UDK 528.14
Stručni rad

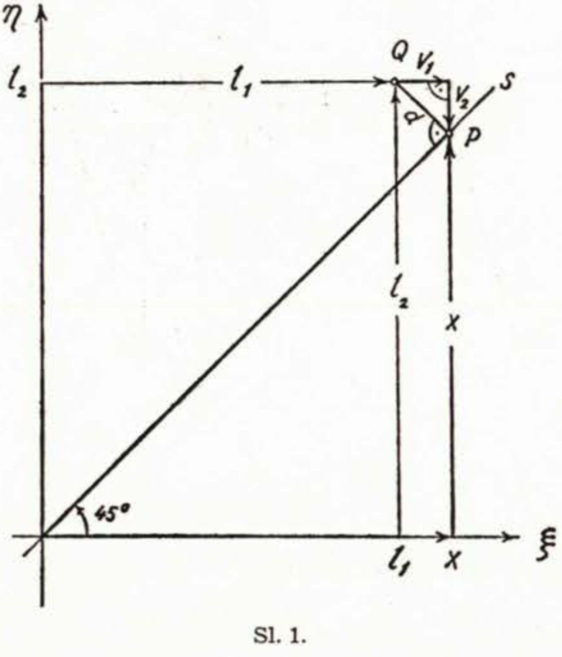
GEOMETRIJSKA INTERPRETACIJA GAUSSOVA PRINCIPA IZJEDNAČENJA — SUMA KVADRATA POPRAVAKA MORA BITI MINIMUM*

Franjo BRAUM — Zagreb**

Uzmimo da postoje samo dva (direktna) mjerenja l_1 i l_2 od tražene veličine x:

$$x = l_1 + v_1 = l_2 + v_2 \tag{1}$$

i shvatimo mjerenja l_1 i l_2 kao pravokutne koordinate točke Q (sl. 1). Kako bi oba mjerenja l_1 i l_2 trebala dati istu veličinu x, to bi se točka Q zapravo morala



Sl. 1.

* Prema: R. Hugershoff, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Institut für Vermessungskunde und Photogrammetrie an der Technischen Hochschule Dresden, 1940, str. 16—17.

** Adresa autora: Prof. dr Franjo Braum, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26.

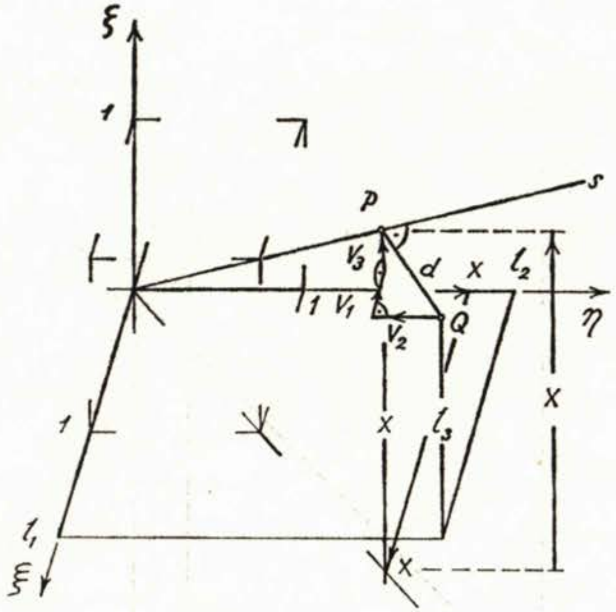
nalaziti na simetrali s kuta kojeg zatvaraju osi η i ξ, tj. na pravcu čiji je koeficijent smjera $1 = \text{tg } 45°$, pa ju popravke v_1 i v_2 trebaju dovesti na taj pravac.

Najvjerojatnije rješenje predstavljat će ona točka P na simetrali s koja je najbliže točki Q definiranoj mjerenjima l_1 i l_2, čime će udaljenost d točke mjerenja Q od pravca s ispravnih rješenja biti minimalna:

$$d^2 = v_1^2 + v_2^2 = \text{minimum} \quad (2).$$

Ako za x postoje tri mjerenja l_1, l_2, l_3, to se rješenje treba nalaziti na dijagonali kocke čiji bridovi padaju u osi ξ, η, ζ prostornog pravokutnog koordinatnog sistema (sl. 2), i to najvjerojatnije na onom mjestu P koje je najbliže prostorno definiranoj točki Q određenoj mjerenjima l_1, l_2, l_3, pa važi

$$d^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \text{minimum} \quad (3).$$



Sl. 2.

Poopćenjem ovakvog rezoniranja dolazimo do principa: najvjerojatnija vrijednost x je ona za koju je suma kvadrata popravaka minimalna.

LITERATURA:

[1] Hugershoff, R.: Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, Institut für Vermessungskunde und Photogrammetrie an der Technischen Hochschule Dresden, 1940, str. 16—17.

SAŽETAK

Autor prikazuje Hugershoffovo geometrijsko opravdanje Gaussove »Metode najmanjih kvadrata« ilustriravši i slučaj trostrukog mjerenja.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser stellt die Hugershoffsche geometrische Gerechtfertigung der Gausschen »Methode der kleinsten Quadrate« dar, und illustriert auch den Fall der dreifachen Messung.