UDK 528.482:513.43
528.063.1
Originalni znanstveni rad

PRILOG ODREĐIVANJU KOORDINATA DIRALIŠTA VIZURNOG PRAVCA I NAGIBA IZVODNICE VERTIKALNOG OBJEKTA OBLIKA STOŠCA

*Damjan JOVIČIĆ, Miljenko LAPAINE, Svetozar PETROVIĆ — Zagreb**

UVOD

U radovima [1] i [2] mr I. Kriviči predložio je svoju metodu postepenog približavanja za rješenje problema određivanja kuta pri vrhu stošca. Problem je u potpunosti moguće riješiti i direktno, što će se pokazati u ovom radu.

DIREKTNO ODREĐIVANJE VRŠNOG KUTA STOŠCA

Problem je geometrijske prirode i možemo ga formulirati pomoću slike. Pravci PM_1 i PM_2 su tangente na stožac povučene iz točke P, M_1 i M_2 su dirališta tih tangenta. Poznati su vertikalni kutevi v_1 i v_2, horizontalni kutevi ε_1 i ε_2, te udaljenost $d_0 = \overline{OP}$. Traži se kut τ.

Sa slike vidimo da vrijede ove relacije:

$$\sin(\varepsilon_M - \varepsilon_1) = \frac{AN_1}{PN_1}, \qquad \sin(\varepsilon_M - \varepsilon_2) = \frac{AN_2}{PN_2}$$

$$\mathrm{tg}\, v_1 = \frac{M_1N_1}{PN_1}, \qquad \mathrm{tg}\, v_2 = \frac{M_2N_2}{PN_2}$$

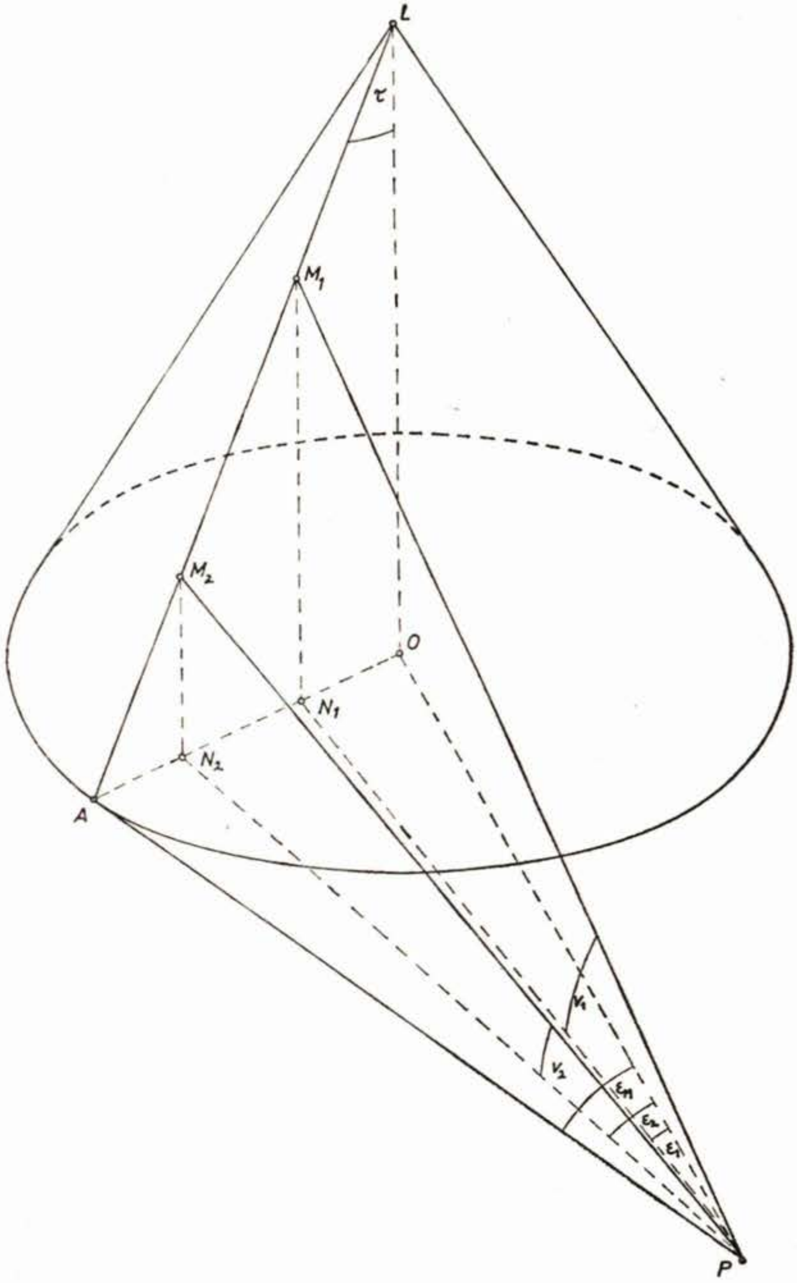
$$\mathrm{tg}\,\tau = \frac{AN_1}{M_1N_1} = \frac{\sin(\varepsilon_M - \varepsilon_1)}{\mathrm{tg}\, v_1} \tag{1}$$

$$\mathrm{tg}\,\tau = \frac{AN_2}{M_2N_2} = \frac{\sin(\varepsilon_M - \varepsilon_2)}{\mathrm{tg}\, v_2} \tag{2}$$

Izjednačimo li desne strane izraza (1) i (2) i primjenimo adicioni teorem za funkciju sinus, dobit ćemo

$$\frac{\sin\varepsilon_M \cos\varepsilon_1 - \sin\varepsilon_1 \cos\varepsilon_M}{\mathrm{tg}\, v_1} = \frac{\sin\varepsilon_M \cos\varepsilon_2 - \sin\varepsilon_2 \cos\varepsilon_M}{\mathrm{tg}\, v_2}$$

* Adresa autora: mr Damjan Jovičić, dipl. mat., Miljenko Lapaine, dipl. inž., Svetozar Petrović, dipl. inž., Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26.



Sl. 1

i odatle

$$\operatorname{tg} \varepsilon_M = \frac{\operatorname{tg} v_2 \sin \varepsilon_1 - \operatorname{tg} v_1 \sin \varepsilon_2}{\operatorname{tg} v_2 \cos \varepsilon_1 - \operatorname{tg} v_1 \cos \varepsilon_2}.$$

Izrazimo li sada $\sin\varepsilon_M$ i $\cos\varepsilon_M$ pomoću $\operatorname{tg}\varepsilon_M$, lakim računom izrazi (1) ili (2) prelaze u formulu

$$\tau = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 v_1 + \operatorname{tg}^2 v_2 - 2\operatorname{tg} v_1 \operatorname{tg} v_2 \cos(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}}. \tag{3}$$

Ista formula može se dobiti nastavljanjem izvoda započetog u [1] str. 19 ili [2] str. 189, ali uz mnogo više posla i snalažljivosti.

Uz oznaku $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ srednja kvadratna pogreška kuta τ izračunatog po formuli (3) (uz pretpostavku nezavisnosnti mjerenja kuteva) može se izračunati pomoću izraza

$$m_\tau^2 = \frac{\sin^2 \Delta\varepsilon}{(p + \sin^2 \Delta\varepsilon)^2\, p} \left[\frac{(\operatorname{tg} v_1 - \operatorname{tg} v_2 \cos \Delta\varepsilon)^2}{\cos^4 v_1} m_{v_1}^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{(\operatorname{tg} v_2 - \operatorname{tg} v_1 \cos \Delta\varepsilon)^2}{\cos^4 v_2} m_{v_2}^2 + \sin^2 \Delta\varepsilon \operatorname{tg}^2 v_1 \operatorname{tg}^2 v_2 m_{\Delta\varepsilon}^2 \right],$$

gdje smo označili $p = \operatorname{tg}^2 v_1 + \operatorname{tg}^2 v_2 - 2\operatorname{tg} v_1 \operatorname{tg} v_2 \cos\Delta\varepsilon$.

Primijetimo da za izračunavanje kuta τ nije potrebno znati duljinu $d_0 = \overline{PO}$. Poznajemo li i tu udaljenost, možemo direktno izračunati poluosi hiperbola u kojima vertikalne ravnine PM_1N_1 i PM_2N_2 sijeku stožac, kao i koordinate dirališta M_1 i M_2.

Na kraju prilažemo mali program za džepno računalo HP 32E sa izvedenim primjerom. Naravno, program se može koristiti i na svim drugim programabilnim kalkulatorima firme HP.

PROGRAM

01	HR	17	HR
02	TAN	18	—
03	X^2	19	ABS
04	LAST X	20	1
05	R/S	21	→R
06	HR	22	X⇄Y
07	TAN	23	R↓
08	x	24	x
09	X⇄Y	25	2
10	LAST X	26	x
11	X^2	27	—
12	+	28	$\sqrt{}$
13	X⇄Y	29	÷
14	R/S	30	TAN^{-1}
15	HR	31	HMS
16	R/S		

Upotreba: utipkati v_1, R/S
v_2, **R/S**
ε_1, R/S
ε_2, **R/S**
pročitati τ

Primjer: utipkamo 26°34', R/S
13°30', R/S
11°52', R/S
20°18', R/S
pročitamo 28°58'13"

LITERATURA:

[1] Krivičić I.: Neke geodetske metode mjerenja pri osmatranju deformacija i pomaka vertikalnih objekata, Magistarski rad, Geodetski fakultet, Zagreb, 1981.

[2] Krivičić I.: Određivanje koordinata dirališta vizurnog pravca i nagiba izvodnice vertikalnog objekta oblika stošca, Geodetski list br. 7—9, str. 179—193, Zagreb, 1982.

SAŽETAK

Uočeno je da osim metode postepenog približavanja koja je u [1] i [2] primjenjena za računaje kuta τ pri vrhu stošca postoji i direktno rješenje — eksplicitna formula. Dan je također izraz za srednju pogrešku kuta τ.

ABSTRACT

It is perceived that in addition to the iterative method, used in [1] and [2] in order to compute the angle at the top of a cone, there exists also a direct solution — an explicit formula. The mean square error of the angle τ is given to.