UDK 528.33:528.14
Originalni znanstveni rad

OSVRT NA »JEDNU METODU IZRAVNANJA SLOBODNE TRIANGULACIONE MREŽE«

Dejan KOVAČEVIĆ — Beograd*

UVOD

U Geodetskom listu br. 4—6, 1983. objavljen je rad pod naslovom »Jedna metoda izravnanja slobodne triangulacione mreže« prof. dr Smaila Pašalića (Vidi [9]). U navedenom članku autor je na više mesta notirao određene »pogreške« i »nejasnoće« u mom radu »Prilog istraživanja praktične primene unutarnje teorije grešaka kod izravnavanja slobodnih geodetskih mreža« objavljenom na Savjetovanju o naučno istraživačkom radu i obrazovanju kadrova u geodetskoj struci (strane 181—188) održanom u Jajcu 1979. god. U daljem tekstu kroz uporednu analizu oba rada i dodatna objašnjenja utvrdit će se činjenice na osnovu kojih će se izvući odgovarajući zaključci.

Pri svakoj pojedinačnoj analizi prvo će se dati citati iz članka prof. dr S. Pašalića vezani za konkretan stav i stranu sa odgovorom i primedbom.

ANALIZA BR. 1

Prof. dr S. Pašalić, stav 1, strana 69: »Pri izravnanju slobodnih triangulacionih mreža (bez obzira jesu li to mreže u kojima su mjereni samo uglovi, samo dužine ili i uglovi i dužine) imamo tri stepena slobode, te možemo *po želji birati tri elementa za orijentaciju* (tri koordinate, dvije kordinate i jedan direkcioni ugao itd)«.

Prof. dr. S. Pašalić, stav 2, strana 69: »Pogrešno je uvoditi različite stepene slobode u triangulacione mreže kao što to čini dr. Kovačević u radu [3]. Naime on tvrdi da čisto traingulacione mreže imaju 4 stepena slobode, trilateracione 3, a konbinovane 2, što je netačno i stvara zbrku kod čitaoca«.

Primedba: S obzirom da se radi o elementarnom znanju, primedba mora odatle i da krene.

U osnovnoj definiciji geodetskih mreža pojavljuju se:

— date veličine

— tražene veličine i

— merene veličine.

* Adresa autora: Doc. dr Dejan Kovačević, ENERGOPROJEKT, Beograd, Lenjinov bulevar 12.

Date veličine u slobodnim mrežama su parametri koji definišu koordinatni sistem. Nepoznati broj parametara koji definiše koordinatni sistem čine defekt slobodne mreže. U tabeli br. 1 su prikazane razne mreže sa parametrima koji definišu koordinatni sistem u njima.

Tabela br. 1

Tip mreže	Defekt d	Parametri koji definišu koordinatni sistem
Prostorne trodimenzionalne mreže (X, Y, Z)	7	3 translacije (položaj) 3 rotacije (orijentacije) 1 razmera
Ravanska mreža (X, Y) a) mereni pravci	4	2 translacije (položaj) 1 rotacija (orijentacija) 1 razmera
b) merene dužine	3	2 translacije (položaj) 1 rotacija (orijentacija)
c) — mereni pravci — merene dužine	3	2 translacije (položaj) 1 rotacija (orijentacija)
d) — mereni pravci — merene dužine — mereni azimuti	2	2 translacije (položaj)
Visinska mreža (Z)	1	1 translacija (visina)

Svakako da kombinacije merenih elemenata mogu biti različite (u tabeli su dati najčešći slučajevi), ali potpuno je jasno da bez navedenih parametara koordinatni sistem nije definisan.

Na osnovu izloženog proizvoljan je i pogrešan stav prof. dr S. Pašalića da se »po želji biraju tri elementa za orijentaciju mreže«, jer se radi o definisanju koordinatnog sistema čiji je samo jedan parametar orjentacija mreže (ravan X, Y).

ANALIZA BR. 2

Prof. dr S. Pašalić, stav 3, strana 69: »Treba odmah reći da ono što je bitno u jednoj slobodnoj mreži izborom elemenata orijentacije ili izborom metode (Standardna, Mittermayerova ili u ovom radu prikazana) ne mijenja se a to su izravnati elementi mreže (uglovi, dužine itd.), srednje greške ovih elemenata i sve iz njih izvedene veličine«.

Primedba: U radu [5] upravo je i potencirano da su od izbora parametara koordinatnog sistema — odnosno otklanjanja defekta mreže upravo nezavisni — invarijantni elementi koje prof. dr S. Pašalić navodi (dužine, uglovi) a da su zavisni — varijantni vektor rešenja dX, korelaciona matrica Q_x nepoznatih, a time i srednje greške i elipse grešaka izravnatih koordinata.

Svrha primene unutarnje teorije grešaka kod izravnanja slobodnih mreža je baš u tome da bi se i ova zavisnost izbegla a time i svaka proizvoljnost u odabiranju parametara koordinatnog sistema.

Matematički to se postiže uvođenjem uz opšti uslov teorije najmanjih kvadrata

$V^T Q^{-1} V = \text{minimum}$

još dva uslova:

$dX^T dX = \text{minimum}$

trag $Q_x = \text{minimum}$.

Jasno je da se primenom unutarnje teorije grešaka automatski definišu parametri koordinatnog sistema, pa je stav prof. dr S. Pašalića proizvoljan i pogrešan, jer invarijantni elementi (greške izravnatih uglova i dužina) i dalje ostaju nezavisni, a u ostalim elementima izravnanja (popravke koordinata i srednja greška tačaka itd.) su otklonjene sve mogućnosti proizvoljnosti izbora parametara koordinatnog sistema.

ANALIZA BR. 3

Prof. dr S. Pašalić, stav 5, podstav 4, strana 69: »Rad Mittermayera [1] je zaista korektno prikazan te na primeru od 57 nepoznatih testiran, tako da nema mesta tvrdnji dr. Kovačevića (u radu [3]), da je primenjena Mittermayerova metoda na mreže veće od 10 tačaka (20 nepoznatih) neupotrebljiva (vjerovatno se tu radilo o neadekvatnom odabiranju zavisnih jednačina ili je bila u pitanju neka omaška u programiranju zadataka«.

Primedba: U citiranom radu Mittermayera [7] dat je postupni primer računanja korelacione matrice Q za matricu normalnih jednačina N sa svega 3 nepoznate, a navedeni su primeri izravnanja trodimenzionalne mreže od 19 tačaka i trilateracione mreže od 14 tačaka.

Pretpostavka prof. dr S. Pašalića o omašci pri programiranju je apsurdna jer je program potvrđen kroz testiranje manjih mreža.

Odabiranje zavisnih vrsta matrica velikih dimenzija je ogroman matematički proces pa ga ni Mittermayer nije predlagao već je proces uprostio brisanjem bilo kojih kolona ili vrsta matrice NN. (Broj kolona ili vrsta koje se brišu jednak je defektu mreže.)

Prof. dr S. Pašalić u svom radu ne navodi da li je to on praktično probao, pa je ocenu o mogućnosti odnosno nemogućnosti doneo bez vlastite potvrde.

Do sličnih zaključaka, o nemogućnosti primene Mittermayerovog rešenja kod većih mreža, došlo je više autora [1], [2], [4] itd.

ANALIZA BR. 4

Prof. dr S. Pašalić, stav 6, strana 69, 70: »Međutim, autor ovog rada (misli se na prof. dr S. Pašalića) zamjera Mittermayerovoj metodi i drugim iz nje izvedenim metodama, druge dvije stvari:

1. Neuporedivo je složenija i teža za numeričku obradu od standardne metode. Tako se, pored ostalog, moraju pronalaziti za visine normalne jednačine, što nije baš lak posao, pa računati korelaciona matrica računatih itd. . . .

2. Metoda ne daje u odnosu na što su srednje greške koordinata baš takve i tolike. Nije odgovor ako se kaže to su relativne greške jer i relativnost mora biti nekako definisana . . .«.

Primedba: Kako je poznato u svetskoj i našoj literaturi ne postoje metode izvedene iz Mittermayerove, već postoje metode koje daju isti rezultat kao Mittermayerova, a jednu od njih sam upravo primenio kod praktične primene izravnanja slobodnih mreža.

U radu [12] Wolf je dokazao identičnost rešenja Helmerta i Mittermayera, u radu [11] Welsch dokazuje identičnost rešenja Mittermayera (pseudo-inverse) Meisla i Helmerta, a u radu [8] Perović takođe dokazuje identičnost rešenja Mittermayera, Helmerta, metode Lagranžovih multiplikatora i metode ortogonalnih dopuna. Rešenja kod svih metoda su potpuno identična ali je matematički postupak različit, a u radu [5] dat je samo jedan celishodan postupak kod koga nema nikakvih problema u njegovoj praktičnoj primeni.

Iako mu »zamjera« za »dvije stvari« prof. Mittermayer će biti »zahvalan« za te »izvedene« metode a izmišljene od prof. dr S. Pašalića.

Prof. dr S. Pašalić u navedenoj (tačci 1) meša Mittermayera i »standardnu metodu« (valjda pod tim terminološki podrazumeva klasična izravnanja po metodi najmanjih kvadrata). Iz samog naslova članka Mittermayera (A generalization of the least squares method for the adjustment of free network — Uopštavanje metode najmanjih kvadrata kod izravnanja slobodnih mreža) vidi se proširenje klasičnog izravnanja metodom najmanjih kvadrata uslovima:

$$dX^T dX = \text{minimum}$$

$$\text{trag } Q_x = \text{minimum}$$

što automatski i proširuje proces računanja.

Da je prof. dr S. Pašalić proučio literaturu koja razmatra ovu problematiku, a koja je dobrim delom data u članku [5] verovatno da bi i sam došao do zaključka da ovde nema mesta nikakvim »zamerkama«.

U radovima Meissl [6], Ashkenazy [1], Welsch [11], Shimit [10] dokazuju da izravnanje slobodnih mreža primenom unutarnje teorije grešaka ima jasno geometrijsko značenje koje se može ukratko izraziti sledećim:

— Zadržava se nepromenjeno težište uzetih približnih koordinata tačaka mreže, odnosno:

$$\sum d\bar{x}_i = \sum d\bar{y}_i = 0$$

illi

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} (-y_i x_i + x_i y_i) = 0$$

što su poznati uslovi Helmertove transformacije, koji pokazuju da je težište mreže sračunato preko približnih koordinata zadržalo iste vrednosti sračunate preko izravnatih koordinata. Veličine grešaka koordinata tačaka se povećavaju sa udaljenjem tačaka od težišta mreže.

ANALIZA BR. 5

Prof. dr S. Pašalić, stav 4, strana 70: »Metoda (misli se na »metodu« prof. dr S. Pašalića) se sastoji u tome da se slobodna mreža prevede u neslobodnu, da pri tome suma (PVV) ostane neovisna i da sve koordinate tačaka mreže dobiju srednje greške m_x i m_y u odnosu na neko zadato (polazno) stanje...«.

Prof. dr S. Pašalić, stav 1, strana 71: »Ovo polazno stanje neka budu dvije čvrste tačke koje ćemo na dogovoreno mjesto pridodati slobodnoj mreži i vezati ili pomoću tri sračunate dužine koje se u toku izravnanja neće mijenjati...».

Prof. dr S. Pašalić, stav 4, strana 71: »Moguće je uzeti i tri čvrste tačke pa od njih sračunati 3 dužine, pomoću kojih mreža postaje neslobodna...«.

Primedba: I nepažljivom čitaocu neće promaći proizvoljnosti prof. dr S. Pašalića da »slobodnu« mrežu pretvara u »neslobodnu« čas sa »dvije čvrste tačke« (stav 1, strana 71), čas sa »tri čvrste tačke« (stav 4, strana 71) postavljene na »dogovoreno mjesto« (nije napisano sa kim se dogovara). Zasnovati jednu »metodu« na ovakvim proizvoljnostima ne zaslužuje nikakav komentar.

ANALIZA BR. 6

Prof. dr S. Pašalić, stav 3, 4, 5, strana 75: »Ovo se naročito podvlači, jer su se u našoj tekućoj geodetskoj praksi neki uhvatili za rad Mittermayera, te nameću radnim organizacijama kao obavezu da slobodne mreže izravnavaju po toj ili nekoj ekvivalentnoj metodi, inače ne primaju radove kao ispravne.

S obzirom na sve širu primjenu geodezije u industriji, ove mreže se sve češće koriste, te da nebi bilo lutanja pa i zloupotrebe trebalo bi (po mišljenju autora) da i drugi koji se bave ovom problematikom, na ovom mjestu, kažu svoje mišljenje. Na taj način bi se praksa oslobodila ovako štetnih zahtjeva«.

Primedba: Problem izravnanja slobodnih mreža uveliko potstaknut razvojem satelitske geodezije u svetskoj stručnoj geodetskoj literaturi je teoretski i praktično rešen još pre desetak godina.

Zadatak svakog stručnjaka u domenu radova koje obavlja je da naučna svetska dostignuća ugradi u njih.

Ako ta pozitivna naučna dostignuća prenese na širi krug korisnika, njegova uloga dobija na značenju. Tim motivima služio se autor ovog rada kada je posle dugih ispitivanja i objavio članak [5]. Naravno predloženi postupak treba primeniti tamo gdje ima smisla i opravdanja.

LITERATURA

[1] Ashkenazi, V.: Criteria for Optimization: A practical Assessment of a Free Network Adjustment, Bollettino di geodesia e scienze affini — № 1, 1974.

[2] Ashekenazi, V., Grafarend, E.: Network Analysis: Singularity, Rank and Invariant Criteria, I. C. V. 1975.

[3] Grafarend, E., Schaffrin, B.: Unbiased Free Net Adjustment, S. R. XXII, 1974.

[4] Kovačević, D.: Doktorska disertacija, Tehnički Universitet GRAZ, 1978.

[5] Kovačević, D.: Prilog istraživanju praktične primene unutarnje teorije grešaka kod izravnanja slobodnih geodetskih mreža, Savjetovanje o nauč. istr. radu — Jajce, 1979.

[6] Meissl, P.: Zusammenfasung und Ausbau der inneren Fehlertheorie eines Punkthaufens, D. G. K, 1969.

[7] Mittermayer, E.: A Generalization of the Least Squares Method for the Adjustment of Free Network, B. G. 1972.

[8] Perović, G.: Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, 1980.

[9] Pašalić, S.: Jedna metoda izravnanja slobodne triangulacione mreže, Geod. list, 4—6, 1983.

[10] Schmit, H.: Geometrische Interpretation zum Problem der Lagerung des Freien Netzes, VIII Intern. Kurs für I. F. Zuerich 1980.

[11] Welsch, W.: A Review of the Adjustment of Free Networks, Survey Review, № 194, 1979.

[12] Wolf, H.: Helmert Losung zum Problem der Frein Netze mit Singularer Normalgleichungsmatrix, Z. F. V., 1972.

REZIME

Kroz analizu i primjedbe u članku se osporavaju tvrdnje prof. dr S. Pašalića objavljene u radu: »Jedna metoda izravnanja slobodne triangulacione mreže« (GL 1983, 4—6).

ABSTRACT

The author analyses and comments the paper »A method to adjust the free triangulation net« (GL 1983, 4—6) and explains his disagreement with the statements of prof. dr. S. Pašalić.

Primljeno: 1983 — 12 — 29