UDK 528.14:528.022.62
528.526.6 GAK 1
Originalan znanstveni rad

ODREĐIVANJE NAJVEROVATNIJE VREDNOSTI I OCENA TAČNOSTI POLOŽAJA NULTE LINIJE ŽIROSKOPSKIH OSCILACIJA PO METODI PROLAZA

Zoran POPOVIĆ — Beograd*

1. UVOD

Postoji više metoda za određivanje pravca severa pomoću žiroteodolita koje su u funkciji zahtevane tačnosti. Neke od njih obezbeđuju brzinu približnog orijentisanja, ali im je tačnost mala (sr. kv. greška je reda 10′—15′). To je, međutim, dovoljno kao priprema za početak rada preciznijih metoda, kao npr. metode povratnih tačaka, metode prolaza, modifikovane amplitudne metode (MAMET), itd.

Kod metode povratnih tačaka opažač kroz okular prati kretanje žiro marke i pomeranjem alhidade održava marku na nultoj crti skale sve dok marka ne dostigne najveće udaljenje, od pravca severa u_1, u_2 itd. (sl. 1). Time se eliminiše uticaj torzije na traku žiroskopa i oscilovanje samog žiroskopa. Pomeranje alhidade u trzajima ili u suprotnom smeru prouzrokuje dodatne obrtne impulse koji ometaju simetrično kružno oscilovanje žiroskopa i na taj način utiču na tačnost određivanja pravca severa. Ovakav način rada iziskuje veliku izvežbanost i iskustvo i brzo zamara opažača.

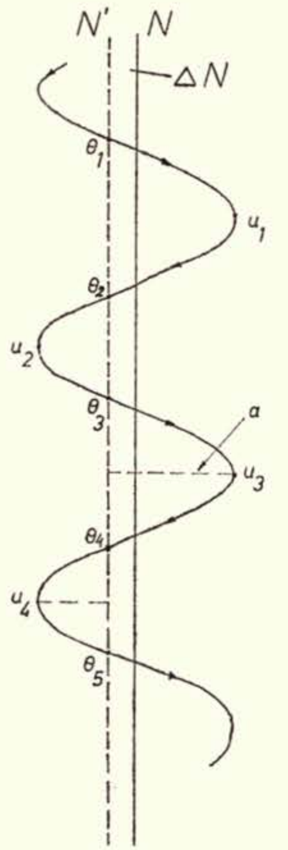
Međutim, kod metode prolaza alhidada je ukočena ,a vizura pokazuje približan pravac severa. To omogućuje opažaču da za vreme rada žiroskopa kroz okular prati kretanje žiro marke, koja za sve vreme rada ostaje u vidnom polju okulara, čime je izbegnut kontakt opažača i instrumenta. Prednosti metode prolaza su očigledne i pokazuju se ocenom tačnosti izvršenih merenja [1].

2. ODREĐIVANJE NAJVEROVATNIJE VREDNOSTI POPRAVKE PRAVCA SEVERA NE UZIMAJUĆI U OBZIR KORELACIJU

Pošto je nekom od približnih metoda teodolit postavljen u pravac severa (N′), na poznati način, primenom metode, prolaza moguće je odrediti popravku pravca severa ΔN [3],

$$\Delta N = c \cdot \Delta t \cdot a \tag{1}$$

* Zoran Popović, dipl. inž., Geodetska tehnička škola, Beograd, Milana Rakića 42.



Sl. 1 Sinusna oscilacija žiro marke

gdje je

c — faktor proporcionalnosti koji se određuje za svaki instrument,

Δt — razlika vremena između uzastopnih prolaza žiro marke preko nulte crte skale žiroskopa, sa predznakom $\pm$,

a — amplituda (sredina istočnih + i zapadnih — vrednosti).

Predznak korekcije ΔN određuje vremenska razlika Δt, pa, ukoliko se izvrši više čitanja prolaza žiro marke preko nulte crte skale, dobiće se više vrednnosti za ΔN.

Po metodi prolaza (Schwendener) iz tri vrednnosti za ΔN određuje se najverovatnija putem proste aritmetičke sredine:

$$\Delta N = \frac{\sum_{i=1}^{3} \Delta N_i}{3} \tag{2}$$

a popravljena vrednost pravca severa, kao zbir približne vrednosti N' i korekcije ΔN:

$$N = N' + \Delta N \tag{3}$$

Ocenu tačnosti dobivenih popravaka ΔN_i moguće je izvršiti po poznatoj formuli:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n-1}} \tag{4}$$

Međutim- određivanje najverovatnije vrednosti i ocenu tačnosti trebalo bi izvršiti na sledeći način.

3. ODREĐIVANJE NAJVEROVATNIJE VREDNOSTI ZA ΔN UZIMAJUĆI U OBRAČUN KORELACIJU

Razlike Δt iz jednačine (1) možemo predstaviti u obliku:

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= \Theta_1 - 2\Theta_2 + \Theta_3 \\ \Delta t_2 &= -\Theta_2 + 2\Theta_3 - \Theta_4 \\ \Delta t_3 &= \Theta_3 - 2\Theta_4 + \Theta_5 \end{aligned} \tag{5}$$

ili,

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= -\Theta_1 + 2\Theta_2 - \Theta_3 \\ \Delta t_2 &= \Theta_2 - 2\Theta_3 + \Theta_4 \\ \Delta t_3 &= -\Theta_3 + 2\Theta_4 - \Theta_5 \end{aligned} \tag{6}$$

prema tome da li je predznak prve razlike $(\Theta_2 - \Theta_1)$ minus (—), ili, plus (+), respektivno. Pomenuti predznak određuje se sa skale žiroskopa pri kretanju žiro marke sa zapadne (+), ili, istočne (—) strane severa.

Θ_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ predstavljaju markirana vremena na štoperici pri prolazu žiro marke preko nulte crte skale žiroskopa. Zamenom vrednosti (5) i (6) u (2) i posle sređivanja dobija se:

$$\Delta N = \frac{a\,c}{3}(\Theta_1 - 3\Theta_2 + 4\Theta_3 - 3\Theta_4 + \Theta_5)$$

ili, (7)

$$\Delta N = \frac{a\,c}{3}(-\Theta_1 + 3\Theta_2 - 4\Theta_3 + 3\Theta_4 - \Theta_5)$$

respektivno.

Međutim, Δt_i međusobno su zavisne veličine što se dokazuje koeficijentima korelacije r_{12}, r_{13}, r_{23}, sračunatim na poznati način [2],

$$r_{12} = \frac{E(\Delta t_1 \Delta t_2)}{\sqrt{\sigma^2_{\Delta t1} \cdot \sigma^2_{\Delta t2}}} = 0{,}67$$

$$r_{13} = \frac{E(\Delta t_1 \Delta t_3)}{\sqrt{\sigma^2_{\Delta t1} \cdot \sigma^2_{\Delta t3}}} = 0{,}17 \tag{8}$$

$$r_{13} = \frac{E(\Delta t_2 \Delta t_3)}{\sqrt{\sigma^2_{\Delta t3} \cdot \sigma^2_{\Delta t2}}} = 0{,}67$$

gde je:

E (Δt_i Δt_i matematička nada proizvoda razlika (Δt_i Δt_i) $\sigma_{\Delta ti}$ varijansa razlika Δt_i.

Vrednosti koeficijenata date izrazima (8) odnose se istovremeno na jednačine (5) i (6).

Sada se najverovatnija vrednost za ΔN može odrediti po principu uopštene aritmetičke sredine [2],

$$\Delta N = \frac{e^* Q^{-1}_{\Delta N} \Delta N}{e^* Q^{-1}_{\Delta N} e} \tag{9}$$

gde je,

$Q_{\Delta N}$ korelaciona matrica kojom se definiše zavisnost između veličina ΔN_i, dimenzija ($n \times n$), $\Sigma_i (Q_{ij}) \neq 0$,

$e^* = \| 1\ 1 \ldots 1 \|$ jedinični vektor dimenzija ($1 \times n$),

$\Delta N^* = \| \Delta N_1\ \Delta N_2\ \Delta N_3 \|$ vektor merenih veličina.

Ako usvojimo da su težine za sve tri vrednosti ΔN_1, ΔN_2 i ΔN_3 jednake,

$$P_{\Delta N1} = P_{\Delta N2} = P_{\Delta N3} = 1 \tag{10}$$

korelaciona matrica $Q_{\Delta N}$ imaće sledeći oblik [2],

$$Q_{\Delta N} = \begin{Vmatrix} 1 & 0{,}67 & 0{,}17 \\ 0{,}67 & 1 & 0{,}67 \\ 0{,}17 & 0{,}67 & 1 \end{Vmatrix} = Q^* \tag{11}$$

Inverzna matrica je:

$$Q^{-1}_{\Delta N} = \begin{Vmatrix} 2{,}43958 & -2{,}46171 & 1{,}23462 \\ -2{,}46171 & 4{,}29880 & -2{,}46171 \\ 1{,}23462 & -2{,}46171 & 2{,}43958 \end{Vmatrix} \tag{12}$$

a proizvod,

$$e^* Q^{-1}_{\Delta N} e = 1{,}80036 \tag{13}$$

Zamennom vrednosti (7), (12) i (13) u (9) dobija se:

$$N = \frac{a\,c}{K_1}\left[K_2(\Theta_1 + \Theta_5) - K_1(\Theta_2 + \Theta_4) + K_3\Theta_3\right]$$

ili,

$$N = \frac{a\,c}{K_1}\left[-K_2(\Theta_1 + \Theta_5) + K_1(\Theta_2 + \Theta_4) - K_3\Theta_3\right] \tag{14}$$

Najverovatnija vrednnost popravke ΔN određena na ovaj način važi za slučaj dve pune oscilacije žiro marke, tj. pet markiranih vremena pri prolazu marke žiroskopa preko nulte crte skale, pri čemu su konstante jednake: $K_1 = 1{,}80036$, $K_2 = 1{,}21249$, $K_3 = 1{,}17574$.

Međutim, ukoliko se zadržimo na četiri markirana vremena (3/2 oscilacija, dve razlike Δt_i), računanje najverovatnije vrednosti za ΔN pomoću proste i uopštene aritmetičke sredine dovodi do istog rezultata. To se dokazuje sledećim izrazima dobijenim po prethodnom postupku:

— pomoću proste aritmetičke sredine

$$\Delta N = \frac{a\,c}{2}(\Theta_1 - 3\,\Theta_2 + 3\,\Theta_3 - \Theta_4)$$

ili,

$$\Delta N = \frac{a\,c}{2}(-\,\Theta_2 + 3\,\Theta_2 - 3\,\Theta_3 + \Theta_4) \tag{15}$$

— pomoću uopštene aritmetičke sredine

$$\Delta N = \frac{a\,c}{K_4}\Big[-\,K_5\,(\Theta_4 - \Theta_1) + K_6\,(\Theta_3 - \Theta_2)\Big]$$

$$\Delta N = \frac{a\,c}{K_4}\Big[K_5\,(\Theta_4 - \Theta_1) - K_6\,(\Theta_3 - \Theta_2)\Big] \tag{16}$$

gdje je

$$K_4 = 1{,}1976,\ K_5 = 0{,}5988,\ K_6 = 1{,}7964.$$

4. OCENA TAČNOSTI

Srednja kvadratska greška jednog određivanja popravke ΔN za slučaj (9) vrši se po formuli, [2],

$$\eta = \pm \sqrt{\frac{V^{\star}\,Q_{\Delta N}^{-1}\,V}{n-1}} \tag{17}$$

a sr. kv. greška uopštene aritmetičke sredine je:

$$m_{\Delta N} = \eta \cdot \sqrt{\frac{1}{e^{\star}\,Q_{\Delta N}^{-1}\,e}} \tag{18}$$

5. PRIMER

Na osnovi merenja izvršenih žiroteodolitom GAK 1 na stranama jedne tunelske mreže, sračunate su najverovatnije vrednosti popravke ΔN putem proste (7) i uopštene (14) aritmetičke sredine kao i ocena tačnosti po formulama (4), (17) i (18). Rezultati su prezentirani u tabeli 1. Tabela 2 sadrži vrednosti popravaka sračunatih za slučaj (15) i (16).

6. ZAKLJUČAK

Kod preciznijih radova na određivanju azimuta geodetske strane žiroteodolitom GAK 1 po metodi prolaza (Schwendener), potrebno je popravku pravca severa $\triangle N$ računati iz tri vrednosti, pomoću uopštene aritmetičke sredine (14). Ocena tačnosti po formuli (17) pruža tada realnu informaciju o postignutoj unutrašnjoj tačnosti određivanja popravke $\triangle N$. Dokazano je, takođe, da pri merenju dve razlike $\triangle t$, popravke $\triangle N$ treba računati po (15) i (16).

Napomena:

Autor članka najsrdačnije se zahvaljuje prof. dr. Vladeti S. Milovanoviću na savetima i sugestijama pri izradi ovoga rada.

TABELA 1

ARITMETIČKA SREDINA									
PROSTA					UOPŠTENA				
No	N I	N II	m II	m_{sr} II	No	N I	N II	η II	m_{sr} II
1	−1	21.6	4,04	2,33	1	−1	19,8	5,95	4,43
2	−0	07,2	6,35	3,67	2	−0	03,5	9,73	7,25
3	−1	47,3	3,46	2,0	3	−1	45,3	5,41	4,03
4	+0	37,0	4,98	2.88	4	+0	35,5	6,29	4,69
5	−0	01,2	10,38	5,99	5	−0	04,9	16,22	12,1
6	+0	37,8	2,40	1,38	6	+0	40,0	5,32	3,96
7	−0	10,2	4,58	2,64	7	−0	09,1	4,92	3,67
8	+0	13,4	3,51	2,03	8	+0	12,8	4,04	3,01

TABELA 2

ARITMETIČKA SREDINA										
PROSTA					UOPŠTENA					
No	ΔN I	II	m II	$m_{sr.}$ II	No	ΔN I	II	η II	$m_{sr.}$ II
1	−1	24,0	0	0	1	−1	24,0	0	0
2	−0	05,4	7,80	5,51	2	−0	05,4	13,20	12,0
3	−1	49,2	0	0	3	−1	49,2	0	0
4	+0	40,2	1,80	1,27	4	+0	40,2	2,94	2,69
5	−0	07,2	0	0	5	−0	07,2	0	0
6	+0	37,8	3,42	2,42	6	+0	37,8	5,88	5,37
7	−0	12,6	2,12	1,50	7	−0	12,6	3,71	3,39
8	+0	10,8	2,12	1,50	8	+0	10,8	3,69	3,37

LITERATURA

[1] Milovanović, V.: Orijentacija podzemne mreže Tunela Karaburma žiroteodolitom GAK 1, Tehnički izvještaj, Beograd 1981.

[2] Mihailović, K.: Geodezija II, II deo, Građevinska knjiga, Beograd 1978.

[3] Strasser, G. J., Schwendener, H. R.: A North — Seeking Gyro Attachment for the Theodolite, as a New Aid to the Surveyor, Wild Heerbrugg Ltd., Heerbrugg, Switzerland.

REZIME

Namena ovoga rada je da ukaže na očiglednost algebarske korelacije markiranih vremena Θ_i (i = 1, 2, 3, 4, 5) kod neprekinute sinusne oscilacije žiro marke (sl. 1). Dati su izrazi za računanje najverovatnije vrednosti korekcije ΔN pomoću uopštene aritmetičke sredine, za slučaj tri i dve razlike Δt, i za ocenu tačnosti.

Za ilustraciju navedenih izraza u prilogu je dat brojni primer.

ABSTRACT

The paper presents evident algebraic correlation marked times Θ_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), with continuity sine curve (Fig. 1) of the gyro mark. Expressions for calculation the most probable value correction $\triangle N$ by general weighted mean, for the case three and two difference $\triangle t$, and error estimate, are given.

Some practical examples ara given, too.

Primljeno: 1982—05—17