

UDK 528.482:513.43

528.063.1

Originalan znanstveni rad

ODREĐIVANJE KOORDINATA DIRALIŠTA VIZURNOG PRAVCA I NAGIBA IZVODNICE VERTIKALNOG OBJEKTA OBLIKA STOŠCA

Ivan KRIVIČIĆ — Rijeka*

UVOD

U geodetskoj praksi često se pojavljuje potreba da se neki objekt postavi u vertikalni položaj ili da se odredi odstupanje od vertikalnosti dotičnog objekta. To su npr.: kolone na rafinerijskim i petrokemijskim postrojenjima, visoki stupovi, tornjevi, dimnjaci, čelične konstrukcije itd.

Ako treba odrediti pomak ili deformaciju jednog takvog objekta, usporedit će se dva njegova snimljena stanja, do kojih se može doći različitim metodama mjerenja. Ukoliko se radi o objektu kružnog presjeka (takvi su u većini), nameće se neposredno kao najprihvatljivija metoda tangiranja, koja se sastoji u tome da na određenom presjeku (nivou) vizurom (kolimacijom osi) tangira lijevi i desni rub objekta.

Cjelovito rješenje postavljenog zadatka ovom metodom zahtijeva i određivanje koordinata točke tangiranja promatranog tijela, odnosno određivanja presjecišta vizurnog pravca i pravca izvodnice. Razmotrit će se najprije pretpostavke, na kojima počiva rješenje ovog problema.

Ako se pod određenim (fiksiranim) vertikalnim kutom, nitni križ teodolita dovede na lijevi i desni rub plašta vertikalnog objekta, mogu se očitati pravci na točke (dirališta) u kojima se siječe vizurni pravac s datom izvodnicom pretpostavljenog uspravnog kružnog stošca. Ako se to isto učini pod drugim vertikalnim kutom mogu se dobiti očitavanja na dirališta u jednom drugom presjeku (nivou). Tijelo koje određuju dva takva presjeka bit će krnji uspravni kružni stožac. Kako je već rečeno zanimaju nas koordinate tako dobivenih sjecišta i ujedno veličina vršnog kuta tako određenog stošca.

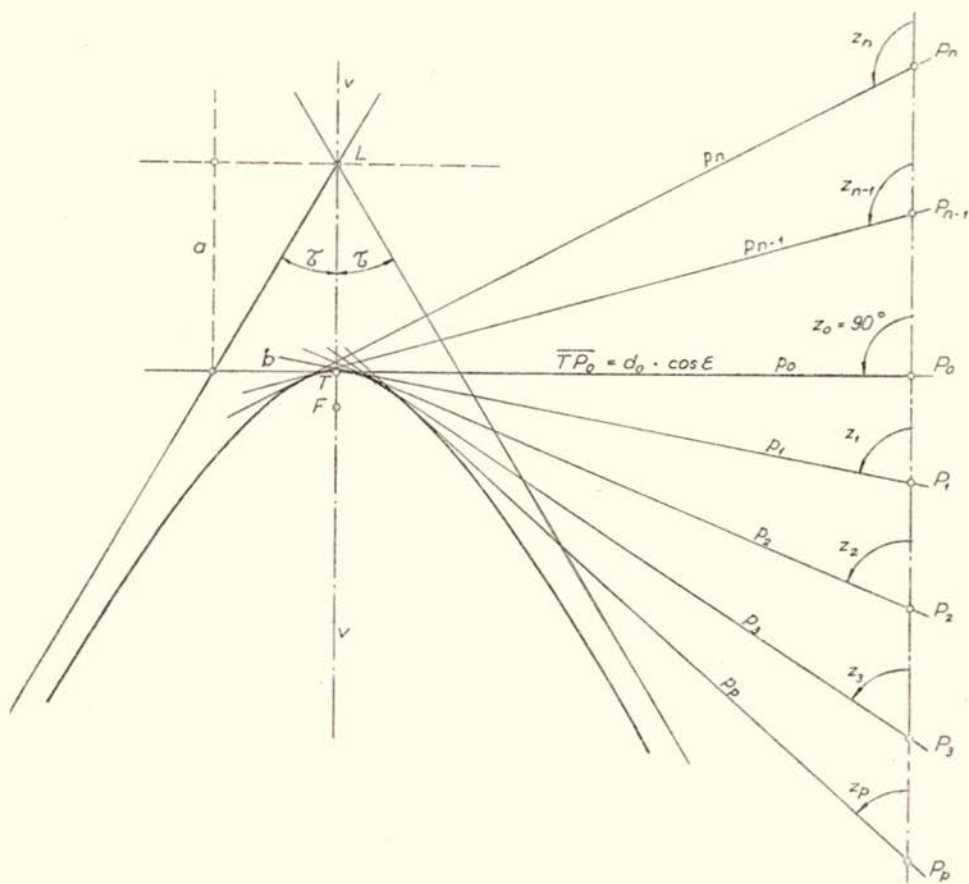
Najprije ćemo utvrditi da svaka normalna ravnina kroz točku P** sječe stožac po hiperboli, čija je ravnina k tome još i paralelna sa osi promatranog stošca. Jedan takav presjek prikazan je na slici 1, gdje ravnina crtanja odgova upravo vertikalnoj ravnini što je čini vertikalna kroz točku P i točka D₁, koja je određena veličinama:

$$R_1 = d_0 \sin \varepsilon_1 \text{ i } d_1 = d_0 \cdot \cos \varepsilon_1,$$

* Adresa autora: Mr Ivan Krivičić, dipl. inž., Geodetski zavod, Rijeka, F. Kresnika 33.

** Točkom P označeno je probodište vizurne osi s normalnom ravninom, u kojoj leži horizontalna os teodolita.

gdje je sa d_0 označena udaljenost točke P od osi stošca. Ako se sada zamisli da se instrument kreće po vertikali $v-v$, uz fiksni horizontalni kut ε_1 u odnosu na vertikalnu ravninu kroz P i O (os opažanog stožastog tijela), njegova vizura će, ostajući stalno u datoj vertikalnoj ravnini, opisivati jednu istu hiperbolu (slika 1.), a u položaju durbina, kad vizura tangira rub promatranog konusa, ona upravo pod tim vertikalnim kutom tangiraju hiperbolu, tako da pravci na slici 1. označeni sa $p_1, p_2, \dots, p_n; p_0, \dots, p_{n+1}, p_{n+2}, \dots, p_{n+r}$ imaju hiperbolu za ovojnicu. (Nas zanima njen donji krak, premda isto vrijedi i za gornji.)



Sl. 1

Vizura, koja bi prolazila od zamišljene točke P_0 , to jest ona horizontalna, tangirala bi hiperbolu u njezinom tjemenu (točka T), kao što se to lijepo vidi na slikama 1. 2. 3. i 4.

Iz teorije o čunosječnicima, posebno hiperboli, u našem slučaju vrijedi da su sve hiperbole međusobno slične pa je kut među asimptotama jednak vršnom kutu stošca 2τ .

Isto tako, radijus na određenom horizontalnom presjeku (na slici 1 pravac p_0), odnosno veličina $d_0 \cdot \sin \varepsilon$ predstavlja upravo poluos b hiperbole, dok joj je poluos a , što je odmah uočljivo, jednaka dužini \overline{TL} . Nadalje, lako se može zaključiti da svaka druga vertikalna ravnina kroz vertikalnu os instrumenta sječe naš stožac u hiperboli kojoj će poluos b biti jednaka veličini $R = d_0 \cdot \sin \varepsilon$ i koja će biti slična prethodnoj, tj. vrijedi (slika 3):

$$\begin{aligned} b_1 = R_1 = d_0 \cdot \sin \varepsilon_1; & \quad a_1 = b_1 \cdot \operatorname{ctg} \tau = d_0 \cdot \sin \varepsilon_1 \cdot \operatorname{ctg} \tau \\ b_2 = R_2 = d_0 \cdot \sin \varepsilon_2; & \quad a_2 = b_2 \cdot \operatorname{ctg} \tau = d_0 \cdot \sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{ctg} \tau \\ \text{---} & \quad \text{---} \\ b_n = R_n = d_0 \cdot \sin \varepsilon_n; & \quad a_n = b_n \cdot \operatorname{ctg} \tau = d_0 \cdot \sin \varepsilon_n \cdot \operatorname{ctg} \tau \end{aligned} \quad (1)$$

U ovim izrazima pojavljuju se kao konstante veličine d_0 i τ , pa i to ukazuje da su sve hiperbole ovako dobivene, međusobno povezane relacijom sličnosti (imaju jedinstvene asimptome). Svaka takva hiperbola je u prostoru određena horizontalnim kutem ε sa stajališta P i vizurom (zrakom) $P-A$, pod vertikalnim kutem V (ili zenitnom daljinom Z), koja je tangenta hiperbole.

Na slici 2 prikazno je ono što je utvrđeno za jednu takvu hiperbolu. (Točka P je već ranije definirana. Ona je prilikom svih opažanja bila u prostoru identična.) Ravnina označena sa ξ_0 je vertikalna PO' , odnosno vertikalna ravnina što je čine vertikalni pravci v i o (ovaj potonji predstavlja os pretpostavljenog uspravnog stošca).

Ravnina označena sa ξ_1 je vertikal PA'_1 , pod kutem ε_1 prema vertikalu $\overline{PO'}$, u kojem leži vizura (zraka) Z_1 , što tangira plašt stošca i samim tim određuje jednodružnu hiperbolu — naravno za određeni konus, o kojem se zasad zna samo položaj njegove osi. (Ona je, prema pretpostavci, vertikalna.) Zraka (vizura) $P-O$ u ravnini ξ_0 sječe os o pod fiksnim vertikalnim kutem V_1 (Z_1) i stvara razinu (horizontalnu ravninu) kroz 0 .

Vizura (zraka) $P-A$ pod istim vertikalnim kutom V_1 pogađa vertikalu v_1 , koja je na udaljenosti $d_0 \cdot \cos \varepsilon_1$ od vertikale v , te određuje razinu kroz tu točku. Treća razina je ona što je određuje točka T — tjeme hiperbole, a sadrži i zamišljenu točku P_0 , te tangira ovu hiperbolu u njenom tjemenu.

Navest ćemo ovdje analitičke izraze za veličine na slici 2:

$$\overline{PO'} = d_0$$

$$\varepsilon_1 \quad \text{Poznate (date) veličine}$$

$$V_1 (Z_1)$$

$$H_p = \text{visina točke } P$$

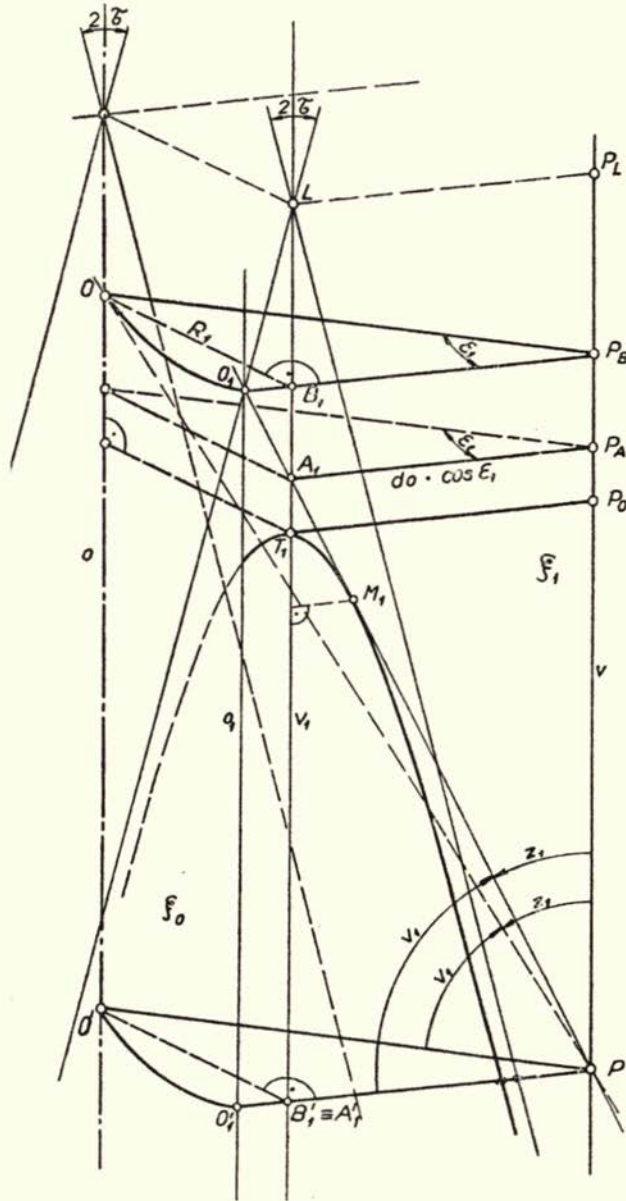
$$\overline{O'O} = \overline{O_1O'_1} = \overline{PP_B} = d_0 \cdot \operatorname{tg} V_1 \quad (2)$$

$$\overline{PP_A} = \overline{A_1A'_1} = d_0 \cdot \cos \varepsilon_1 \cdot \operatorname{tg} V_1 \quad (3)$$

$$\overline{A_1B_1} = H_B - H_A = d_0 \cdot (1 - \cos \varepsilon_1) \cdot \operatorname{tg} V_1 \quad (4)$$

$$\overline{OB_1} = R_1 = d_0 \cdot \sin \varepsilon_1 = b_1 = \text{poluos hiperbole}$$

Kad bi sad poznavali vršni kut 2τ promatranog stošca imali bi i visinu L_1 njegova vrha i razinu tjemena T hiperbole, pa bi iz relacije:

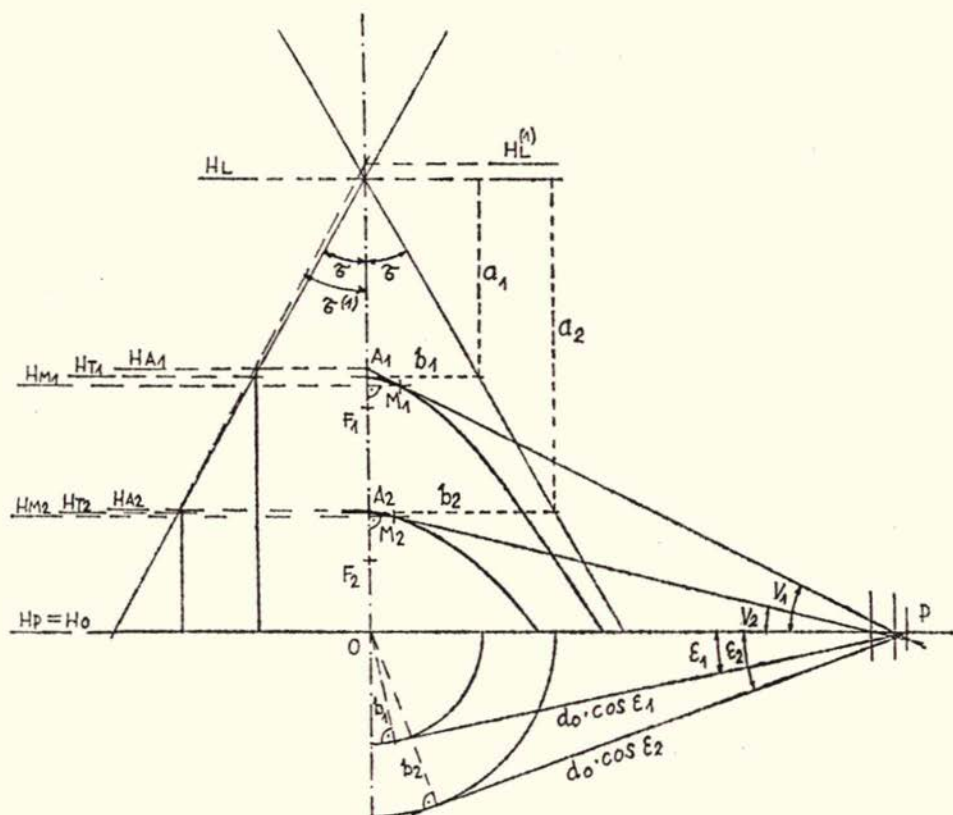


Sl. 2

$$\operatorname{tg} \tau = k_0 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{R_1}{a_1} \quad (\text{vidi sliku 3 i 6}).$$

proizašla, u prostoru potpuno određena, hiperbola:

$$\frac{X^2}{a_1^2} - \frac{Y^2}{b_1^2} = 1.$$



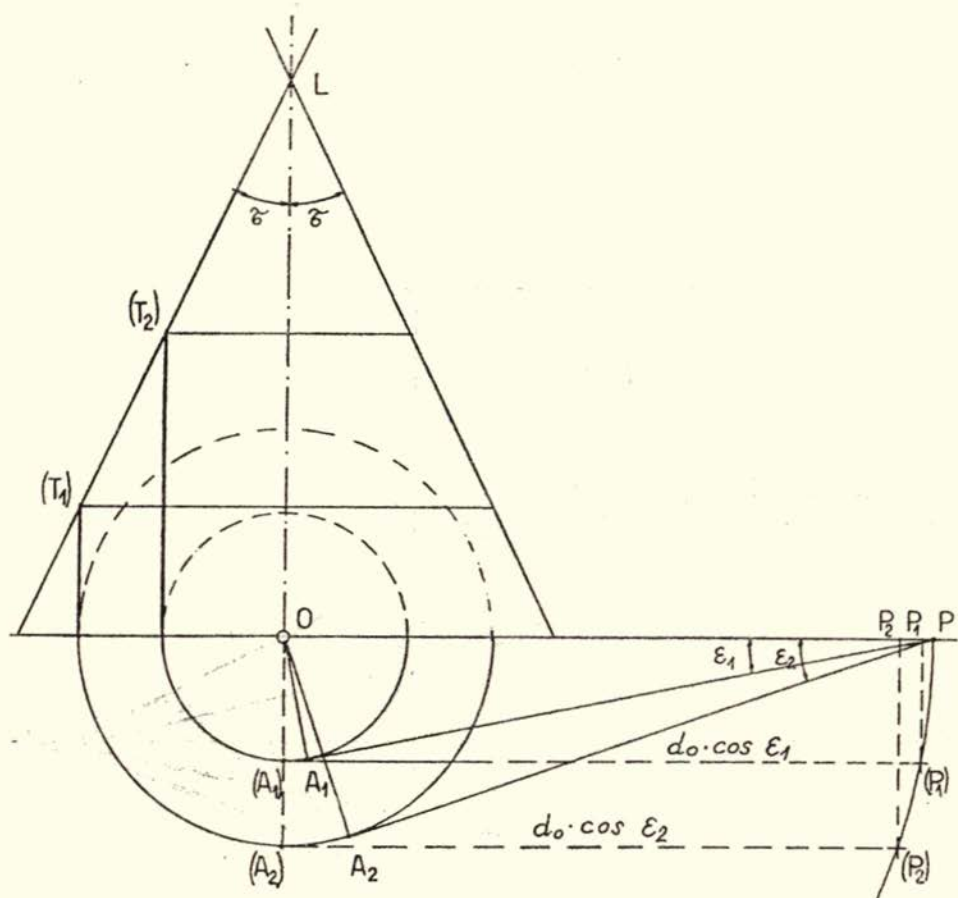
Sl. 3

Međutim, ovaj zadatak pretpostavlja tek određivanje elemenata stošca i njegov položaj u prostoru; u ovom slučaju element τ i visinu (razinu) L .

RJEŠENJE METODOM POSTEPENOG PRIBLIŽAVANJA

Za rješenje problema određivanja kuta τ i konačno dobivanje elemenata i položaja hiperbole te koordinata dirališta — točke M , izložit ću svoju metodu postepenog približavanja (iteracije), koja uspješno zamjenjuje egzaktno analitičko rješenje i već u nekoliko koraka dovodi do traženih rezultata (za praktične potrebe već u prvoj aproksimaciji). Evo u čemu se sastoji ova metoda.

Moglo se zapažiti već na slici 2, a to se vidi i na slikama 3 i 5, da je točka A_1 »u zraku«, tj. iznad probodišta vertikale v_1 — probodište je sama točka T_1 ,



Sl. 4

a točka M_1 je diralište. Ako se sada uzme u obzir druga vizura (ϵ_2, V_2), koja će tangirati plašt stošca, odnosno druga pripadna hiperbola u točki M_2 , te određivati točku A_2 i njenu visinu, pruža se mogućnost da se u prvoj aproksimaciji odredi element $\tau_{1,2}^{(1)}$ ovako:

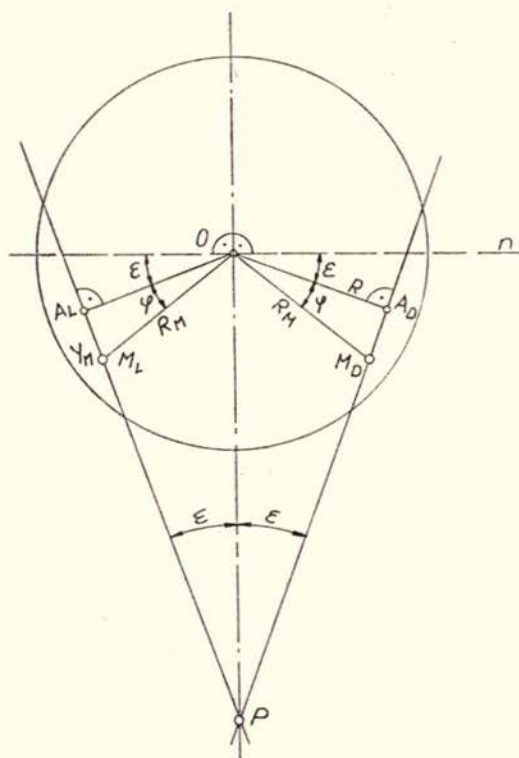
$$\operatorname{tg} \tau_{1,2}^{(1)} = k_0^{(1)} = \frac{R_2 - R_1}{H_{A1} - H_{A2}} = \frac{\Delta R}{\Delta H_A} = \frac{\Delta b}{\Delta H_A} \quad (5)$$

Ovime se ustvari postavila neka hiperbola koja ima svoje tjeme u točki A_1 odnosno u točki A_2 , tj. »podignute su hiperbole u istoj njihovoj ravnini i dobile se neke bliske hiperbole zadane elementima:

$$b = R, \quad k_0^{(1)} = \frac{\Delta R}{\Delta H_A} \quad \text{i} \quad a^{(1)} = \frac{b}{k_0^{(1)}}$$

Ako se sada takva hiperbola tangira pravcem koji ima isti koeficijent smjera kao vizura PA_1 (to će biti ova vizura vertikalno, translatorno pomak-

nuta — »podignuta«), dobit će se prema slici 7 veličina $\overline{A_1A_1^{(1)}}$, koja predstavlja ustvari pomak visina tjemena tih bliskih hiperbola, (izražen kao $\Delta H_T^{(1)}$).



Sl. 5

Da bi se to provelo analitički, treba najprije koordinate Y i X iz poznate jednadžbe hiperbole izraziti kao funkcije koeficijenta pravca tangente, jer nas zanimaju sada samo koordinate X_M i Y_M točke M. Polazeći od poznate jednadžbe za hiperbolu:

$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1 \quad \text{ili} \quad Y^2 = \frac{X^2}{a^2} \cdot b^2 - b^2,$$

deriviramo lijevu i desnu stranu:

$$2Y \cdot Y' = 2 \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot X$$

$$Y' = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{X}{Y} = \pm \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{X}{\sqrt{X^2 \cdot \frac{b^2}{a^2} - b^2}}$$

Postavimo: $Y' = k$ (koeficijent smjera vizurnog pravca); slijedi:

$$k^2 \cdot \frac{X^2 \cdot \frac{b^2}{a^2} - b^2}{X^2} = \frac{b^4}{a^4} \quad \text{i}$$

$$\frac{k^2 \cdot b^2}{X^2} = \frac{b^2}{a^2} \cdot \left(k^2 - \frac{b^2}{a^2} \right).$$

Izrazimo recipročno:

$$\frac{X^2}{k^2} = \frac{a^2 \cdot b^2}{b^2 \cdot \left(k^2 - \frac{b^2}{a^2} \right)}$$

Odavde dobivamo:

$$X = \pm \frac{k \cdot a}{\sqrt{k^2 - \frac{b^2}{a^2}}} = \pm \frac{a}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_0}{k}\right)^2}}. \quad (6)$$

Uvrštavajući ovako izraženi X u jednadžbu hiperbole:

$$Y^2 = \frac{X^2}{a^2} \cdot b^2 - b^2, \text{ dobiva se dalje:}$$

$$Y^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{k^2 \cdot a^2}{k^2 - \frac{b^2}{a^2}} - b^2 = \frac{b^2 \cdot k^2 \cdot a^2}{a^2 \cdot k^2 - b^2} - b^2 \quad \text{i}$$

$$Y^2 = \frac{b^4}{a^2 \cdot k^2 - b^2}, \text{ pa opet:}$$

$$Y = \pm \frac{b}{\sqrt{\frac{a^2 \cdot k^2}{b^2} - 1}} = \pm \frac{b}{\sqrt{\left(\frac{k}{k_0}\right)^2 - 1}} \quad (7)$$

Iteracija počinje od prvog približnog $k_0^{(1)}$, koji je dobiven prema (5). Iz njega proizlazi prva aproksimacija za poluos a :

$$a^{(1)} = \frac{b}{k_0^{(1)}} \quad (8)$$

S tim veličinama, uz pomoć formula (6) i (7), dobiva se prvo približenje za koordinate: $X_M^{(1)}$, $Y_M^{(1)}$.

Sada se izračuna veličina:

$$\Delta a^{(1)} = Y^{(1)} \cdot \text{tg } V - X^{(1)} + a^{(1)}, \quad (9)$$

pa preko izraza:

$$H_T^{(2)} = H_T^{(1)} - \Delta^2 a^{(1)}, \text{ druga aproksimacija za } k_0:$$

$$\operatorname{tg} \tau^{(2)} = k_0^{(2)} = \frac{\Delta b}{\Delta H_T^{(2)}}, \text{ to jest za svaki naredni korak}$$

vrijedi općenito:

$$H_T^{(n+1)} = H_T^{(n)} - \Delta^2 a^{(n)} \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \tau^{(n+1)} = k_0^{(n+1)} = \frac{\Delta b}{\Delta H_T^{(n+1)}}. \quad (10')$$

Ovdje je:

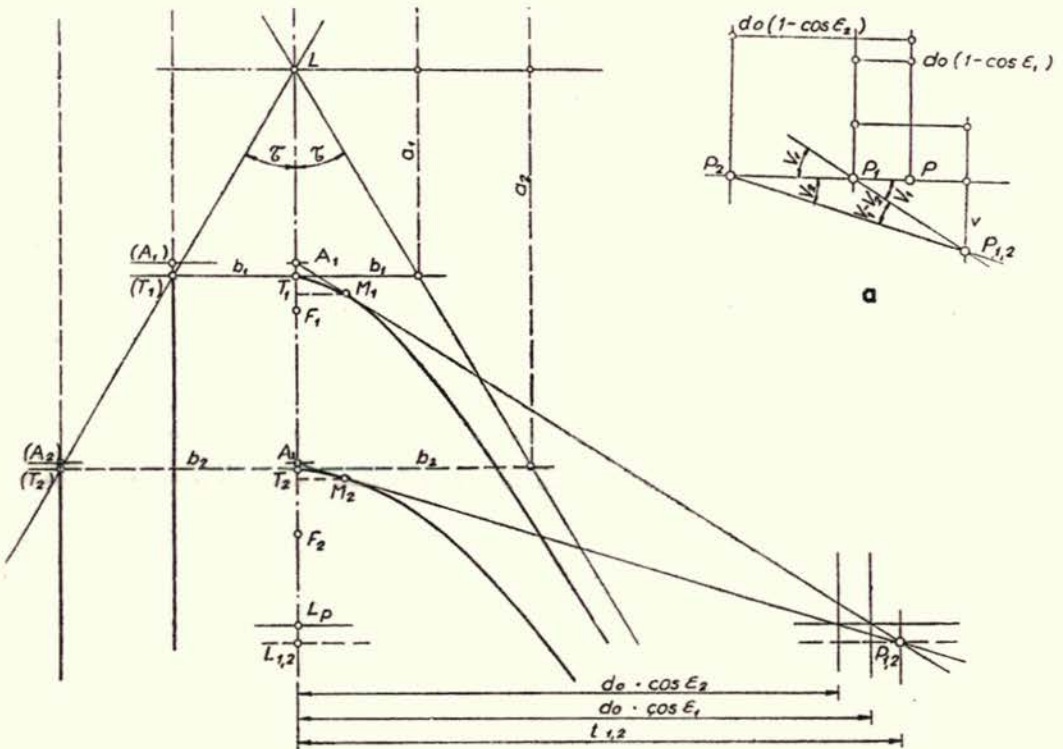
$$\Delta^2 a_i^{(n)} = \Delta_i^{(n)} - \Delta a_i^{(n-1)}, \text{ a}$$

$$\Delta H_T^{(n+1)} = H_{T(0)}^{(n+1)} - H_{T(d+1)}^{(n+1)},$$

gdje je sa i označen broj promatranog presjeka.

Za provjeru ispravnosti računanja i kao kriterij za ocjenu postignutog stupnja približenja poslužiti će formula:

$$\operatorname{tg} V = \frac{H_M}{d_0 \cdot \cos \varepsilon - Y_M} \quad (\text{prema sl. 3, 6 i 6a}) \quad (11)$$

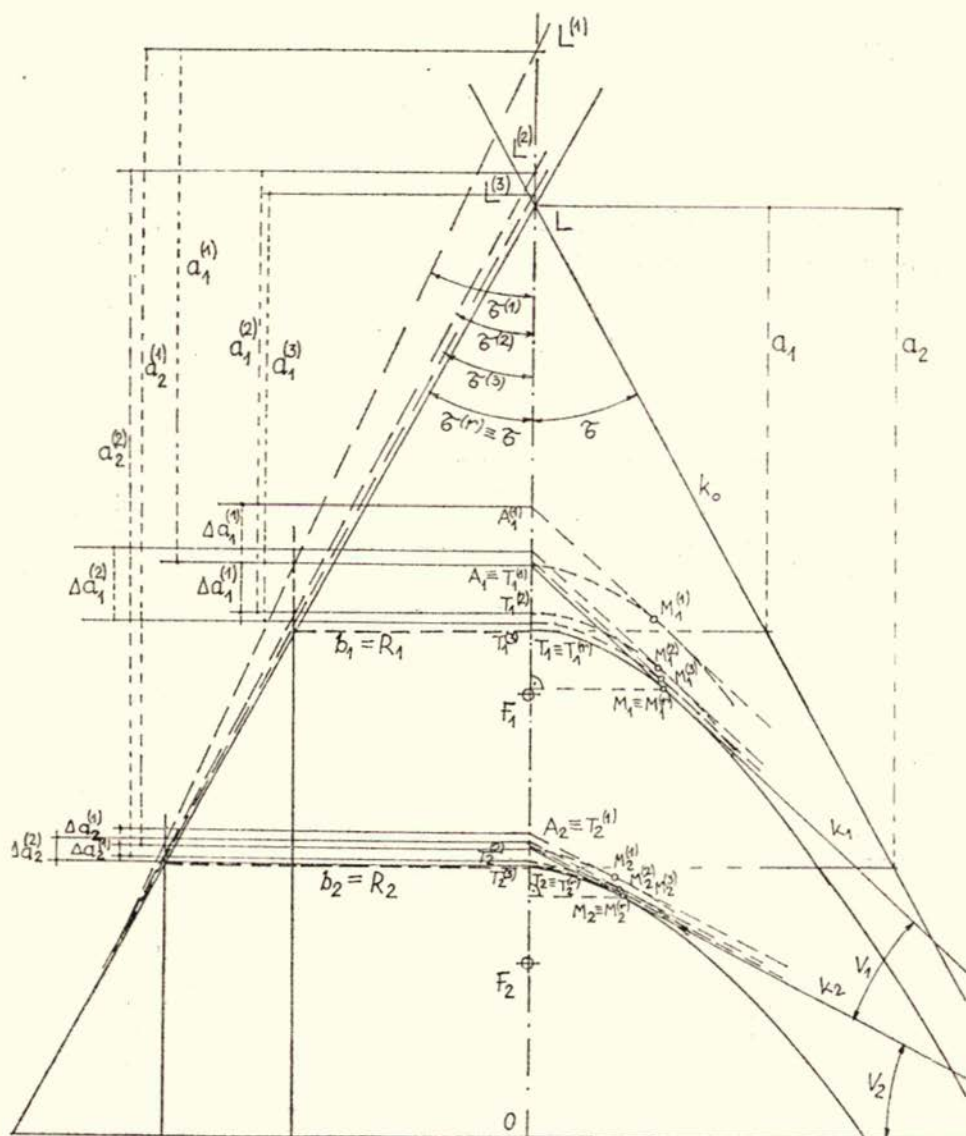


Sl. 6

gdje je H_M i Y_M predstavljaju postupne aproksimacije točke M , do završnih H_{M0} , X_{M0} i Y_{M0} , koje trebaju prema (11) dati polazni kut V (ili Z).

Na osnovu svega ovdje iznijetog u vezi računanja koordinata i visina dirališta M i vršnog kuta 2τ , izrađen je priloženi formular i izračunat jedan primjer uz slike 3 i 7, u kojima je to sve ilustrirano i provjereno.

U istom primjeru možemo uočiti vrlo izrazitu konvergenciju nizova izračunatih postupnih vrijednosti za veličine u rubrikama 4—12.



Sl. 7

Ako na primjer, načinimo diferencije: $\Delta k_0^{(n)}$, $\Delta Y_M^{(n)}$ i $\Delta X_M^{(n)}$, veličina: $k_0^{(n)}$, $Y_M^{(n)}$ i $X_M^{(n)}$ (iz primjera), pa iz njih kvocijente:

$$\frac{\Delta k_0^{(n)}}{\Delta k_0^{(n-1)}}, \frac{\Delta Y_M^{(n)}}{\Delta Y_M^{(n-1)}}, \frac{\Delta X_M^{(n)}}{\Delta X_M^{(n-1)}},$$

možemo se u to još bolje osvjedočiti.

Ukoliko nas zanima i kut, na slici 5 označen s φ , njega se lako dobije za određeni presjek, kao:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Y_M}{R} = \frac{Y_M}{b}, \quad (12)$$

dok je radijus stošca na razini H_M jednak:

$$R_M = \frac{b}{\cos \varphi}. \quad (12')$$

MOGUĆNOST EGZAKTNOG ANALITIČKOG ODREĐIVANJA KOORDINATA DIRALIŠTA VIZURNOG PRAVCA I VRŠNOG KUTA STOŠCA

Egzaktno analitičko rješenje istog problema sastoji se u tome da se koordinate točaka M_1 , M_2 : X_{M1} , Y_{M1} i X_{M2} , Y_{M2} izraze dvojako: pomoću jednadžbi hiperbola (izrazi (6) i (7)) i pomoću jednadžbi pravaca, pa se ti izrazi izjednače.

Ako se pravci prikažu kao (slika 8):

$$Y_1 = k_1 \cdot X_1 + l_1$$

$$Y_2 = k_2 \cdot X_2 + l_2$$

a za točke M_1 i M_2 postavimo:

$$Y_{M1} = k_1 \cdot X_{M1} + l_1$$

$$Y_{M2} = k_2 \cdot X_{M2} + l_2, \text{ dobit ćemo dvije jednadžbe:}$$

$$\frac{b_1}{\sqrt{\left(\frac{k_1}{k_0}\right)^2 - 1}} = k_1 \cdot X_{M1} + l_1 \quad \text{i} \quad (13)$$

$$\frac{b_2}{\sqrt{\left(\frac{k_2}{k_0}\right)^2 - 1}} = k_2 \cdot X_{M2} + l_2. \quad (13')$$

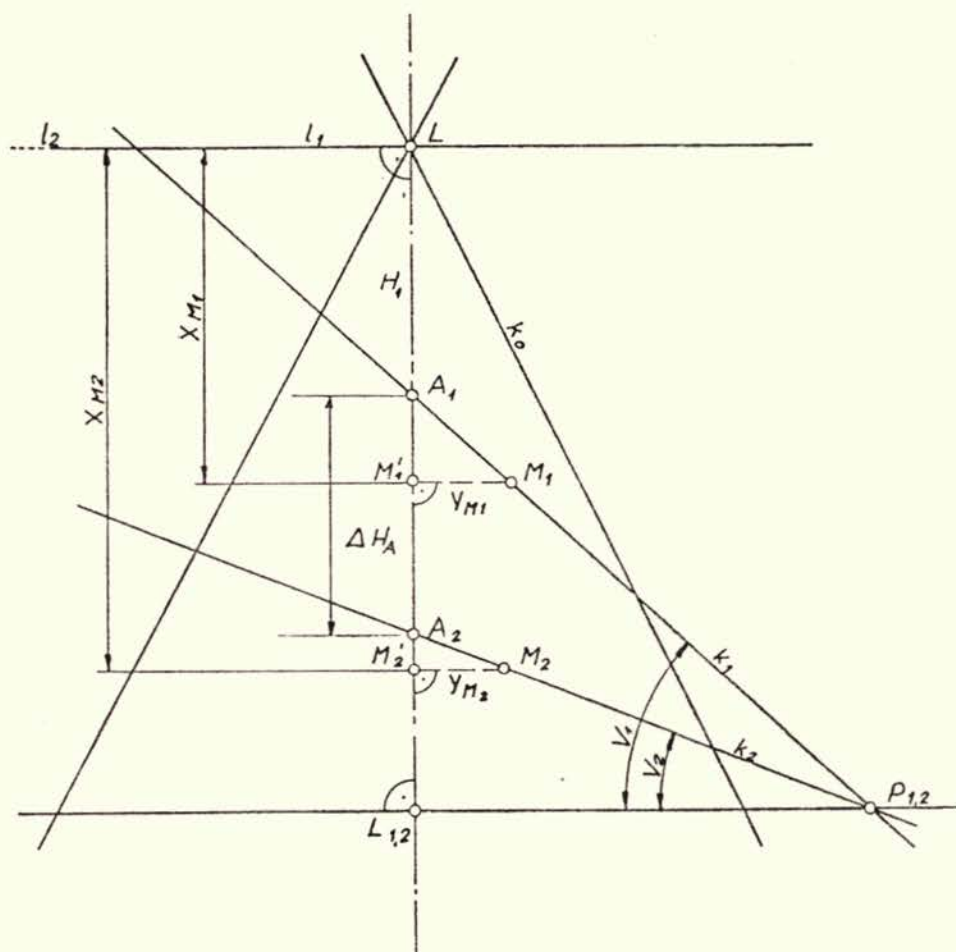
Postavimo sada prema slici 8 ovu jednadžbu:

$$X_{M2} = X_{M1} - \frac{Y_{M1}}{k_1} + \Delta H_A + \frac{Y_{M2}}{k_2} \quad (13'')$$

Primjer računanja koordinata točke tangiranja i vršnog kuta konusa metodom postepenog približavanja.*

Broj pre-sjeka	Vert. kut V		R = b	H _I ⁽ⁿ⁾	tg τ ⁽ⁿ⁾ = k ₀ ⁽ⁿ⁾ τ	a ⁽ⁿ⁾ = b / k ₀ ⁽ⁿ⁾	Y _M ⁽ⁿ⁾	X _M ⁽ⁿ⁾	Δa ⁽ⁿ⁾	Δ ² a ⁽ⁿ⁾	H _M ⁽ⁿ⁾	Vert. kut V
	Horiz. kut ε											
1	26° 34' 00"		3	48,9349 47,5346 47,4851 47,4833 47,4832	5	6	7	8	9	10	11	12
1	26° 34' 00"				0,534862 0,552936 0,553606 0,553631	38,44633 37,18963 37,14465 37,14298 37,14291	5,70762 5,91618 5,92393 5,92422 5,92423	39,89981 38,69818 38,65525 37,65366 38,65360	1,40053 1,44974 1,45157 1,45164 1,45164	1,40053 0,04921 0,00183 0,00007 0,00000	47,48141 46,02580 45,97454 45,97264 45,97257 45,97256	27° 15' 32",43 26° 35' 28",30 26° 34' 03",28 26° 34' 00",12 26° 34' 00",00
2	13° 30' 00"			22,5167 21,9797 21,9614 21,9607 21,9607	28° 58' 13",1	64,86450 62,74426 62,66837 62,66555 62,66545 62,66544	4,49216 4,64663 4,65236 4,65257 4,65258	65,40598 63,30451 63,22932 63,22653 63,22643 63,22642	0,53699 0,55300 0,55598 0,55600 0,55600	0,53699 0,01831 0,00068 0,00003 0,00000	21,97524 21,41947 21,40047 21,39976 21,39974	13° 49' 31",18 13° 30' 40",05 13° 30' 01",48 13° 30' 00",06 13° 30' 00",00
	20° 18' 00"		34,6936									

* Ovaj primjer je računat na računaru: TI Programm. 59, po programu koji je izradio Ivan Antoliš, Geodetski Zavod Rijeka.



Sl. 8

Poznatu veličinu ΔH_A u njoj možemo izraziti i na slijedeći način (slika 6):

$$t_{1,2} \cdot \operatorname{tg} V_1 = H_{A1}$$

$$t_{1,2} \cdot \operatorname{tg} V_2 = H_{A2}, \text{ iz čega nakon oduzimanja slijedi:}$$

$$t_{1,2} \cdot (\operatorname{tg} V_1 - \operatorname{tg} V_2) = \Delta H_A \text{ i}$$

$$\Delta H_A = t_{1,2} \cdot \frac{k_2 - k_1}{k_1 \cdot k_2}, \quad (14)$$

budući da je, kao što znamo:

$$\operatorname{tg} V_1 = \frac{1}{k_1} \text{ i } \operatorname{tg} V_2 = \frac{1}{k_2}.$$

Iz jednakosti (14) proizlazi novo uvedena veličina $t_{1,2}$, koja je jednaka dužini $P_{1,2}L_{1,2}$ (prema slici 6) i za svaki par (V_{n-1}, V_n) je različita.

Uvrstimo li izraze (13'') i 13) u jednadžbu (13') dobivamo:

$$\frac{b_2}{\sqrt{\left(\frac{k_2}{k_0}\right)^2 - 1}} = k_2 \cdot X_{M1} - \frac{k_2}{k_1} \cdot Y_{M1} + Y_{M2} + \frac{t_{1,2}(k_2 - k_1)}{k_1} + l_2. \quad (14')$$

Pomoću (6) i (7) dobiva se konačno (15):

$$\begin{aligned} \frac{k_2}{k_0} \cdot \left(\frac{b_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_0}{k_1}\right)^2}} - \frac{b_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_0}{k_2}\right)^2}} \right) - \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{b_1}{\sqrt{\left(\frac{k_1}{k_0}\right)^2 - 1}} + \\ + \frac{b_2}{\sqrt{\left(\frac{k_2}{k_0}\right)^2 - 1}} + t_{1,2} \cdot \left(\frac{k_2}{k_1} - 1 \right) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Kao što se vidi dobila se jednadžba u kojoj se pojavljuje kao nepoznanica veličina $k_0 = \frac{b}{a} = \text{tg } \tau$, koja se inače u ranije izloženoj iterativnoj metodi, dobila vrlo jednostavno. Ova jednadžba može poslužiti kao još jedna nezavisna kontrola i provjera izvršenih računanja veličina k_0 , Y_M i X_M po izloženoj metodi postepenog približavanja.

Može se još zaključno napomenuti, da bi se nakon iznalaženja koeficijenta smjera jedinstvenih asimptoma $k_0 = \pm \text{tg } \tau$, koordinate točaka: $M_1(X_{M1}, Y_{M1})$; $M_2(X_{M2}, Y_{M2})$; ...; $M_n(X_{Mn}, Y_{Mn})$, dobile iz izraza (6) i (7) kao njihove egzaktno vrijednosti.

Pošto kružni valjak predstavlja specijalan slučaj kružnog stošca ($\tau = 0$), vrijedi (prema sl. 2. i 5.):

$$\begin{aligned} Y_M &= 0 \\ \varphi &= 0 \quad \text{i:} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\overline{PP_A} = \overline{AA'} = H_M = d_0 \cdot \cos \varepsilon \cdot \text{tg } V.$$

U slučaju vertikalnog objekta oblika kružnog (rotacionog) paraboloida, moći će se dobivene vrijednosti za Y_M , X_M , H_M i τ , uz pomoć adekvatnih interpolacija iskoristiti za dobivanje njegovih elemenata, no to nije u opsegu ovog članka.

LITERATURA

- [1] Benčić D.: Geodetski instrumenti II dio, Sveučilište u Zagrebu 1973.
- [2] Bertolino M.: Numerička analiza, PFV »Oeconomica«, Beograd 1972.
- [3] Blanuša D.: Viša matematika I-2, Tehnička knjiga, Zagreb 1965.
- [4] Bronštejn I. N. Semendjajev K. A.: Matematički priručnik Tehnička knjiga, Zagreb 1964.
- [5] Niče V.: Deskriptivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb 1952.

SAŽETAK

U članku je obrađena originalna metoda simultanog računanja koordinata dirališta vizurnog pravca i nagiba izvodnice vertikalnog objekta oblika stošca, zasnovana na postepenom približavanju.

Isto tako je prikazan postupak, koji vodi u egzaktno analitičko rješenje istog problema, a ovdje je iskorišten za nezavisnu, vanjsku kontrolu dobivenih rezultata.

ABSTRACT

In the present paper is described an original simultaneous method, based on the gradual approaching (iteration), for calculation of the sight line's touching point coordinates and the generatrix inclination of a vertical circular cone shaped object.

In the same way a procedure is given, used here for independent control of the obtained results, that also leads into exact analytical solution of the problem involved.

Primljeno: 1982-02-20