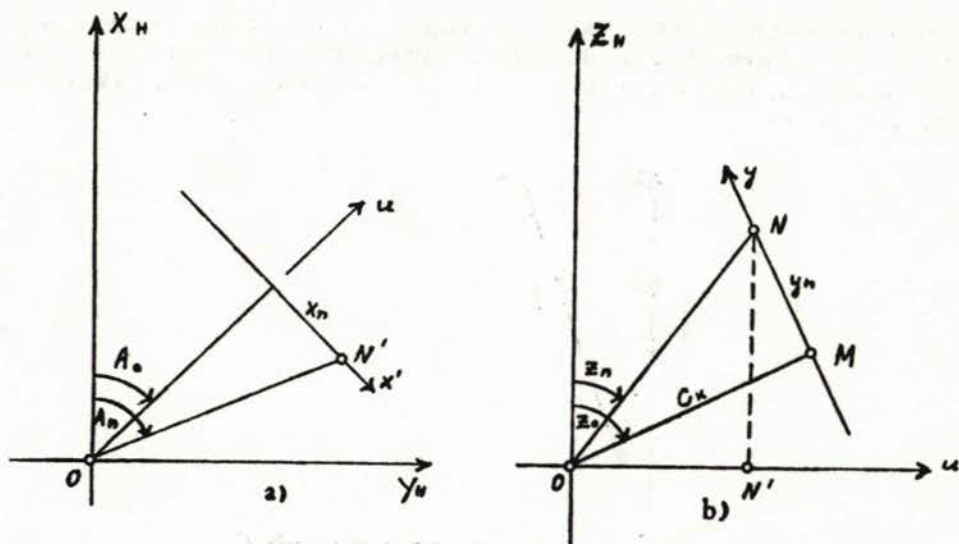
$$\begin{aligned}\eta &= x \cos q - y \sin q, \\ \xi &= x \sin q + y \cos q.\end{aligned}\quad (2)$$

#### 8. TRANSFORMACIJA SLIKOVNIH KOORDINATA $x, y$ U PROSTORNE KOORDINATE $X_H, Y_H, Z_H$ I OBRATNO.

Neka je na sl. 6 točka  $M$  srednja točka snimka, a točka  $N$  neka po volji odabrana točka sa koordinatama  $x_0$  i  $y_0$ . Točka  $N'$  je projekcija točke  $N$  u ravninu horizonta, a udaljenost  $C_K$  točke  $M$  od ishodišta koordinatnog sustava predstavlja konstantu kamere. Horizontske koordinate srednje točke snimka jesu  $A_0$  i  $z_0$ , a točke  $N$  neka su  $A_n$  i  $z_n$ . Zraka  $u$  na sl. 6a predstavlja projekciju osi snimanja u ravnini  $X_H, Y_H$ ; a zraka  $x'$  predstavlja projekciju paralele sa osi  $x$  snimka, a koja prolazi točkom  $N$ .

Označimo li cosinuse smjera točke  $N$  sa  $\cos \alpha_n$ ,  $\cos \beta_n$  i  $\cos \gamma_n$ , onda je:

$$\begin{aligned}\cos \alpha_n &= \cos A_n \sin z_n, \\ \cos \beta_n &= \sin A_n \sin z_n, \\ \cos \gamma_n &= \cos z_n.\end{aligned}\quad (3)$$



Sl. 6

Dalje je iz sl. 6:

$$\begin{aligned} X_n &= u_n \cos A_0 - x_n \sin A_0, \\ Y_n &= u_n \sin A_0 + x_n \cos A_0, \\ Z_n &= C_k \cos z_0 + y_n \sin z_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Uvrstimo li u izraze (4) vrijednost za  $u_n$

$$u_n = C_k \sin z_0 - y_n \cos z_0$$

onda dobijemo

$$\begin{aligned} X_n &= -x_n \sin A_0 - y_n \cos A_0 \cos z_0 + C_k \cos A_0 \sin z_0, \\ Y_n &= x_n \cos A_0 - y_n \sin A_0 \cos z_0 + C_k \sin A_0 \sin z_0, \\ Z_n &= y_n \sin z_0 + C_k \cos z_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Dalje uvedimo slijedeće oznake

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\sin A_0, \\ \alpha_2 &= -\cos A_0 \cos z_0, \\ \alpha_3 &= \cos A_0 \sin z_0, \\ \beta_1 &= \cos A_0, \\ \beta_2 &= -\sin A_0 \cos z_0, \\ \beta_3 &= \sin A_0 \sin z_0, \\ \gamma_1 &= 0, \\ \gamma_2 &= \sin z_0, \\ \gamma_3 &= \cos z_0, \end{aligned} \quad (6)$$

Udaljenost točke N od ishodišta koordinatnog sustava jest:



$$p_n = \frac{C_k}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n} \quad (7)$$

gdje nazivnik predstavlja vrijednost cosinusa prostornog kuta kojega tvore zra-ka ka točki N i os snimanja.

Prostorne koordinate (5) točke N mogu se pomoću izraza (6) pisati:

$$\begin{aligned} X_n &= x_n \alpha_1 + y_n \alpha_2 + C_k \alpha_3, \\ Y_n &= x_n \beta_1 + y_n \beta_2 + C_k \beta_3, \\ Z_n &= x_n \gamma_1 + y_n \gamma_2 + C_k \gamma_3, \end{aligned} \quad (8)$$

ili pomoću udaljenosti  $p_n$  i cosinusa smjera:

$$\begin{aligned} X_n &= p_n \cos \alpha_n, \\ Y_n &= p_n \cos \beta_n, \\ Z_n &= p_n \cos \gamma_n. \end{aligned} \quad (9)$$

Slikovne koordinate točke N iz (8) jesu:

$$\begin{aligned} x_n &= X_n \alpha_1 + Y_n \beta_1 + Z_n \gamma_1, \\ y_n &= X_n \alpha_2 + Y_n \beta_2 + Z_n \gamma_2 \end{aligned} \quad (10)$$

ili sa (7) i (9):

$$\begin{aligned} x_n &= C_k \frac{\alpha_1 \cos \alpha_n + \beta_1 \cos \beta_n + \gamma_1 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n}, \\ y_n &= C_k \frac{\alpha_2 \cos \alpha_n + \beta_2 \cos \beta_n + \gamma_2 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n}. \end{aligned} \quad (11)$$

## 9. TRANSFORMACIJA SLIKOVNIH KOORDINATA $\xi$ , $\eta$ U PROSTORNE KOORDINATE $X_r$ , $Y_r$ , $Z_r$ I OBRATNO.

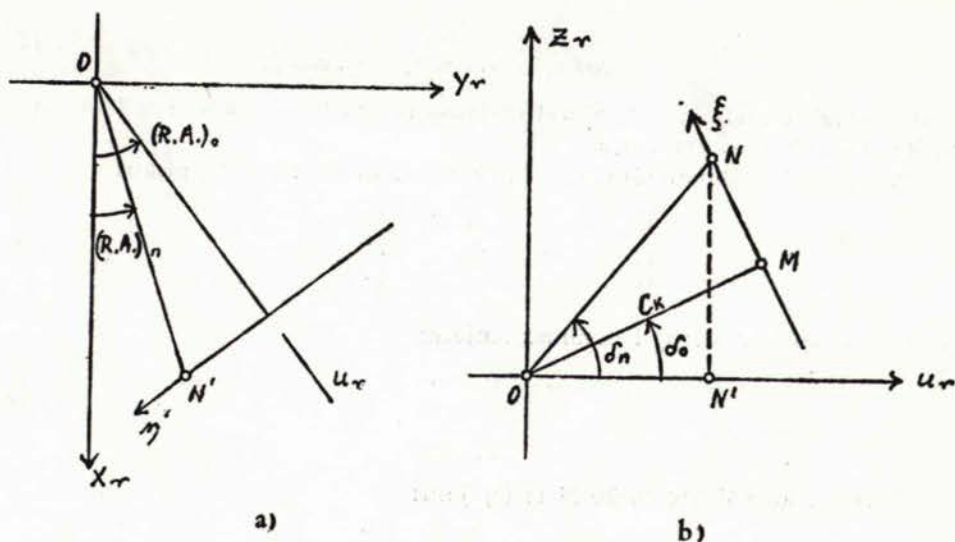
Neka na asl. 7a os  $u_r$  predstavlja projekciju osi snimanja u ravnini nebeskog ekvatora, a os  $\eta'$  neka je projekcija paralele sa osi  $\eta$  kroz, po volji odabranu, točku N. Sl. 7b predstavlja projekciju točke N u ravnini  $u_r$ ,  $Z_r$ , pa je ravnina snimka predstavljena jednim svojim tragom, koji je identičan sa osi  $\xi$ . Da bi se isključila svaka zabuna sa cosinusima smjera označiti ćemo koordinatu rektascenzije, kao u zvijezdanim katalogima, sa R. A.

Uvedimo najprije cosinuse smjera po volji odabrane točke N. Oni jesu:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_n &= \cos (R.A.)_n \cos \delta_n, \\ \cos \beta_n &= \sin (R.A.)_n \cos \delta_n, \\ \cos \gamma_n &= \sin \delta_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Prostorne koordinate točke N prema sl. 7 jesu:

$$\begin{aligned} X_n &= u_n \cos (R.A.)_0 + \eta_n \sin (R.A.)_0, \\ Y_n &= u_n \sin (R.A.)_0 - \eta_n \cos (R.A.)_0, \\ Z_n &= C_k \sin \delta_0 + \xi_n \cos \delta_0, \end{aligned} \quad (13)$$



Sl. 7

gdje je:

$$u_n = C_k \cos \delta_0 - \xi_n \sin \delta_0. \quad (14)$$

Uvrstimo li izraz (14) u (13) dobijemo:

$$\begin{aligned} X_n &= \eta_n \sin (R.A.)_0 - \xi_n \cos (R.A.)_0 \sin \delta_0 + C_k \cos (R.A.)_0 \cos \delta_0, \\ Y_n &= -\eta_n \cos (R.A.)_0 - \xi_n \sin (R.A.)_0 \sin \delta_0 + C_k \sin (R.A.)_0 \cos \delta_0, \\ Z_n &= \xi_n \cos \delta_0 + C_k \sin \delta_0, \end{aligned} \quad (15)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} X_n &= \eta_n \alpha_1 + \xi_n \alpha_2 + C_k \alpha_3, \\ Y_n &= \eta_n \beta_1 + \xi_n \beta_2 + C_k \beta_3, \\ Z_n &= \eta_n \gamma_1 + \xi_n \gamma_2 + C_k \gamma_3, \end{aligned} \quad (16)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sin (R.A.)_0, \\ \alpha_2 &= -\cos (R.A.)_0 \sin \delta_0, \\ \alpha_3 &= \cos (R.A.)_0 \cos \delta_0, \\ \beta_1 &= -\cos (R.A.)_0, \\ \beta_2 &= -\sin (R.A.)_0 \sin \delta_0, \\ \beta_3 &= \sin (R.A.)_0 \cos \delta_0, \\ \gamma_1 &= 0, \\ \gamma_2 &= \cos \delta_0, \\ \gamma_3 &= \sin \delta_0. \end{aligned} \quad (17)$$



Slikovne koordinate iz (16) dobivamo:

$$\begin{aligned}\eta_n &= X_n \alpha_1 + Y_n \beta_1 + Z_n \gamma_1, \\ \xi_n &= X_n \alpha_2 + Y_n \beta_2 + Z_n \gamma_2,\end{aligned}\quad (18)$$

ili posredstvom prostornog parametra kao u (11) slijedi:

$$\begin{aligned}\eta_n &= C_k \frac{\alpha_1 \cos \alpha_n + \beta_1 \cos \beta_n + \gamma_1 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n}, \\ \xi_n &= C_k \frac{\alpha_2 \cos \alpha_n + \beta_2 \cos \beta_n + \gamma_2 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n}.\end{aligned}\quad (19)$$

Nakon izvršene orijentacije snimka za koordinate novih točaka vrijedi:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} (\text{R.A.})_n &= \frac{Y_{rn}}{X_{rn}}, \\ \operatorname{tg} \delta_n &= \frac{Z_{rn}}{\sqrt{X_{rn}^2 + Y_{rn}^2}} = \frac{Z_{rn} \cos (\text{R.A.})_n}{X_{rn}} = \frac{Z_{rn} \sin (\text{R.A.})_n}{Y_{rn}},\end{aligned}\quad (20)$$

gdje su  $X_{rn}$ ,  $Y_{rn}$  i  $Z_{rn}$  prostorne koordinate točke određene prema (16).

#### 10. TRANSFORMACIJA SLIKOVNIH KOORDINATA $x$ , $y$ U PROSTORNE KOORDINATE $X_G$ , $Y_G$ , $Z_G$ I OBRATNO

Na isti način kao i u ranijim transformacijama biti će transformirane slikovne koordinate  $x$  i  $y$  u prostorne koordinate  $X_G$ ,  $Y_G$ ,  $Z_G$  s time, da će umjesto koordinate rektascenzije biti uveden satni kut za meridijan u Greenwichu, koji označujemo sa  $t_0$ . Prethodno je, naime, potrebno izvršiti prema (2) transformaciju u ravnini snimka.

Analogno (16) biti će:

$$\begin{aligned}X_n &= x_n \alpha_1 + y_n \alpha_2 + C_k \alpha_3, \\ Y_n &= x_n \beta_1 + y_n \beta_2 + C_k \beta_3, \\ Z_n &= x_n \gamma_1 + y_n \gamma_2 + C_k \gamma_3,\end{aligned}\quad (21)$$

a slikovne koordinate onda jesu:

$$\begin{aligned}x_n &= C_k \frac{\alpha_1 \cos \alpha_n + \beta_1 \cos \beta_n + \gamma_1 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n}, \\ y_n &= C_k \frac{\alpha_2 \cos \alpha_n + \beta_2 \cos \beta_n + \gamma_2 \cos \gamma_n}{\alpha_3 \cos \alpha_n + \beta_3 \cos \beta_n + \gamma_3 \cos \gamma_n},\end{aligned}\quad (22)$$

gdje je:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \sin t_0 \cos q - \cos t_0 \sin \delta_0 \sin q, \\ \alpha_2 &= -\sin t_0 \sin q - \cos t_0 \sin \delta_0 \cos q, \\ \alpha_3 &= \cos t_0 \cos \delta_0,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= -\cos t_0 \cos q - \sin t_0 \sin \delta_0 \sin q, \\
 \beta_2 &= \cos t_0 \sin q - \sin t_0 \sin \delta_0 \cos q, \\
 \beta_3 &= \sin t_0 \cos \delta_0, \\
 \gamma_1 &= \cos \delta_0 \sin q, \\
 \gamma_2 &= \cos \delta_0 \cos q, \\
 \gamma_3 &= \sin \delta_0,
 \end{aligned} \tag{23}$$

a cosinusi smjera po volji odaabrane točke N jesu:

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha_n &= \cos t_n \cos \delta_n, \\
 \cos \beta_n &= \sin t_n \cos \delta_n, \\
 \cos \gamma_n &= \sin \delta_n,
 \end{aligned} \tag{24}$$

Nakon izvršene orijentacije snimka za koordinate novih točaka vrijedi:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} t_n &= \frac{Y_{G_n}}{X_{G_n}}, \\
 \operatorname{tg} \delta_n &= \frac{Z_{G_n}}{\sqrt{X_{G_n}^2 + Y_{G_n}^2}} = \frac{Z_{G_n} \cos t_n}{X_{G_n}} = \frac{Z_{G_n} \sin t_n}{Y_{G_n}},
 \end{aligned} \tag{25}$$

gdje su  $X_{G_n}$ ,  $Y_{G_n}$  i  $Z_{G_n}$  prostorne koordinate nove točke određene prema (21).

Ove transformacije koordinata čine osnovu za postupke orijentacije snimka neba, koji su u stručnoj literaturi poznati pod imenom fotogrametrijski postupci [3]. Osim ovih postupaka koriste se još i astrometrijski postupci [3], Lon-Turner i Short-Turner [2], kojima je za osnovu uzeta transformacija koordinata izvedena iz perspektivnog preslikavanja.

## 11. TRANSFORMACIJA SLIKOVNIH KOORDINATA $x, y$ U TANGENCIJALNE KOORDINATE $\xi, \eta$ .

Zavisnost između mjerenih slikovnih koordinata i ekvatorskih koordinata zvijezda postiže se posredstvom tangencijalnih koordinata  $\xi$  i  $\eta$ , a za koje prema gnomonskoj projekciji vrijedi:

$$\begin{aligned}
 \xi &= C_k \frac{\cos \delta \sin (\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)}, \\
 \eta &= C_k \frac{\sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)},
 \end{aligned} \tag{26}$$

a transformacija koordinata prema pravilima perspektivnog preslikavanja data je:

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{Ax + By + C}{Gx + Hy + I}, \\
 \eta &= \frac{Dx + Ey + F}{Gx + Hy + I}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Iz izraza (26) i (27) se vidi, da je za astrometrijski postupak nužno poznavati egzaktnu vrijednost ekvatorskih koordinata glavne točke snimka. No to redovito nije slučaj, pa je ovaj postupak nužno provodati iterativno.

#### LITERATURA

- [1] Braum, F.: Fotogrametrijsko snimanje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1973.
- [2] Mimus, M.: Untersuchungen zur Plattenreduktion von Sternaufnahmen, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften Reihe C, Heft Nr. 169, München 1971.
- [3] Seeber, G.: Über das stochastische Verhalten von photographisch bestimmten Stern- und Satellitenkoordinaten, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften Reihe C, Heft Nr. 178, München 1972.

#### SAŽETAK

Ovdje su prikazani koordinatni sustavi i transformacije slikovnih koordinata u prostorne koordinate i obrnuto. Osim toga izražene su slikovne koordinate kao funkcije orijentacionih elemenata snimka, a koji služe u daljem postupku orijentacije.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Hier wurden die Koordinatensysteme dargestellt, eben so die Transformationen der Bildkoordinaten in räumliche Koordinaten und umgekehrt. Außerdem sind die Bildkoordinaten als Funktionen der Orientierungselemente der Aufnahme ausgedrückt, die in weiteren Verlauf dem Orientierungsverfahren dienen.

Primljeno: 1984-01-30