

## DATE VELIČINE I FIKTIVNE JEDNAČINE POPRAVAKA

Krunislav MIHAILOVIĆ — Beograd\*

Kada je potrebno, nema nikakvih problema da se o greškama datih veličina i njihovoj korelativnoj zavisnosti vodi računa pri izravanju geodetskih mreža i oceni tačnosti dobijenih rezultata. Ova problematika uspešno je teorijski rešena ma da u nekim slučajevima postoje teškoće kod praktičnih računanja usled nedovoljnog broja podataka iz prethodnih izravanja geodetskih mreža. Znači, još uvek postoje objektivne teškoće praktičnog karaktera, da se teorija kojom se uzimaju u obzir greške datih veličina, masovnije primenjuje u praksi. Kao što je poznato, date veličine pojavljuju se u neslobodnim mrežama (mreže koje su klasificirane u redove ili se sukcesivno razvijaju).

Također je poznato da se slobodne (lokalne) mreže mogu izravnati na dva načina. Naime, elementi koji definišu koordinatni sistem u procesu izravanja mogu se smatrati konstantnim ili promjenljivim veličinama.

Kada se elementi kojim se definiše koordinatni sistem smatraju promenljivim veličinama izravanje lokalnih mreža može se sprovesti na više načina. Ovakvo izravanje daje potpuno iste rezultate za sve izravnate vrednosti merenih veličina, kao i klasično (uobičajeno) izravanje kada se elementi kojima se definiše koordinatni sistem smatraju konstantnim veličinama. Razlika je samo u korelativnoj matrici kojom se definiše zavisnost između nepoznatih veličina  $O_x$ . Korelaciona matrica  $O_x$  koja se određuje prilikom izravanja lokalnih mreža, kada su elementi kojim se definiše koordinatni sistem, promenljivi pruža informaciju o relativnoj tačnosti i može se odrediti na više načina:

$$Q_x = N \cdot (N \cdot N)^{-1} \cdot N \cdot (N \cdot N)^{-1} \cdot N \quad (1)$$

$$Q_x = C \cdot Q_x C^* \quad (2)$$

$$Q_x = (N + N_1)^{-1} \cdot N \cdot (N + N_1)^{-1} \quad (3)$$

Postoje još i druge mogućnosti. Vektor nepoznatih veličina  $X$  koje se određuje iz ovakvog izravanja nema opravdanja da se koristi u praksi.

Kod neslobodnih mreža, kada se prilikom izravanja vodi računa o greškama datih veličina, primenjuje se uopšteno metod najmanjih kvadrata kojim se uzima u obzir korelativna zavisnost između datih veličina uspostavljena u procesu prethodnog izravanja (izravanja iz kojeg su određene vrednosti

\* Adresa autora: Prof. dr Krunislav Mihailović, Građevinski fakultet Institut za geodeziju, Beograd, Bulevar revolucije 73

datih veličina). Primena uopštenog metoda najmanjih kvadrata u odnosu na klasičan (Gausov) metod je znatno složenija. Klasičan metod izravnjanja neuporedivo je ekonomičniji. Respektujući ovu činjenicu, u radovima [1], [2], [3] i [4], autor čini veoma značajan pokušaj, da uvođenjem fiktivne jednačine popravka umesto uopštenog koristi klasičan metod najmanjih kvadrata i time na mnogo jednostavniji način uzme u obzir greške datih veličina. Pri tome dr Molnar čini veoma ozbiljne i nedozvoljene teorijske i praktične previde, a zatim dolazi do nelogičnih zaključaka.

U želji da bude ubedljiviji, dr Molnar svoju tezu, da nije neophodno pri izravnjanju koristi uopšteni metod najmanjih kvadrata, pokušao je da teorijski i praktično izloži u više radova.

U zaključku rada [1] autor ističe: »U slučaju uključivanja novih repera u državnu nivelmansku mrežu ako su reperi u mreži višeg reda izravnati primenom jednog od postupaka 1.1 (Mitermajer), 1.2 (Mihailović) ili 1.3 (dodatna fiktivna jednačina) i ako su merenja homogene tačnosti, a reperi mreže nižeg reda postavljeni na podjednakom rastojanju od datih repera, greške datih veličina nemaju uticaja na određivanje najverovatnijih vrednosti nadmorskih visina repera nižeg reda«. Po mišljenju autora, ako su jednake dužine između susednih repera, greške datih veličina nemaju uticaja na izravnjanje nivelmanske mreže nižeg reda i da iznos tog uticaja nastaje isključivo kao posledica nejednakosti dužina. Te ispada, a to autor i kaže, da uticaj grešaka datih veličina isključivo zavisi od konfiguracije mreže. Znači da tačnost merenih veličina na osnovu kojih su određene date veličine nezaslužuje pažnju, nije neophodno da se o tome vodi računa.

Po dr Molnaru ispada, da se prilikom određivanja visinskih razlika, u datoj mreži može proizvoljno grešiti, to nema značaja, bitno je da se reperi mreže nižeg reda postavljaju na podjednakom rastojanju od datih repera i da su merenja homogene tačnosti. Kada bi ovo bilo tačno, zaključak dr Molnara imao bi ogroman značaj.

Nezgodna je u tome što dr Molnar živi u uverenju da je ovakav zaključak teorijski dokazao i još povrh toga i numeričkim primerom potkrepio. Do pogrešnih zaključaka autor dolazi jer su mu postavke nelogične i izrazi kojima se koristi pogrešni. Kada se pri izravnjanju pitanje singulariteta rešava pomoću dodatne fiktivne jednačine (1. 3), korelaciona matrica kojom se definiše zavisnost između traženih veličina određuje se po formuli (3).

Umesto nje dr Molnar koristi

$$Q_x = Q_z = N_2^{-1} = (N + N_1)^{-1} \quad (4)$$

pa stoga izvodi pogrešan zaključak: »Pri praktičnim računanjima, primenom postupka 1.1, 1.2 dobijaju se identični rezultati za vektor nepoznatih veličina  $x$ , dok postupci 1. 1 i 1. 2 daju jednu, a postupak 1. 3 drugu vrednost za korelacionu matricu  $Q_x$ . »Naravno, dobija se druga korelaciona matrica jer je upotrebljena pogrešna formula. Kada bi se umesto (4) upotrebila (3) došla bi se ista korelaciona matrica  $Q_x$  kod sva tri postupka 1. 1, 1. 2 i 1. 3«.

Na ovom grubom previdu sve ostalo što se izvodi i tvrdi u radu [1] kao i u ostalim njegovim radovima je sumnjive vrednosti, jer u njima dominantnu ulogu ima korelaciona matrica  $Q_z = Q_x$ .

U radu [2] počinje se sa zaključcima koji su izvedeni na osnovu teorijskih razmatranja u radu [1], uz napomenu, da je ranije pretpostavljeno da



su date veličine nezavisne a sada se čini korak dalje, uzima se u obzir i korelativna zavisnost, pa autor kaže: »Želja je da se ukaže, da se u postupku izravnjanja uvrštene nivelmanske mreže, primenom k. m. n. k. može uzeti u obzir i jedinstveni uticaj grešaka datih veličina njihove zavisnosti uvođenjem dodatne fiktivne jednačine odstupanja«. Da bi u zaključku ovog rada ovo tvrđenje i demantovao i potvrdio pa kaže: »Pri određivanju najverovatnijih vrednosti nadmorskih visina repera uvrštene mreže A, koji se nalazi na podjednakom rastojanju od repera date mreže, greške datih veličina ne dolaze do izražaja (pod uslovom da su reperi date mreže izravnati postupcima prikazanim u [1] ili [2] (u ovom radu [5] ili [6]). Ovo je teorijski uopšteno i prikazano u [3] (u ovom radu [1]), a sada i praktično potvrđeno rezultatom zadatka 4. Međutim, u ovom radu se pored toga ukazuje još i na to, da pri određivanju najverovatnije vrednosti tražene veličine, ne samo da greške datih veličina, već i njihova zavisnost, ne dolaze do izražaja. Time je nedvosmisleno pokazano, da uvođenje fiktivne jednačine odstupanja istvoreneno predstavlja i uzimanje u obzir grešaka datih veličina i njihove zavisnosti pri izravnjanju repera uvrštene mreže«.

U prvom delu zaključka tvrdi se da date veličine ne dolaze do izražaja kad se uvrštene mreže izravnjavaju pod uslovom da sve tačke u mreži imaju tretman traženih veličina, a u drugom delu zaključka tvrdi se da se pomoću fiktivne jednačine odstupanja uzimaju u obzir greške datih veličina. Očigledno da dr Molnar ovu koliziju i ne primećuje pa u kasnijim radovima [3] tvrdi: »U radu je izložen nov način određivanja mreža repera klasifikovanih u redove. Primenjena je metoda posrednih merenja, po tzv. postupku dodatnih fiktivnih jednačina odstupanja. Akcent je stavljen na veoma značajnu osobinu kojom se odlikuje predloženi način izravnjanja, koji dopušta mogućnost da se pri određivanju nepoznatih u neslobodnoj mreži izbegne zametan postupak uopštene metode najmanjih kvadrata. Ovo ne samo tada, kad su reperi na međusobno podjednakom rastojanju, što je prikazano u [4] (u ovom radu [1]), nego i u razmatranom slučaju, kad su reperi na međusobno nejednakom rastojanju. Međutim, pri oceni tačnosti treba uzeti u obzir uticaj grešaka datih veličina i njihove zavisnosti, što se čini, primenom korektivne formule«.

Iz ovog zaključka sledi da je autor tek sada došao do jednog novog saznanja da »njegova teorija« ima opšte značenje jer se ne postavlja uslov da reperi budu na istom međusobnom rastojanju i da o greškama datih veličina i njihovoj zavisnosti treba voditi računa samo pri oceni tačnosti.

Najzad u radu [4], dr Molnar nedvosmisleno odbacuje uopšten metod najmanjih kvadrata i kaže: »Primenom matematičke indukcije pokazuje se da formiranje fiktivne jednačine odstupanja predstavlja potreban i dovoljan uslov da se greške datih veličina i njihove zavisnosti uzmu u obzir pri određivanju kota repera neslobodne mreže primenom k. m. n. k«

Kolizija koja je istaknuta u zaključku rada [2] tek je sada jasna, da greške datih veličina i njihova zavisnost dolaze do izražaja, samo se, po mišljenju dr Molnara, uzimaju u obzir pomoću fiktivne jednačine odstupanja i klasične metode najmanjih kvadrata. Ostaje nejasno da li posle zaključka u radu [4], važi zaključak koji je autor dao u radu [3], da o greškama datih veličina treba voditi računa samo kod ocene tačnosti.

Ova portivurečnost koja je evidentna, ostaje dilema za Dr Molnara, ma da je jasno da ocena tačnosti odnosi se na one veličine koje se određuju iz

izravnanja. Ako su prisutne greške datih veličina, koje želimo respektovati, onda se o njima morati voditi računa kako pri izravnavanju tako i kod ocene tačnosti. Ovakva želja može se ostvariti na više načina koji obezbeđuju iste rezultate.

Ovaj uopšteni osvrt koji ukazuje samo na neke propuste i netačnosti koje se mogu naći u radovima Dr Molnara, nije ulazio u detalje koji zaslužuju posebnu pažnju.

## LITERATURA

- [1] Molnar I.: Određivanje nadmorske visine repera nižeg reda uzimanjem u obzir grešaka datih veličina, Geodetski list 7—9, Zagreb 1978. god.
- [2] Molnar I.: Izravnanje nivelmanske mreže nižeg reda, Geodetski list 7—9, Zagreb 1979. godine.
- [3] Molnar I.: Prilog izravnanju nivelmanskih mreža podelom u redove, Geodetski list 10—12, Zagreb 1979. godine.
- [4] Molnar I.: Prilog određivanju kota repera neslobodne mreže uzimanjem u obzir grešaka datih veličina i njihove zavisnosti, Geodetski list 1—3, Zagreb 1980. godine.
- [5] Mihailović, K.: Apsolutne i relativne greške traženih veličina u lokalnim mrežama, Zbornik Geodetskog instituta br. 14, Beograd 1973. g.
- [6] Mittermayer, E.: Zur Ausgleichung freier Netze, ZfV, 1972. god.

## REZIME

U radu se u opštim crtama skreće pažnja na propuste i nerealne zaključke koji se mogu naći u radovima [1], [2], [3] i [4].

## ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Aufsatz wird auf Versäumnisse und nicht realen Schlussfolgerungen, die man in Aufsätzen [1], [2], [3] und [4] finden kann, die Aufmerksamkeit gelenkt.

Primljeno: 1982-03-15