

## KORIŠTENJE GEODETSKE OSNOVE GRADSKIH PREMJERA U SR BiH

Šefik KRAJINIĆ — Sarajevo\*

Klasični način pojedinačnog određivanja trigonometrijskih tačaka metodom presjecanja u većini slučajeva nije zadovoljavao osnovne zahtjeve pravilnog određivanja:

- da ranije određene tačke od kojih se nova tačka određuje budu što ravnomernije raspoređene po horizontu;
- da odstojanja od nove do ranije određenih tačaka budu približno jednaka (jer se nisu uzimale težine pravaca u obzir kod izravnjanja);
- da se nova tačka, određuje od svih najbližih susjednih tačaka.

Ovi zahtjevi se većinom nisu mogli postizati u gradovima zbog prepreke građevina, pa trigonometrijske mreže u većim gradovima nisu zadovoljavale traženu tačnost premjera gradova za  $R 1:1000$  i  $1:500$ . Pored toga, ovakva geodetska osnova nije dovoljno tačna za preciznije postavljanje podzemnih i nadzemnih instalacija i izvođenje raznih građevinskih radova.

Da bi linearne deformacije dužina, koje nastaju pri projektovanju sa elipsoida na ravninu, Gaus-Krügerove projekcije (kod koje valjak dodiruje elipsoid po srednjem meridijanu projekcione zone), ostale u granicama 0,0001 i da bi se zadržala širina zone od  $3^\circ$ , množene su koordinate trig. tačaka viših redova konstantnim linearnim modulom  $m_0 = 1 - 0,0001$ , to jest usvojen je projekcioni valjak koji siječe elipsoid na udaljenosti 90 km istočno i zapadno od srednjeg meridijana. Na ovaj način smanjena je deformacija dužina sa 2 dm/km na 1 dm/km kod iste širine zone od  $3^\circ$  [1].

Sva naša mjerena koja vršimo na terenu svode se u stvari na geoid, a koordinate trigonometrijskih tačaka računaju se u Gauss-Krigerovoј projekciji meridijanskih zona sa smanjenom razmjerom, to jest na valjku, koji siječe elipsoid na udaljenosti 90 km istočno i zapadno od srednjeg meridijana. Prema tome, očigledan je nesklad između naših mjerena i koordinata trigonometrijskih tačaka. Radi toga, kod preciznijih radova i kad su ova odstupanja između koordinata i mjerena znatna, kao što su u sredini i na krajevima projekcione zone kao i na većim nadmorskim visinama, moramo mjerena i koordinate tačaka geodetske osnove uskladiti i svesti na istu projekcionu površinu.

Da bi se povećala tačnost gradskih premjera prišlo se obnovi geodetske osnove kod većih gradova postavljanjem novih gradskih trigonometrijskih i

\* Adresa autora: Šefik Krajinić, dipl. inž. Republička geodetska uprava, Sarajevo.

poligonometrijskih mreža prema propisima Pravilnika II-A dio iz 1956. godine [3]. Nove gradske trigonometrijske mreže sačinjavaju mrežu trouglova čiji su vrhovi nove gradske trigonometrijske tačke određene i izravnate grupno od datih trigonometrijskih tačaka viših redova, čije poluose elipse grešaka ne prelaze maksimalne vrijednosti predviđene u čl. 31. Pravilnika II-A dio.

Nove gradske trigonometrijske mreže postavljene su u Tuzli, Sarajevu, Banja Luci, Zenici i Mostaru. U navedenim gradovima na području R 1 : 1000 usvojene su samo nove gradske trigonometrijske tačke, a sve stare tačke su poništene i stavljene van upotrebe. Na području ovih gradova, gdje su postavljene nove gradske trigonometrijske mreže postavljene su i poligonometrijske mreže 1, 2. i 3. reda, kao i novi gradski nivelman.

Negativna strana ovakvih gradskih premjera je u tome, što se slabi kartografski kontinuitet na granici između gradskog područja R 1 : 1000 i vangradskog područja R 1 : 2500. Nesklad na granici ovih razmjera nastao je iz dva razloga. Prvi, manji razlog je određivanje nove gradske trigonometrijske mreže na području R 1 : 1000, koja se razlikuje od stare trigonometrijske mreže sa područja R 1 : 2500. Drugi, veći razlog ovom neskladu između razmjera je oslobođanje koordinata i trigonometrijskih i poligonometrijskih tačaka normalne deformacije Gauss-Krügerove projekcije i deformacije prouzrokovane množenjem linearnim modulom  $m_0 = 1 - 0,0001$ , a što je urađeno po posebnom postupku predviđenom u Pravilniku II-a dio str. 166. za veće gradove, gdje su postavljene posebne nove gradske trigonometrijske i poligonometrijske mreže. Kod graničnog poligonog vlaka, koji se nalazi na obe razmjere, treba koordinate krajnjih tačaka i mjerene dužine svesti na istu projekcionu ravan.

Kod gradskih premjera R 1 : 500 i 1 : 1000 za koje nisu rađene posebne gradske trigonometrijske mreže i u Mostaru (mada je postavljena nova gradska trigonometrijska i poligonometrijska mreža) koordinate trigonometrijskih tačaka nisu oslobođene deformacije projekcije, tj. trigonometrijske tačke su ostale na Gauss-Krügerovoj projekciji meridijanskih zona sa smanjenom razmjerom. Kod ovih zona maksimalna linearna deformacija je na sredini i krajevima zone. Sve mjerene dužine koje se nalaze na području projekcione zone do 90 km istočno i zapadno od srednjeg meridijana veće su od dužina na projekciji. Specifične vrijednosti deformacija dužina prouzrokovane projekcijom i množenja modula  $m_0 = 1 - 0,0001$  kreću se u granicama  $-0,0001 + 0,0001 (\pm 10 \text{ cm na } 1 \text{ km})$  što zavisi od udaljenosti grada od srednjeg meridijana Gauss-Krügerove projekcione zone.

Iz navedenih razloga kod svih gradskih premjera (osim Sarajeva, Tuzle, Zenice i Banja Luke), tj. kod manjih gradova gdje koordinate nisu oslobođene deformacije projekcije potrebno je mjerene dužine na području R 1 : 1000 svoditi na Gauss-Krügerovu projekciju ako je deformacija znatna, što zavisi od udaljenosti od srednjeg meridijana.

Svođenje mjerениh dužina na Gauss-Krügerovu projekciju sastoji se u množenju dužina recipročnom vrijednosti modula M tj. sa  $\frac{1}{M}$ , koji iznosi:

$$M = 1,00010001 - \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (1)$$

Radi primjera navodi se svođenje dužina na Gauss-Krügerovu projekciju naselja Breze područja R 1 : 1000;

1. način

$y_m = 21 \text{ km}$  (udaljenost od srednjeg meridijana)

Za  $y_m = 21 \text{ km}$  iz tablice III.M Pravilnika I dio dobije se

$$\frac{y_m^2}{2R^2} = 1,0000\ 0542, \text{ pa je prema formuli (1)}$$

$$M = 1,0000\ 9459 \text{ a}$$

$$\frac{1}{M} = 0,9999\ 0551$$

2. način — grafički iz Gauss-Krügerove projekcije meridijanskih zona, B. Borčić, 1976, str. 66. — iz grafikona

za  $y_m = 21 \text{ km}$  deformacija = — 94,4 mm = — 0,0944 m na 1 km

za  $Y_m = 21 \text{ km}$  deformacija = — 0,0000944 m na 1 m

$$dr = dm - dm \cdot 0,0000944 = dm(1 - 0,0000944) = dm \cdot 0,9999\ 056 = dm \cdot \frac{1}{M}$$

$$\frac{1}{M} 0,9999\ 056 \quad (d_m = \text{mjerena}, d_r = \text{redukovana dužina})$$

Kod ovog treba imati u vidu da se dužine posebno svode na nultu nivo plohu mora u zavisnosti od nadmorske visine. Popravka dužine iznosi

$$H = \frac{-I}{R} \cdot H_m \cdot d = -0,0001568 \cdot H_m \cdot d.$$

Radi primjera navodi se oslobođanje koordinata tačaka normalne deformacije Gauss-Krügerove projekcije i deformacije množenja modulom  $m_o = 1 - 0,0001$  za grad Sarajevo.

Za gradski premjer R 1 : 1000 i 1 : 500 koordinate gradskih trig. tačaka, na koje se oslanja poligonometrijska mreža 1. reda i sve geodetske tačke nižeg ranga oslobođene su djelomično uticaja deformacije Gauss-Krügerove projekcije. Deformacija je sračunata za srednju tačku  $y_m = 6\ 529\ 250,00$  i  $x_m = 4\ 855\ 500,00$ , presjeka listova R 1 : 2500, radi lakšeg računanja linearnih deformacija kod računanja površina. Na osnovu toga, a prema Pravilniku II-A dio sračunat je modul  $M = 1,00008949$  kojim su pomnožene koordinate trigonometrijskih tačaka da bi se oslobodile deformacije projekcije i greške množenja modula  $m_o = 1 - 0,0001$ .

Da bi se detalj razmjere 1 : 500 i 1 : 1000 doveo u sklad sa detaljom premjera 1 : 2500 pomjera se koordinatni početak gradske trigonometrijske mreže. Ovo se pomjeravanje sastoji u dodavanju koordinatama gradske mreže razlika (v. [3], str. 169, 170):

$$r_y = y_m - \check{y}_m = -2,62$$

$$r_x = x_m - \check{x}_m = -434,52$$

$$\check{y}_m = y_m \cdot M$$

$$\check{x}_m = x_m \cdot M$$

Na granicama razmjera 1 : 1000 i 1 : 2500 granične trigonometrijske poligonometrijske i vezne tačke služe za kartiranje u obe razmjere pa trebaju i oboje koordinate. Radi toga će nekim tačkama trebati ponovo dodati deformaciju. U tu svrhu navodi se primjer računanja koordinata  $y$ ,  $x$  neoslobodjenih deformacija, kada su zadane (date) koordinate  $\hat{y}$ ,  $\hat{x}$  oslobodene deformacije.

*Primjer:* Date su koordinate  $\hat{y}$ ,  $\hat{x}$  za  $\Delta \odot 1401$ ; sračunati koordinate  $y$ ,  $x$  ove tačke neoslobodene deformacije.

### 1. Način — numerički pomoću modula

$$M = 1,0000\ 8949; \quad \frac{1}{M} = 0,999\ 910\ 519$$

$$\Delta \odot 1401 \hat{y} = 25\ 095,97 \quad \hat{x} = 4\ 862\ 572,74$$

$$- r_y = + 2,62 \quad - r_x = + 434,52$$

$$\hat{y} - r_y = 25\ 098,59 \quad \hat{x} - r_x = 4\ 853\ 077,26$$

$$y = (\hat{y} - r_y) \cdot \frac{1}{M} = \dots \dots \dots \quad 25\ 096,34; \quad y = 6\ 525\ 096,34$$

$$x = (\hat{x} - r_x) \cdot \frac{1}{M} = \dots \dots \dots \quad 4\ 862\ 572,11$$

### 2. Način — pomoću koordinatnih razlika

$$\Delta \odot 1401 \hat{y} = 6\ 525\ 095,97 \quad \hat{x} = 4\ 862\ 572,74$$

$$y_m = 6\ 529\ 250,00 \quad x_m = 4\ 855\ 500,00$$

$$\Delta y_m = y_m - \hat{y} = + 4\ 154,03; \quad \Delta x_m = x_m - \hat{x} = - 7\ 072,74$$

faktor deformacije  $F = + 0,000\ 089\ 49$  iz modula:  $M = 1 + F$

$$R_y = \Delta y_m \cdot F = 0,37$$

$$R_x = \Delta x_m \cdot F = - 0,63$$

$$y = \hat{y} + R_y = 6\ 525\ 095,97 + 0,37 = 6\ 525\ 096,34$$

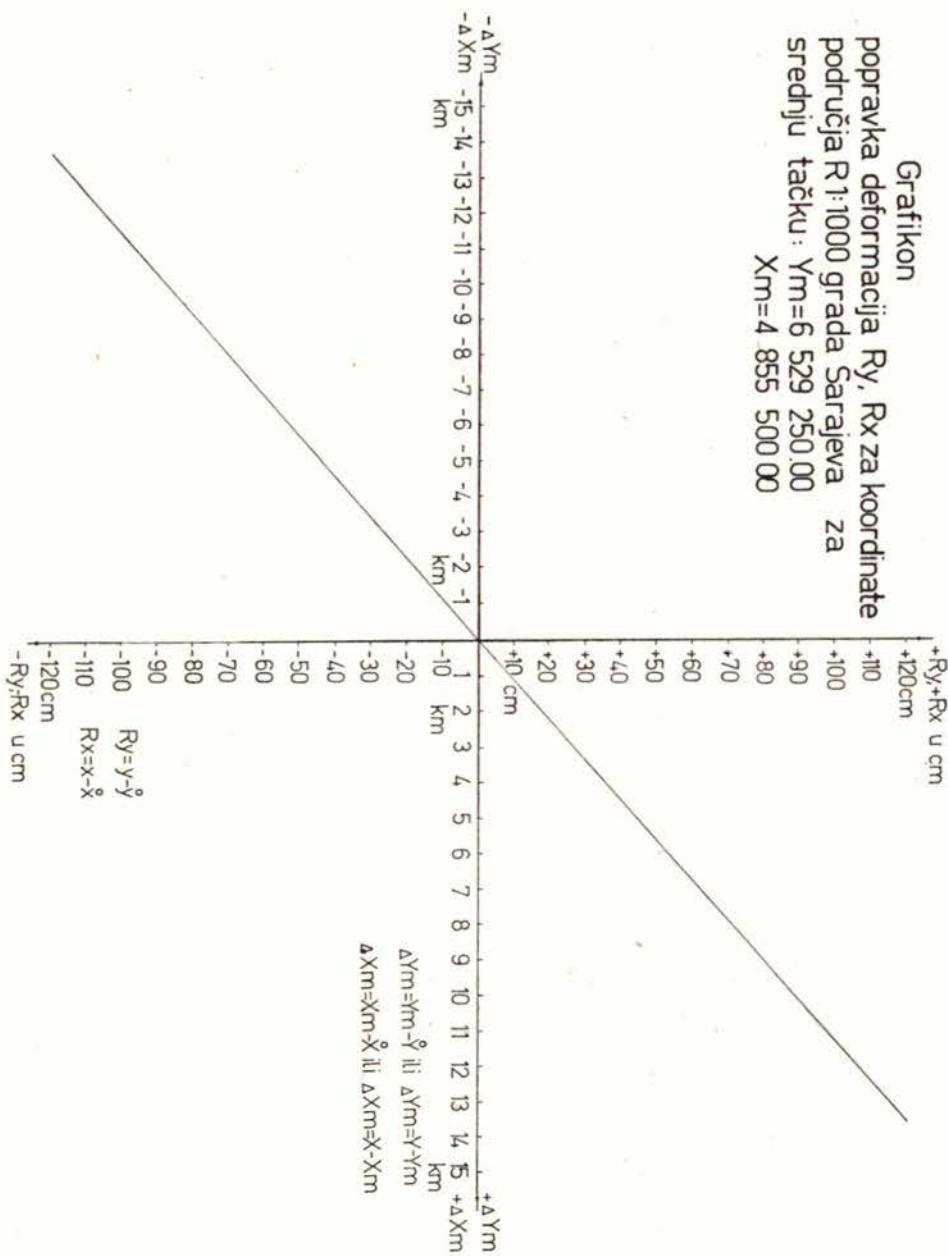
$$x = \hat{x} + R_x = 4\ 862\ 572,74 - 0,63 = 4\ 862\ 572,11$$

### 3. Način — grafički (popravke su funkcije koordinatnih razlika $\Delta y_m$ , $\Delta x_m$ ).

Za ovu svrhu izrađen je grafikon popravaka deformacija  $R_y$  i  $R_x$  kao funkcije koordinatnih razlika. Na jednoj osi koordinatnog sistema nanešene su popravke deformacije  $R_y$  i  $R_x$  u mjerilu 1 mm = 1 cm, a na drugoj osi nanešene su koordinatne razlike  $\Delta y_m = y_m - \hat{y}$  u mjerilu 1 cm = 1 km.  $\hat{x}$  ili  $\Delta x_m = x_m -$

Za korištenje grafikona potrebno je samo sračunati koordinatne razlike  $\Delta y_m = \hat{y}_m$  i  $\Delta x_m = x_m - \hat{x}$  između naše tačke za koju su date koordinate oslobođene deformacije ( $\hat{y}$ ,  $\hat{x}$ ) i srednje tačke za poligonometrijsku mrežu Sarajevo ( $y_m$ ,  $x_m$ ). Pomoću koordinatnih razlika  $\Delta y_m$  i  $\Delta x_m$  očitaju se popravke za deformaciju  $R_y$  i  $R_x$  na grafikonu (sl. 1).

Grafikon  
popravka deformacija  $R_y, R_x$  za koordinate  
područja R 1:1000 grada Sarajeva za  
srednju tačku:  $Y_m = 6\ 529\ 250,00$   
 $X_m = 4\ 855\ 500,00$



Primjer za  $\Delta$  1401

$$\text{Za } \Delta y_m = 4,154 \text{ km} \quad \text{na grafikonu } R_x = -0,63$$

$$\text{Za } \Delta x_m = +7,072 \text{ km} \quad \text{na grafikonu } R_y = +0,37$$

$$y = \dot{y} + R_y = 6\ 525\ 095,97 + 0,37 = 6\ 525\ 096,34$$

$$\dot{x} = x + R_x = 4\ 862\ 572,74 - 0,63 = 4\ 862\ 572,11$$

Nekada je potrebno izvršiti oslobođenje uticaja deformacije grafičkim načinom i to uradimo na slijedeći način:

Primjer za  $\Delta$  1401

$$F = 0,0000\ 8949$$

$$\Delta y_m = y - y_m = -4,154 \text{ km} \quad \text{na grafikonu } Ry = \Delta y_m \cdot F = -0,37$$

$$\Delta x_m = x - x_m = +7,072 \text{ km} \quad \text{na grafikonu } Rx = \Delta x_m \cdot F = +0,63$$

$$\dot{y} = y + R_y = 6\ 525\ 096,34 - 0,37 = 6\ 525\ 095,97$$

$$\dot{x} = x + R_x = 4\ 862\ 572,11 + 0,63 = 4\ 862\ 572,74$$

#### LITERATURA:

- [1] Borčić, Branko: »Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona«, Geodetski fakultet, Zagreb, 1976. godine.
- [2] Muminagić, Abdulah: »Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji« (dizertacija) Geokarta, Beograd, 1971. godine.
- [3] Savezna geodetska uprava: »Pravilnik II-A dio — osnovni radovi na gradskom premjeru«, Beograd 1956. godine.