

UDK 528.72  
Originalni znanstveni rad

## UTJECAJ KOMPENZACIONIH PLOČA NA MODEL

*Franjo BRAUM — Zagreb\**

Taj je problem u Jugoslaviji aktuelan. Poduzeće Geodetski zavod SRS, Ljubljana posjeduje i mnogo upotrebljava aerokameru RMK A 15/23 Opton, Oberkochen. To je vrlo kvalitetna kamera kako u pogledu oštine slike, tako i u pogledu optičke deformacije prouzročene distorzijom objektiva. Međutim kako od iste firme ima u Jugoslaviji vrlo malo stereoinstrumenata, to za tu kameru ne postoje kompenzacione ploče za postojeće stereoinstrumente, bez kojih se ne može postići preciznost koja bi inače odgovarala i kvaliteti kamere i kvaliteti stereoinstrumenta, pogotovo ne obzirom na širokokutni objektiv. Postavlja se pitanje šta bi se postiglo upotrebom dotičnih kompenzacionih ploča, kako bi se uslijed samih kompenzacionih ploča (de)formirao model.

Kompenzacione ploče se izrađuju u rotaciono simetričnom obliku. Pri centričnom ulaganju ta se os rotacije poklopi s osi projektoru. Tako oblikovana ploča izaziva radikalnu promjenu dr' slikovnih koordinata ( $\Delta r'_p$  na sl. 356.1 u [3]), koja je funkcija samo veličine radikalne udaljenosti odnosno osnog kuta ( $r'_p$  odn.  $\tau_p$ ), a ne (azimutalnog) smjera u ravnini snimka. Mora se nglasiti da optička deformacija snimka prouzrokovana distorzijom objektiva nije u realnoj izvedbi objektiva idealno rotacionosimetričnog karaktera.

Kako će promjene dr' utjecati na model, tom problemu treba pristupiti kao što je to učinjeno u poglavlju 356.1.5. od [3] prigodom analize utjecaja refrakcije na deformaciju modela.\*\*

Kompenzacione ploče utjecat će na model:

- A. direktno: sami pomaci dr'za sebe izazvat će promjene u modelu,
- B. indirektno: pomaci dr' navodit će restitutora na (nešto) drugačiju relativnu orientaciju, drugačiju konvergenciju, što će sa svoje strane deformirati model.

Razlika problema za određivanje utjecaja kompenzacionih ploča i refrakcije na model sastoji se u tome što se funkcija dr' kod kompenzacionih ploča

\* Adresa autora: Prof. dr Franjo Braum, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26.

\*\* Pri izradi kompenzacionih ploča nastoji se pored utjecaja distorzije objektiva obuhvatiti i utjecaj refrakcije: potonje je moguće samo za odabranu relativnu i apsolutnu visinu leta.

mjenja s tipom objektiva, dok je funkcija  $dr'$  kod refrakcije uvijek jednak gradena (v. (3561.3) u [3]), ali joj parametri variraju s relativnom i apsolutnom visinom leta (v. tab. 356.1 u [3]).

Za snimke snimljene aerokamerom RMK A 15/23 s objektivom Pleogon proizvodi firma Wild kompenzacione ploče, uložive u Autographe A7/A8, koje prouzrokuju optičke deformacije  $dr'$  ( $\Delta r'_p$  na sl. 356.1 u [3]), koje su smještene u tab. 1.

Tabela 1: Optička deformacija  $dr'$  izazvana upotrebotom kompenzacionih ploča za aerokameru RMK A 15/23.

radijalna udaljenost $r'$ u mm	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
optička deformacija $dr'$ u $\mu\text{m}$	0	+3	+4	+4	+3	+2	+1	-1	-2	-2,5	-3	-1	+1	+2	0

Te optičke deformacije kompenzacionih ploča trebaju se dodidati s optičkim deformacijama originalnog snimka izazvanim distorzijom objektiva.

Podaci iz tabele 1 odnose se na ravninu snimka. Veličine  $dr'$  projiciraju se u prostor modela, čime se one povećavaju

$$n = z_m : f \quad (1)$$

Uzmimo da stereoprojekcionala duljina  $z_m$  iznosi 400 mm, dok  $f$  za navedenu kameru iznosi 153 mm, pa imamo:

$$n = 400 : 153 = 2,614 \approx 2,6. \quad (2)$$

Optička deformacija projicirana u prostor modela bit će

$$dr_m = n \cdot dr' = 2,6 dr'. \quad (3)$$

#### A. DIREKTAN UTJECAJ KOMPENZACIONIH PLOČA ZA RMK A 15/23 NA MODELNE KOORDINATE

Promatranjem snimka na Autographima Wild slikovne koordinate efektivno se promijene za vrijednosti  $dr'$  navedene u tab. 1 (vidi  $\Delta r'_p$  na sl. 356.1 u [3]). Te promjene same po sebi izazovu prema [3] sljedeće promjene modelnih koordinata:

$$dx_m = p_{xi} + \frac{x_m}{b_m} p_x, \quad (4 = 3541.8 \text{ u [3]})$$

$$dy_m = \frac{y_m}{b_m} p_x + \frac{1}{2} (p_y + 2p_{yi}), \quad (5 = 3541.9 \text{ u [3]})$$

$$dz_m = dh_m = \frac{z_m}{b_m} p_x. \quad (6 = 3541.10 \text{ u [3]})$$

Pritom su

$$p_x = p_{xd} - p_{xi} \text{ i } p_y = p_{yd} - p_{yi}. \quad (7 = 3541.1 \text{ u [3]})$$

$p_d$  i  $p_l$  su pomaci u modelu desne odnosno lijeve projekcije. Oznaka se inače odnosi na paralakse, a mi ćemo ju za ove potrebe upotrijebiti za promjene izazvane utjecajem kompenzacionih ploča.

$z_m$  je u aerofotogrametriji, obzirom na upotrebljen koordinatni sistem prikazan na sl. 342.2 u [3], uvijek negativan.

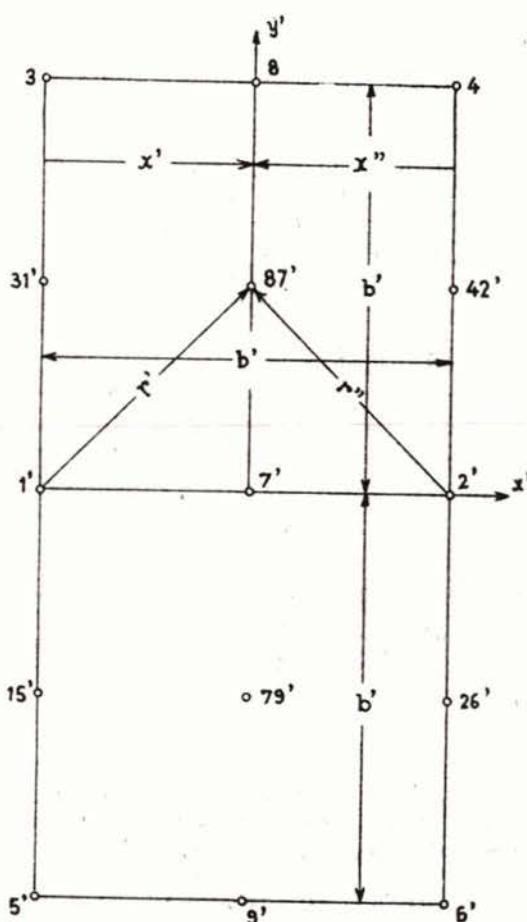
Pomake, promjene  $p$ , potrebne u formulama (4-7) dobijemo iz radijalnih optičkih deformacija  $dr'$  i  $dr''$  (v. sl. 356.5 u [3]):

$$p_{sd} = n \cdot dr'' \frac{x' - b'}{r''}, \quad (8 = 3561.38'' \text{ u [3]})$$

$$p_{sl} = n \cdot dr' \frac{x'}{r'}, \quad (9 = 3561.38' \text{ u [3]})$$

Za format snimka  $23 \times 23$  cm i uzdužno preklapanje  $p = 60\%$  imamo:

$$b' = 0,4 \cdot 220 \text{ mm} = 88 \text{ mm}. \quad (10)$$



Sl. 1. Rasporedaj i slikovne koordinate karakterističnih točaka snimka.

Za okolnosti  $n = 2,6$  (2) i  $b' = 88$  mm ispitati ćemo izvitoperenost (Verbiegung), tj. visinske deformacije u modelu za 15 njegovih karakterističnih točaka (sl. 1). Položaj se odnosi na projekciju negativa u simetričnu ravnicu pozitiva (v. (1), (2), (3), (4) na sl. 8.10 iz [1]). Veličine  $x'$ ,  $r'$ ,  $x'' = x' - b'$ ,  $r''$ ,  $dr'$ ,  $dr''$ , kao i iz njih izvedene veličine  $p_{xi}$  (8) i  $p_{xd}$  (9), te  $dh_m$  (6) i (*u konkretnom primjeru bilo je  $m_m = 7500$* )

$$dh = dh_m \cdot m_m = dh_m \cdot 7500, \quad (11)$$

smještene su u tab. 2. U formuli (6) potreban koeficijent jednak je (v. (10)):

$$z_m : b_m = f : b' = -(153 : 88) = -1,739. \quad (12)$$

Iz tab. 2 vidi se da je visinski utjecaj kompenzacionih ploča na uglavne točke modela (3', 4', 5', 6', sl. 1) jednak, što je posljedica rotaciono simetričnog oblika kompenzacionih ploča. Taj utjecaj iznosi:

$$dh_m \text{ 3456} = +4,5 \mu\text{m} \quad (13)$$

Tabela 2: Visinske deformacije  $dh_m$  modela izazvane upotrebom kompenzacionih ploča za aerokameru RMK A 15/23.

točka na sni- mku	$x'$ mm sl. 1	$r'$ mm sl. 1	$dr'$ $\mu\text{m}$ tab. 1	$x' - b'$ mm sl. 1	$r''$ mm sl. 1	$dr''$ $\mu\text{m}$ tab. 1	$p_{xi}$ $\mu\text{m}$ (9)	$p_{xd}$ $\mu\text{m}$ (8)	$dh_m$ $\mu\text{m}$ (6), (12)	$dh^*$ m (11)
3'	0	88	-2,4	-88	124,5	+1,4	0	-2,6	+ 4,5	+0,03
31'	0	44	+2,6	-88	98,4	-2,9	0	+6,7	-11,7	-0,09
1'	0	0	0	-88	88	-2,4	0	+6,2	-10,8	-0,08
15'	0	44	+2,6	-88	98,4	-2,9	0	+6,7	-11,7	-0,09
5'	0	88	-2,4	-88	124,5	+1,4	0	-2,6	+ 4,5	+0,03
8'	44	98,4	-2,9	-44	98,4	-2,9	-3,4	+3,4	-11,8	-0,09
87'	44	62,2	+0,6	-44	62,2	+0,6	+1,1	-1,1	+ 3,8	+0,03
7'	44	44	+2,6	-44	44	+2,6	+6,8	-6,8	+23,7	+0,18
79'	44	62,2	+0,6	-44	62,2	+0,6	+1,1	-1,1	+ 3,8	+0,03
9'	44	98,4	-2,9	-44	98,4	-2,9	-3,4	+3,4	-11,8	-0,09
4'	88	124,5	+1,4	0	88	-2,4	+2,6	0	+ 4,5	+0,03
42'	88	98,4	-2,9	0	44	+2,6	-6,7	0	-11,7	-0,09
2'	88	88	-2,4	0	0	0	-6,2	0	-10,8	-0,08
26'	88	98,4	-2,9	0	44	+2,6	-6,7	0	-11,7	-0,09
6'	88	124,5	+1,4	0	88	-2,4	+2,6	0	+ 4,5	+0,03

\* dh za  $m_m = 7500$

u mjerilu modela. Ako se, kao što je poželjno, kod tih položaja nalaze visinske orientacione točke, i na njih izvrši horizontacija modela, to će se u ostalim točkama visinski utjecaji kompenzacionih ploča razlikovati za

$$dh_{mr} = dh_m - dh_m \text{ 3456} = dh - 4,5 \mu\text{m} \quad (14)$$

u mjerilu modela. Množeći te vrijednosti s modulom mjerila modela  $m_m$  dobivamo vrijednosti u naravi (v. (11)).

## B. INDIREKTAN UTJECAJ KOMPENZACIONIH PLOČA ZA RMK A 15/23 NA MODELNE KOORDINATE

Kompenzacione ploče izazvati će u modelu y-pomake (v. sl. 356.5 u [3]):

$$p_{yd} = n \cdot dr'' \frac{y''}{r''}, \quad (15 = 3561.36'' \text{ u [3]})$$

$$p_{yl} = n \cdot dr' \frac{y'}{r'}, \quad (16 = 3561.36' \text{ u [3]})$$

i time paralakse  $p_y = p_{yd} - p_{yl}$  (7).

U točkama 1', 7', 2' (sl. 1) te će vrijednosti zbog  $y' = y'' = 0$  biti također nula. Od ostalih vrijednosti interesiraju nas one u  $p_y$ -točkama 3', 4', 5' i 6'. Koristeći za te točke vrijednosti  $r'$ ,  $dr'$ ,  $r''$  i  $dr''$  iz tab. 2 i vrijednosti (2) i (10) dobijemo u tab. 3 vrijednosti  $p_{yd}$ ,  $p_{yl}$  i njihovu razliku  $p_y$  (7).

Tabela 3: Utjecaj kompenzacionih ploča za aerokameru RMK A 15/23 na y—paralakse

točka na snimku	$y' = y''$ mm sl. 1	$p_{yl}$ $\mu\text{m}$ (16)	$p_{yd}$ $\mu\text{m}$ (15)	$p_y$ $\mu\text{m}$ (7)
3'	88	-6,24	+2,57	+8,81
4'	88	+2,57	-6,24	-8,81
5'	-88	+6,24	-2,57	-8,81
6'	-88	-2,57	+6,24	+8,81

Vrijednosti  $p_y$  dobivene u tab. 3 navest će restitutora prigodom relativne orijentacije na konvergenciju u iznosu (v. sl. 1 i (2) i (10), te (33.66) i (33.84) u [2]):

$$d\varphi^c = -\frac{z_m}{x_m y_m} \frac{p_{y4}' - p_{y6}'}{2} \varphi^c = \frac{f}{x' y'} \frac{p_{y4}' - p_{y6}'}{2n} \varphi^c = -\frac{153}{88 \cdot 88} \frac{0,01762}{2 \cdot 2,6} \varphi^c = -0^{\circ}43 \quad (17)$$

$$d\varphi''^c = \frac{z_m}{(x_m - b_m) y_m} \frac{p_{y3}' - p_{y5}'}{2} \varphi^c = \frac{f}{b' y'} \frac{p_{y3}' - p_{y5}'}{2n} \varphi^c = \frac{153}{88 \cdot 88} \frac{0,01762}{2 \cdot 2,6} \varphi^c = 0^{\circ}43 \quad (18)$$

Prema [3] takva simetrična divergencija  $d\gamma = d\varphi' - d\varphi''$  će izazvati visinsku promjenu od:

$$dh_{ym} = \frac{1}{b_m} \left[ z_m^2 + \frac{x_m^2}{2} + \frac{(x_m - b_m)^2}{2} \right] d\gamma. \quad (19 = 3541.28 \text{ u [3]})$$

Pogrešna simetrična konvergencija bit će (v. [3]):

$$d\gamma = d\varphi' - d\varphi'' = -0^{\circ}86, \quad (20 = 3521.10 \text{ u [3]})$$

a taj će iznos izazvati u modelu visinsku promjenu

$$dh_{\gamma m} = \frac{n}{b'} \left[ f^2 + \frac{x'^2}{2} + \frac{(x' - b')^2}{2} \right] d\gamma. \quad (21 = 3541.28 \text{ u } [3])$$

Ta simetrična (—) konvergencija prouzročit će, zanemarivši visinske razlike terena, prema (21) i sl. 33.30 u [2] valjkastu deformaciju s izvodnicom paralelnom s osi Y i s ekstremom u  $x_m = b_m : 2$ . Od te ekstremne vrijednosti odbijmo vrijednost za  $x' = 0$  odn.  $x' = b'$ :

$$dh_{\gamma m(\gamma' - 1')} = \frac{n}{b'} \left[ f^2 + \frac{b'^2}{8} + \frac{b'^2}{8} \right] d\gamma - \frac{n}{b} \left[ f^2 + \frac{b'^2}{2} \right] d\gamma = -\frac{nb'}{4} d\gamma, \quad (22)$$

što prema (2), (10) i (20) iznosi:

$$dh_{\gamma m(\gamma' - 1')} = \frac{2,6 \cdot 88}{4} \frac{0^{\circ}86}{\rho_e} = 0,0077 \text{ mm}. \quad (23)$$

U naravi imat ćemo razliku

$$dh_{\gamma(\gamma' - 1')} = dh_{\gamma m(\gamma' - 1')} \cdot m_m, \quad (24)$$

što za  $m_m = 7500$  iznosi:

$$dh_{\gamma(\gamma' - 1')} = 0,0077 \text{ mm} \cdot 7500 = 0,06 \text{ m}. \quad (25)$$

Ukupan utjecaj kompenzacionih ploča na visinsku razliku točaka bit će jednak sumi direktnog i indirektnog utjecaja (v. (6) + (22)):

$$dh_{um(n_1 - n_2)} = dh_{m(n_1 - n_2)} + dh_{\gamma m(n_1 - n_2)}. \quad (26)$$

Za slučaj da je  $n_1 = 8'$ ,  $9'$  (sl. 1),  $n_2 = 3'$ ,  $4'$ ,  $5'$ ,  $6'$ ,  $n = 2,6$  i  $m_m = 7500$  imamo (tab. 2 i (25)):

$$dh_{u(8' - 3')} = -0,09 - 0,03 + 0,06 = -0,06 \text{ m}. \quad (27)$$

U ovom proračunu pretpostavljali smo horizontalan teren. Analizirajmo i utjecaj visinskog odstupanja  $\Delta h$ . Za ukupan visinski utjecaj kompenzacionih ploča imamo (v. (6) i (19)):

$$dh_{um} = dh_m + dh_{\gamma m} = \frac{z_m}{b_m} p_x + \frac{1}{b_m} \left[ z_m^2 + \frac{x_m^2}{2} + \frac{(x_m - b_m)^2}{2} \right] d\gamma, \quad (28)$$

$$\delta dh_{um} = \frac{p_x}{b_m} \Delta z_m + \frac{2z_m}{b_m} \Delta z_m \cdot d\gamma = \left( \frac{p_x}{b'm} - 2 \frac{f}{b'} d\gamma \right) \Delta z_m. \quad (29)$$

U našem slučaju imamo (v. (2), (10) i (20)):

$$\delta dh_{um} = \left( \frac{p_x}{88 \cdot 2,6} + 2 \frac{153}{88} \frac{0^{\circ}86}{\rho_e} \right) \Delta z_m = \left( \frac{p_x}{288,8} + 0,0004697 \right) \Delta z_m. \quad (30)$$

U našem primjeru bilo je

$$h_{9',8'} - h_{3',5'} = \delta dh_{um(9',8')} = \Delta z_m = 17,85 \text{ m} = 2,38 \text{ mm} \cdot m_m \quad (31)$$

pa imamo (v. (7) i tab. 2):

$$\delta dh_{u9,8} = \left( \frac{+0,68}{288,8} + 0,0004697 \right) \cdot 2,38 = +0,0056 + 0,0011 = +0,0067 \text{ mm}$$
(32)

$$\delta dh_{u9,8} [\text{m}] = +0,0067 \frac{7500}{1000} = +0,05 \text{ m.}$$
(33)

x- i y-promjene, izazvane upotrebom kompenzacionih ploča, mogu se odrediti pomoću formula (4 i 5), a u njima sadržane veličine  $p_{x1}$ ,  $p_{xd}$ ,  $p_x$ ,  $p_y$  i  $p_{yl}$  pomoću formula (7-9) koristeći pritom podatke iz tab. 2 i 3.

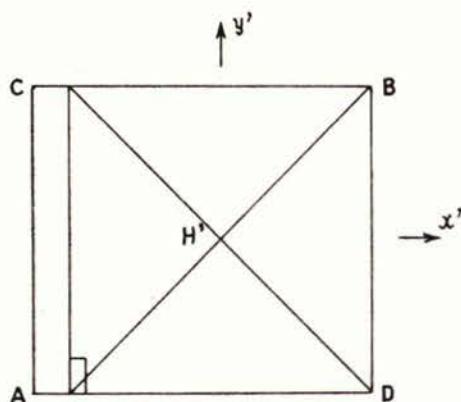
### C. DEFORMACIJA MODELIA IZ SNIMAKA SNIMLJENIH AEROKAMEROM RMK A 15/23 OPTON AKO NISU UPOTREBLJENE KOMPENZACIONE PLOČE

Proračun ove deformacije, koja treba biti kompenzirana protudeformacijom izazvanom kompenzacionim pločama, je komplikiraniji, i to iz već navedenog razloga, što optička deformacija izazvana distorzijom objektiva nije idealno rotaciono simetričkog karaktera. Objektiv se sastoji iz više leća i pri toj montaži u jednu cjelinu su takva odstupanja neizbjegiva. Stoga se u sertifikatu kamere podaci za optičku deformaciju snimka navode za oba dijagonalna smjera u radijalnim razmacima od po 10 mm, i to posebno za svaku pojedinu aerokameru tog tipa. Iz srednjih vrijednosti tih podataka za seriju objektiva istog tipa izrađuju se onda kompenzacione ploče za taj tip objektiva. Prema tome podaci za optičku deformaciju kompenzacionih ploča nisu podešeni za jedan konkretan primjerak već za seriju aerokamera istog tipa.

Tabela 4: Optička deformacija u  $\mu\text{m}$  aerokamere RMK A 15/23 Nr. 116 195 na odsjećima dijagonala snimka (v. sl. 2).

$r'$ [mm]	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
A	0	0	0	0	0	0	+2	+2	+2	+5	+4	+5	+6	3	+0	+1
B	0	-1	-1	-3	-2	0	+1	+2	+4	+6	+7	+5	+4	+4	+1	-2
C	0	+1	0	0	+1	+1	+4	+4	+5	+6	+6	+7	+7	+3	+1	-3
D	0	0	-1	-2	-2	-1	-1	+1	+3	+4	+7	+5	+5	+3	-2	+1
dr' [ $\mu\text{m}$ ]																
ar s re d.	0	0	-1	-1	-1	0	+2	+2	+4	+5	+6	+6	+6	+3	0	-1

Za aerokameru RMK A 15/23 Opton Nr. 116 195, koju upravo posjeduje Geodetski zavod SRS, Ljubljana, firma Opton daje u tab. 4 podatke u mikronima za optičku deformaciju snimka u dijagonalnim radijalnim smjerovima CBDA (sl. 2; smjer A ide prema podatku za broj snimka, koji prodire u netto-format snimka).



Sl. 2. Dijagonalni smjerovi AB i CD u kojima se diskontinuirano ispituje optička deformacija snimka snimljenog aerokamerom (v. tab. 4).

Kako ovi podaci nisu idealno rotacionosimetričnog karaktera, kao što su oni za kompenzacione ploče (v. tab. 2 i 3 i sl. 1), to, da bismo dobili točno utjecaj optičke deformacije uslijed distorzije, moramo svaku točku snimka posebno tretirati, što će biti prikazano u jednoj drugoj radnji.

#### LITERATURA:

- [1] Braum F.: »Elementarna fotogrametrija«, Sveučilište u Zagrebu, 1969.
- [2] Braum F.: »Orientacija fotogrametrijskih snimaka II« (Nutarnja i relativna orientacija aerosnimaka), Sveučilište u Zagrebu, 1976.
- [3] Braum F.: »Orientacija fotogrametrijskih snimaka IV« (Apsolutna orientacija i deformacija modela), Sveučilište u Zagrebu, 1980.

#### SAŽETAK

Obrađen je utjecaj kompenzacionih ploča za aerokameru RMK A 15/23 Opton na modelne koordinate, te je on za visine određen u 15 karakterističnih točaka snimka (v. sl. 1, tab. 2 i formulu (28)), a za y-paralakse u  $p_y$ -točkama 1'—6' (v. tab. 3). U numeričkom primjeru uzeto je mjerilo modela  $1 : m_m = 1 : 7500$  i mjerilo projiciranja u stereoinstrumentu  $z_m : f = 2,6$ .

Utjecaj kompenzacionih ploča na modelne koordinate je dvojak:

- A. direktni: sami pomaci dr' za sebe izazivaju promjenu modelnih koordinata,
- B. indirektni: pomaci dr' izazivaju y-paralakse koje utječu na relativnu orientaciju i deformiraju model.

A. utjecaj određen je formulama (4—9), a B. utjecaj formulama (15—19).

U ovim formulama pretpostavljen je horizontalan teren, a utjecaj visinskih odstupanja analiziran je formulama (28—29).

## ABSTRACT

The influence of compensation plates for aerial camera RMK A 15/23 Opton is treated in this article. The optical deformation for the heights is determined in 15 characteristic points of the image (s. fig. 1, tab. 2 and formula (28)), and for the y-parallaxes in the  $p_y$ -points 1'-6' (s. tab. 3). In the numerical example is taken the model scale  $1:m_m = 1:7500$  and the projection scale in the stereoplotter  $z_m : f = 2,6$ .

The model coordinates are influenced by the compensation plates in two ways:

- A. Directly: the displacements  $dr'$  themselves cause a change of the model coordinates,
- B. Indirectly: the displacements  $dr'$  cause y-parallaxes which influence the relative orientation and so deform the model.

The A. influence is determined by the formulas (4—9), and the B. influence by the formulas (15—19). In these formulas a horizontal terrain is supposed, and the influence of height difference is analysed in the formulas (28—29).

Primljeno: 1982-10-7