UDK 625.72:528.486
528.486:513.645
Pregledni rad

PRIMJENA S I J KRIVINE PRI TRASIRANJU PROMETNICA

Zdravko KAPOVIĆ — Zagreb*

UVOD

Najveći skok u razvoju cestovnog prometa nastao je koncem 19. st. pronalaskom automobila. Ceste su, od tada, svakim danom postajale sve modernije i sigurnije. Međutim u načinu odvijanja prometa zadržan je iskonski princip upravljanja vozilom »na vid«, tj. tako da vozač upravlja vozilom prema prometnoj situaciji. Vozač u svakom trenutku mora znati kuda kreće, pa i onda kada čitava vozna površina nije vidljiva. To se postiže zasađivanjem drvoreda uz cestu, vođenjem ceste uz rub šume i sl..

Posebno je važno optičko vođenje trase u slučaju prijelaza preko planinskih sedla ili vododjelnica, odnosno onda kada je zaobljenost nivelete konveksna. Jednom riječju, cesta treba biti takva da omogućava sigurnu i brzu vožnju. Prema tome, projektanti i graditelji prometnice nisu u potpunosti ispunili zadatak izgradnjom prometnice prema zahtjevima terena, već tek onda kada je postignuto to, da vozač vidi put onako kako treba, odnosno kada su mu osigurali preglednu dužinu za orijentaciju.

Trasa ceste se, u položajnom smislu, sastoji od pravaca i krivina, a u vertikalnom, od uzdužnog profila — nivelete. *Pravac* je najkraća udaljenost, veza, između dviju točaka, ali je rijetko kada najkraći put. Kao element trasiranja lako se zamišlja, računa i crta i vrlo je pogodan za projektante i izvođače, ali manje za korisnike. Vožnja u dugačkim pravcima zamara vozača. Noću je veće zasljepljivanje svjetlima iz suprotnog pravca i zbog toga se danas za moderne autoceste, trasa vodi u stalnoj zakrivljenosti tako da je preglednija i ljepša.

Krivine na cesti imaju zadatak da ostvare prijelaz vozila iz jednog pravca u drugi, a mnoštvom svojih oblika i veličina prilagođavaju se specifičnostima terena mnogo bolje nego pravci. Najjednostavniji oblik krivine je kružna krivina koja je određena svojim tangentama i radijusom, odnosno radijusom i vršnim ili centralnim kutom.

Zbog inercije svako vozilo nastoji zadržati pravocrtno gibanje. Da bi se vozilo u krivini »primoralo« na tu drugu vrstu kretanja, potrebno je:

— ili kolovozu dati poprečan nagib okomit na pravac kretanja

* Adresa autora: Zdravko Kapović, dipl inž. Geodetski fakultet Zagreb, Kačićeva 26.

— ili sistemom upravljačkog mehanizma postići da se kotači vozila usmjeravaju zakošeno prema pravcu tangente.

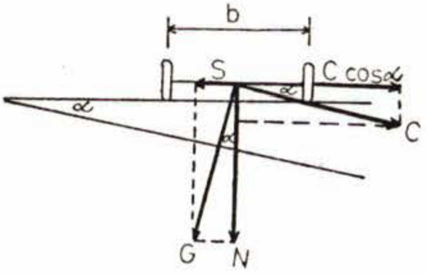
Ukoliko ne bi osigurali jedan od ova dva uvjeta, uslijed inercije, vozilo bi nastavilo kretanje tangencijalno.

Slika 1

PRELAZNE KRIVINE

Položaj vozila na ravnom dijelu ceste je horizontalan. Međutim, zbog odvodnje, cesta obično ima jednostrani pad pa su kotači vozila nejednako opterećeni.

Položaj vozila u krivini je gotovo isti kao na ravnom dijelu ceste, ali su zato uvjeti gibanja različiti.



$C = \frac{G\,v^2}{g\,R}$ — centrif. sila

$G = m\,g$ — težina vozila

m — masa vozila

g — gravitacija

α — kut poprečnog nagiba vozila

Slika 2

Jedan dio centrifugalne sile C eliminira se poprečnim nagibom a razliku komponente S i komponente C cos α, koja djeluje suprotno, preuzima trenje.

Da bi vožnja bila sigurna mora biti zadovoljen uvjet

$$\mu\,(G \cos\alpha + C \sin\alpha) > (C \cos\alpha - G \sin\alpha)$$

gdje je μ — koeficijent trenja

$(C \cos\alpha - G \sin\alpha)$ predstavlja radijalnu akceleraciju.

Radijalna akceleracija se, pri vožnji u krivini, osjeća kao bočni tlak. Na prelazu iz pravca direktno u kružnu krivinu javio bi se bočni udar. Prelaznica, odnosno prelazna krivina, ima zadatak da taj bočni udar na izvjesnu dužinu rastereti, odnosno da se bočni udar svede na bočni tlak koji se povećava lagano i bez skokova.

Na dionici prelaznice izvodi se i vitoperenje poprečnog profila tj. od poprečnog nagiba za vožnju u pravcu postupno se prelazi na odgovarajući nagib kolovoza za vožnju u krivini. Time se smanjuje djelovanje centrifugalne sile pri vožnji u krivini.

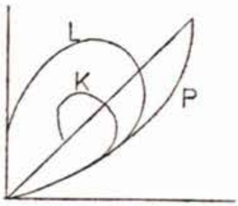
Dakle, prelazna rampa-dionica na kojoj se izvodi vitoperenje poprečnog profila, u pravilu se podudara sa prelaznom krivinom. Na istom potezu trase, prema potrebi, za manje radijuse zakrivljenosti, postupno se izvodi i proširenje kolovoza.

Umetanjem prelaznih krivina pri trasiranju cesta udovoljava se također psihološkim i estetskim zahtjevima vožnje. Vozač se postupno uvodi u uvjete vožnje kroz krivinu, a trasa, osobito na dužim prelaznicama, djeluje usklađenije i elastičnije.

Zakrivljenost prelaznica može se mijenjati linearno (prema zakonu pravca) ili nelinearno (prema zakonu neke krivulje). Prednost prelaznice čija se zakrivljenost mijenja nelinearno je u tome što je, odmak kruga potreban za umetanje prelaznice, upola manji nego u slučaju prelaznice s linearnom zakrivljenošću. Međutim, prelaznici s linearnom zakrivljenošću odgovara i prelazna rampa s linearnom promjenom poprečnog nagiba, odnosno konstantnim uzdužnim nagibom, a takve prelazne rampe povoljnije su za izvođenje, održavanje i odvodnju.

U praksi su se, za prelazne krivine, udomaćile krivulje koje su u danom momentu najbolje odgovarale. Tako su se za željeznice počele koristiti, a i danas se primjenjuju, kubna parabola, dok se za ceste najviše primjenjuju klotoida i lemniskata.

P — parabola
L — lemniskata
K — klotoida



Slika 3

Kako se iz slike 3 vidi sve se ove krivulje u najčešće korištenom dijelu, gotovo podudaraju.

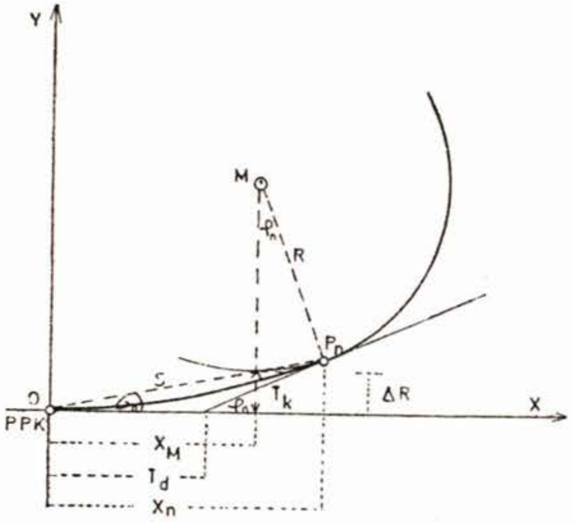
Klotoida je spirala, s linearnom promjenom zakrivljenosti, za koju je u svakoj točci

$$R\,L = \text{const.}$$

Slika 4

Kako se iz slike vidi klotoida može imati svaku željenu veličinu i sve su klotoide međusobno slične. Kao prelazna krivina primjenjuje se samo njezin početni relativno ispruženi dio.

Elementi klotoide:



M — središte kružnog luka

S — dužina tetive između početka i kraja klotoide

X_M Y_M — koordinate centra kruga luka

R — veličina za koju je kr. luk odmaknut od tangente

T_d T_k — duža i kraća tangenta

Slika 5

Veličine x, y, r, l, r, jesu elementi jedinične klotoide. Najpoznatije tablice

Budući da su klotoide međusobno slične, parametar A predstavlja faktor za povećavanje ili smanjivanje. Pri tome kutni elementi (σ_n i φ_n) ostaju nepromjenjeni, a dužinski elementi — u linearnom odnosu s parametrom A. Uzevši da je

$$A = 1 = a,$$

dobiva se klotoida čiji je parametar jedinica, odnosno jedinična klotoida. Njeni elementi označavaju se malim slovima

$$l \cdot r = a = 1.$$

Odnosi linearnog elementa klotoide parametra A i odgovarajućeg elementa jedinične klotoide jesu:

$$X = x\,A \qquad R = r\,A$$

$$Y = y\,A \qquad \Delta R = \Delta r\,A \qquad L = l \cdot A.$$

Veličina R L = A predstavlja linearni parametar klotoide.
jedinične klotoide razradili su Kasper, Schürba, Lorenz — »Die Klotoide als Trasierungselement«.

Klotoida se primjenjuje u raznim kombinacijama:

a) Klotoida kao prelaznica iz pravca u krug
b) Klotoida kao prelaznica između dva pravca
c) Košarasta klotoida (nanizivanje klotoida različitih parametara)
d) Klotoida kao krivulja između dva kruga suprotnog smjera (S — krivina ili kontrakrivina)
e) Klotoida kao prelaznica između dva kruga istog smjera (jajasta ili J — krivina).

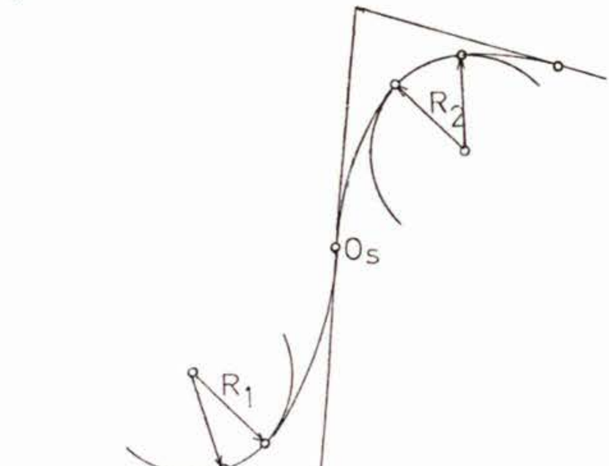
Pri trasiranju prometnica redovito se primjenjuje kombinacija klotoide s kružnim lukom. Najčešći oblik krivine pri prelazu iz jednog u drugi pravac trase jest niz: pravac—klotoida—kružni luk—klotoida—pravac. Za različite dužine klotoide to je osnovni oblik tzv. nesimetrična krivina s prelaznicama. Međutim, u suvremenom trasiranju cesta sve se više napušta pravac, odnosno trasa na sve većim potezima vodi u krivini. Na taj način sve se češće pojavljuju i složeniji oblici krivina.

Postupci računanja elemenata složenih oblika krivina redovito su takvi da se oni najprije svedu na osnovne oblike. Za osnovne oblike izračunavaju se dalje elementi iskolčenja glavnih točaka krivine, tj. zajedničkih (dodirnih) točaka pravca i klotoide, odnosno klotoide i kružnog luka. U daljnjem rješavanju se onda prelazi na iskolčenje detaljnih točaka klotoide, odnosno kružnog luka.

Budući da je rješavanje osnovnih oblika krivina objašnjeno u postojećim udžbenicima, ovdje će se detaljnije razmotriti samo zadaci pri rješavanju oblika i to tzv. S-krivine i J-krivine. Međutim iz ranijeg izlaganja je vidljivo da će na taj način biti uključeni i oni osnovni oblici.

S — KRIVINA ILI KONTRAKRIVINA

Kao što je već napomenuto S-krivina spaja dva kružna luka suprotnih smjerova (sl. 7).

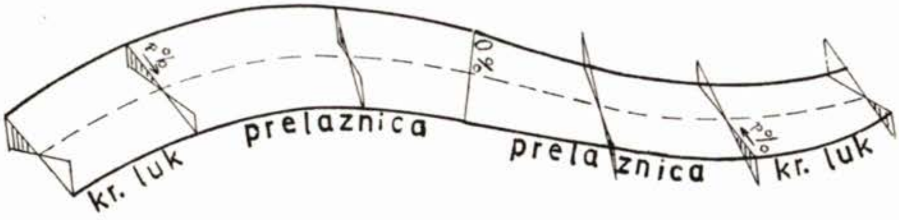


Slika 6

Kako se na slici vidi postoji niz: pravac—klotoida—krug—S—klotoida—kružni luk—klotoida—pravac. S-klotoida se sastoji iz dviju klotoida, najčešće različitih dužina ($L_{1s} \neq L_{2s}$), a istog parametra A_s, koje se svojim nul točkama dodiruju u točki infleksije O_s.

Postaviti S-klotoidu između dva kružna luka suprotnih smjerova moguće je samo onda ako se krugovi ne dodiruju niti se sjeku, te ako nisu previše udaljeni.

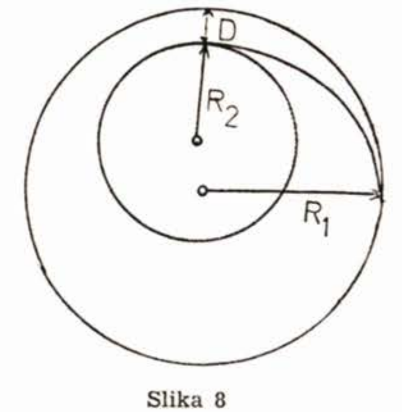
Pri prelazu iz lijeve u desnu krivinu ili obratno, poprečni se nagib okreće iz jednog smjera u drugi, dok je u točki infleksije (O_s), i u njezinoj neposrednoj blizini, poprečni nagib jednak nuli (sl. 7).



Slika 7

JAJASTA ILI J — KLOTOIDA

J-klotoida nastaje povezivanjem dvaju krugova različitih radijusa, a istog smjera, kada krugovi leže jedan u drugom, ali nisu koncentrični niti se dodiruju (sl. 8).



Slika 8

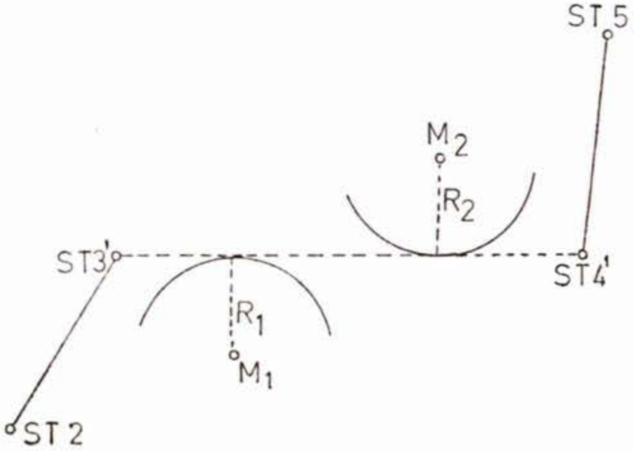
Iz razmaka D i radijusa R_1 i R_2 proizlazi i parametar J-klotoide A_j, a ti odnosi definiraju i područje primjene jajaste klotoide. Najčešći slučajevi primjene J-klotoide su kada je: $D = \frac{A}{100}$

Vozna površina prelazi od manjeg poprečnog nagiba pri većem radijusu u veći poprečni nagib pri manjem radijusu (sl. 9).

Slika 9

PRIMJER RAČUNANJA ELEMENATA S — KLOTOIDE

Zadane su koordinate sjecišta tangenata ST2, ST3', ST4', ST5 i elementi: R_1 L_1 R_2 L_2



Slika 10

Pravac ST3'—ST4' je tangenta na kružne lukove radijusa R_1 i R_2. Točkom ST2 određen je početak trase.

Tangentu ST3'—ST4' treba zaokrenuti tako da između kružnih lukova bude umetnuta prelaznica oblika S-klotoide istog parametra A.

a) Odrediti elemente svih prelaznica

b) Izračunati koordinate novih sjecišta tangenta ST3 i ST4

c) Izračunati koordinate glavnih točaka krivine i točaka tangencijalnog poligona

d) Za hektometarske i glavne točke trase odrediti elemente ortogonalnog i polarnog iskolčenja od tangente

e) Iskazati koordinate hektometarskih točaka stacionaže.

Rješenje zadatka

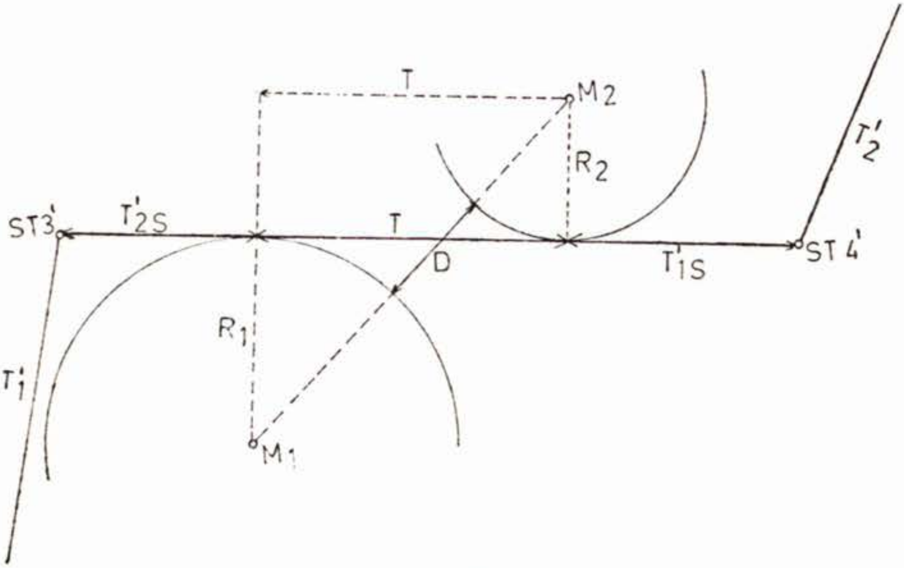
1. Smjerni kutovi glavnih tangenata i dužina između sjecišta tangenata računaju se prema trigonometrijskom formularu br. 8 po formulama:

$$\mathrm{tg}\, \nu_a^b = \frac{Y_b - Y_a}{X_b - X_a} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \qquad d = \frac{Y}{\sin \nu_a^b} = \frac{\Delta X}{\cos \nu_a^b}.$$

2. Tangenta T i najmanja udaljenost između kružnih lukova D, (prema slici 11) dobivaju se po formulama

$$T = ST3'\,ST4' - (T'_{2s} + T'_{1s}),$$

$$D = \sqrt{(R_1 + R_2) + T^2} - (R_1 + R_2).$$



Slika 11

Dalje se računaju idući elementi:

Krivina u točki' ST3'

$A_1 = \sqrt{R_1 L_1}$

Za korištenje tabela jedinične klotoide potrebno je izračunati ulazni argument

Krivina u točki' ST4'

$A_2 = \sqrt{R_2 L_2}$

$l_1 = \frac{L_1}{A_1}$. $\qquad$ $l_2 = \frac{L_2}{A_2}$

Iz tabela jedinične klotoide, a na osnovi argumenata
l, vade se:

Δr i x_M $\qquad$ Δr i x_M

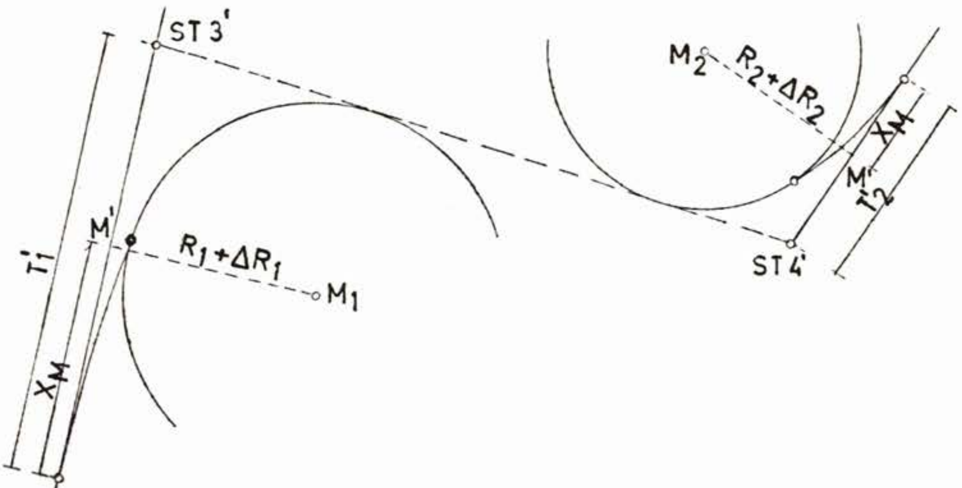
Množeći ih s parametrom A dobiva se ΔR i X
dotične klotoide

$\Delta R = \Delta r \, A_1$ $\qquad$ $\Delta R = \Delta r \, A_2$

$X_M = x_M \, A_1$ $\qquad$ $X_M = x_M \, A_2$

Dužine tangente računaju se sada prema poznatim formulama za nesimetričnu krivinu (Janković: Inženjerska geodezija II str. 67, formule II,71 ili II,72) vodeći računa da je za krivinu kod ST3' $\Delta R_2 = 0$ i $X_{M2} = 0$, a za krivinu kod ST4' $\Delta R_1 = 0$ i $X_{M1} = 0$.

3. Koordinate centara kružnih lukova računaju se kao poligonski vlakovi: ST3' — M' — M_1 (za M_1) i ST4' — M' — M_2 (za M_2).



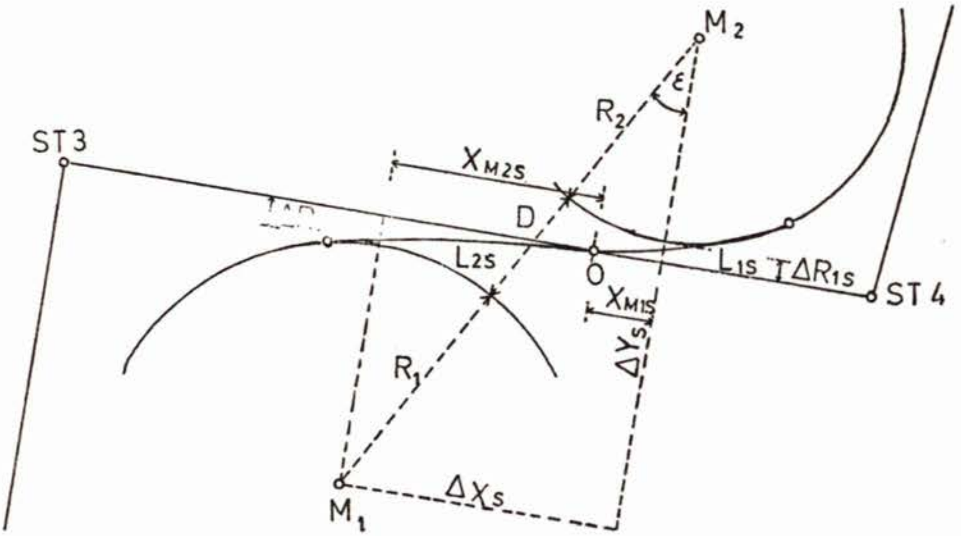
Slika 12

4. Iz sračunatih koordinata računa se udaljenost $M_1 M_2$ i smjerni kut ν_{M1}^{M2}
Za kontrolu računa se D.

$$D = M_1 M_2 - (R_1 + R_2).$$

5. Parametar S-klotoide može se izračunati na dva načina:

a) Metodom postupnog približavanja



Slika 13

Prema slici parametar A_s mora zadovoljiti uvjete:

$$\sqrt{\Delta X_s^2 + \Delta Y_s^2} = M_1 M_2 = R_1 + R_2 + D,$$

gdje je

$$\Delta X_s = X_{M1s} + X_{M2s}, \qquad \Delta Y_s = R_1 + \Delta R_{1s} + \Delta R_{2s} + R_2.$$

Prva približna vrijednost parametara A_s može se izračunati po formuli:

$$A_s = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} k_2 T}.$$

Koeficijent k_2 vadi se iz pomoćnih tabela na osnovu argumenata $\frac{R_2}{R_1}$ gdje je $R_1 > R_2$.

I približavanje

Nakon računanja približne vrijednosti A_s, prema argumentima l_1 i l_2, iz tabela jedinične klotoide uzimaju se Δr i x_M, pa množeći s parametrom A_s dobivaju se ΔR i X_M. Iz tih vrijednosti računa se ΔY_s i ΔX_s odnosno $\sqrt{\Delta X_s^2 + \Delta Y_s^2}$ Ako je parametar točan bit će zadovoljen uvjet:

$$\text{Ima: } \sqrt{\Delta X_s^2 + \Delta Y_s^2} = \text{Treba: } M_1 M_2.$$

Ako taj uvjet nije zadovoljen, potrebno je vrijednost parametra povećati ili smanjiti za jedinicu i postupak ponoviti.

Kako vjerojatno ni u drugom približavanju neće biti zadovoljen uvjet Ima = Treba, interpolacijom se dobiva konačna vrijednost parametra, a postupak se, radi kontrole, ponavlja.

b) Računanje parametra A_s pomoću tablica I i II (Kasper—Schürba—Lorenz)
Izračunavaju se:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2},$$

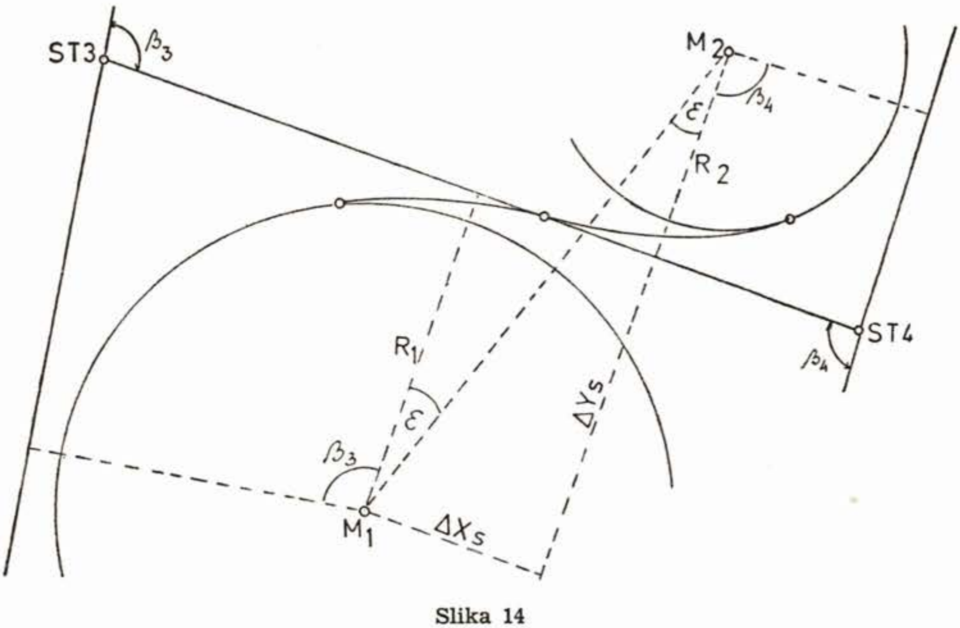
$$k = \frac{10\,R}{R_1 - R_2},$$

$$\eta = \frac{D}{R}.$$

Iz tablice I, a na osnovi argumenta η, vadi se d, zatim izračuna $\delta = \eta - kd$, i iz tablice II, a na osnovi δ, vadi se l i izračuna

$$A_s = R \cdot l$$

6. Računanje prelomnih kutova β_3 i β_4.



Slika 14

Prema slici:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon = \frac{\Delta X_s}{\Delta Y_s}, \qquad \beta_3 = \nu_{ST3}^{ST4} - \nu_{ST2}^{ST3},$$

$$\nu_{ST3}^{ST4} = \nu_{M1}^{M2} - \varepsilon + 90^\circ, \qquad \beta_4 = \nu_{ST3}^{ST4} - \nu_{ST4}^{ST5}.$$

7. Iz tabela jedinične klotoide, na osnovi argumenta l, vade se elementi svih prelaznica i množeći ih s odgovarajućim parametrima dobivaju se elementi dotične klotoide.

$$\left(l = \frac{L}{A} \qquad \sigma = \operatorname{arc\,tg} \frac{X}{Y} \qquad S = \sqrt{X^2 - Y^2} \right)$$

8. Dužine tangenata računaju se prema formulama za nesimetričnu krivinu.

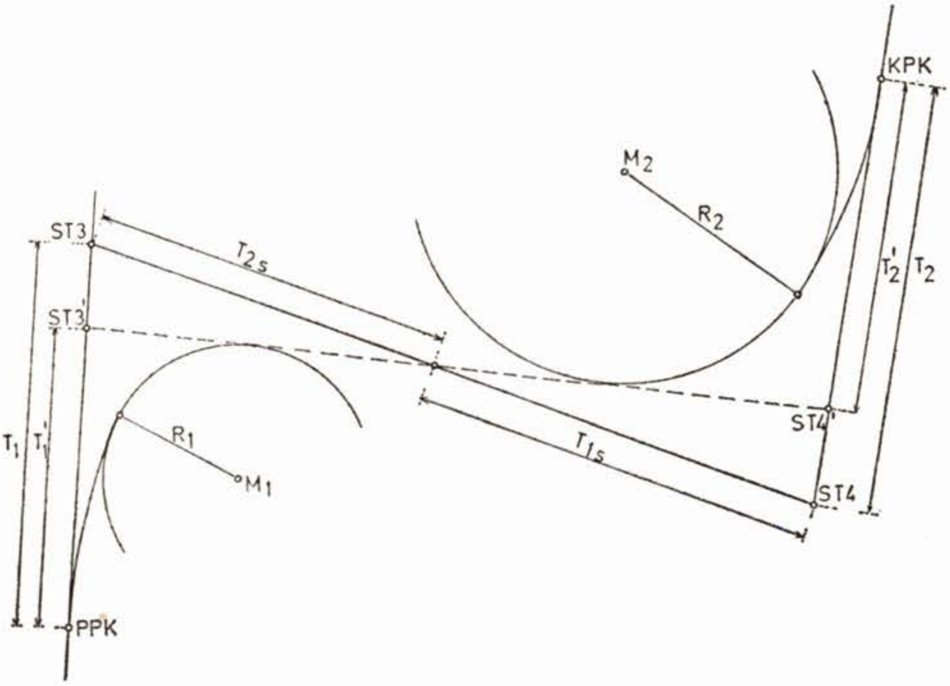
9. Koordinate točaka ST3 i ST4 računaju se iz poligoskog vlaka:

ST2—ST3—ST4—ST5

$ST3\,ST3' = T_1 - T_1'$ $\qquad ST2\,ST3 = ST2\,ST3' + ST3\,ST3'$

$ST4\,ST4' = T_2 - T_2'$ $\qquad ST3\,ST4 = T_{1s} + T_{2s}$

$ST4\,ST5 + ST4'\,ST5 + ST4\,ST4'$



Slika 15

10. Računanje elemenata za iskolčenje kružnih lukova

Tangenta kružnog luka $T = R\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$

Bisektrisa $b = R\,(\sec \frac{\alpha}{2} - 1)$

Apscisa za SK $X = R \sin \frac{\alpha}{2}$

Ordinata za SK $\qquad Y = R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$

Dužina kružnog luka $\qquad L = R\frac{\alpha\,\Pi}{180^\circ}$

11. Računanje koordinata glavnih točaka trase i tangencijalnog poligona. Računa se kao poligonski vlak od ST2 do ST5.

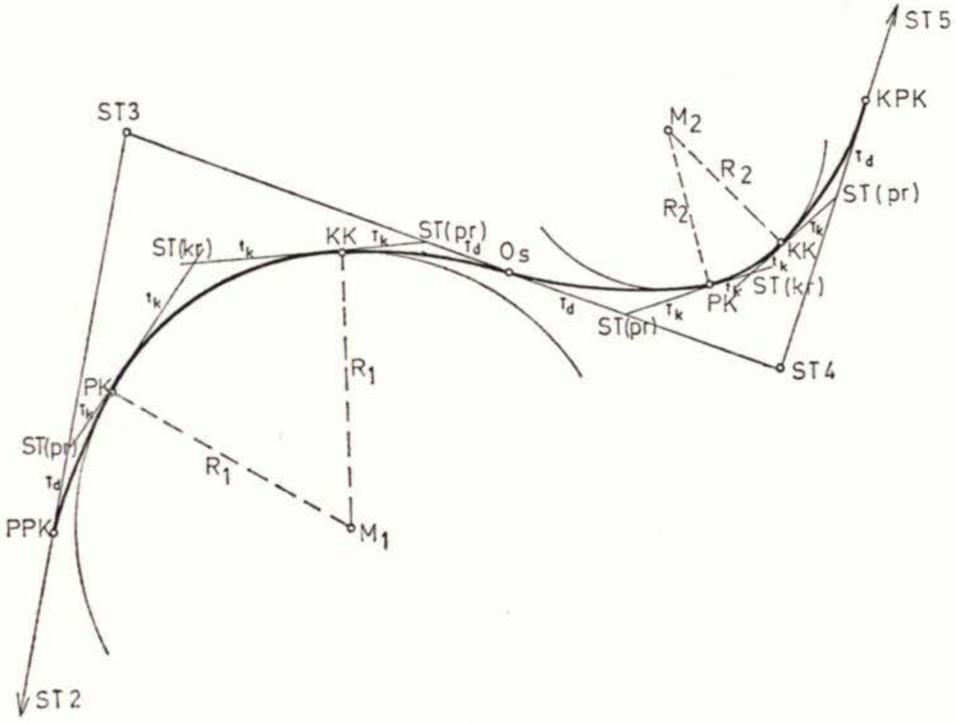
Oznake:

ST — sjecište tangenata
pr — prelaznica
kr — kružni luk

ST(pr) — sjecište tangenata prelaznice (sjecište T_k i T_L)
ST(kr) — sjecište tangenata kružnog luka
PPK — početak prelazne krivine
KPK — kraj prelazne krivine
PK — početak kružnog luka
KK — kraj kružnog luka.

Za stacioniranje trase potrebne su dužine:

$$ST2\,PPK = ST2\,ST3 - T_1$$
$$KPK\,ST5 = ST4\,ST5 - T_2$$



Slika 16

12. Elementi za ortogonalno i polarno iskolčenje prikazuju se tabelarno, a formule su:

$$X = R \sin \delta \quad Y = R(1 - \cos \delta) \quad \sigma = \operatorname{arc\,tg} \frac{Y}{X} \quad S = \sqrt{X^2 - Y^2}$$

13. Elementi za polarno i ortogonalno iskolčenje klotoide dobivaju se pomoću tabela jedinične klotoide, a na osnovi argumenta:

$$l = \frac{L}{A}$$

Iz tabela se izvode x i y, i množeći ih s parametrima, dobivaju se elementi X i Y, odosno σ i S.

14. Koordinate glavnih i hektometarskih točaka trase u Gauss-Krügerovoj projekciji dobivaju se transformSacijom koordinata iz sistema tangenata, prema formulama:

$$Y = Y_0 + (Y' \cos \varepsilon - X' \sin \varepsilon)$$

$$X = X_0 + (X' \cos \varepsilon - Y' \sin \varepsilon)$$

Ovdje su:

Y_0, X_0 — koordinate ishodišta

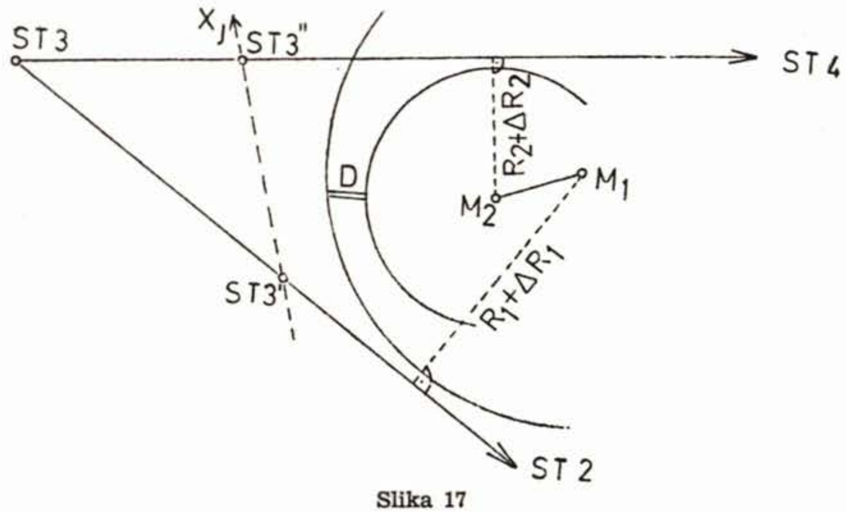
Y, X — koordinate točaka u sistemu tangenata

ε — kut zaokreta koordinatnih sistema.

RAČUNANJE ELEMENATA J KLOTOIDE

Projektom su date koordinate sjecišta tangenata ST2, ST3, ST4, između kojih je projektirana složena krivina: klotoida—kružni luk—J—klotoida—kružni luk—klotoida.

Zadano je: R_1, A_1, R_2, L_2 i D.



Slika 17

Treba odrediti: elemente svih prelaznica, koordinate sjecišta ST3 i ST4 glavne tangente J-klotoide, iskazati koordinate hektometarskih točaka stacionaže, koordinate glavnih točaka trase i tangecijalnog poligona i elemente ortogonalnog i polarnog iskolčenja s tangente.

Rješenje zadatka

1. Smjerni kutovi ν_{ST2}^{ST3}, ν_{ST3}^{ST4} i dužine ST2 ST3, ST3 ST4, računaju se prema poznatim formulama (trig. formular br. 8).

2. Parametar J-klotoide (A_j) može se izračunati na dva načina:

a) Računanje parametara pomoću tablica II i III: »Die Klotoide als Trasierungselement« Kasper-Schürba-Lorenza.

Izračuna se:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2},$$

$$k = \frac{R_1}{R_1 - R_2},$$

$$\eta = \frac{D}{R}.$$

Iz tablice II uzima se d, a zatim se izračuna

$$\delta = \eta + k\,d.$$

Sada se u tablici II nađe l (na osnovi argumenata δ), pa će traženi parametar biti:

$$A_j = R\,l.$$

U većini slučajeva vrijednost parametra A_j će se moći »zaokružiti«. S tom novom veličinom parametara, računa se i nova vrijednost:

$$l = \frac{A_j}{R}.$$

Ovoj promjeni odgovara i mala promjena veličine D.

b) Računanje parametra A_j metoodom postupnog približavanja

Prema slici, parametar A_j treba zadovoljavati uvjet

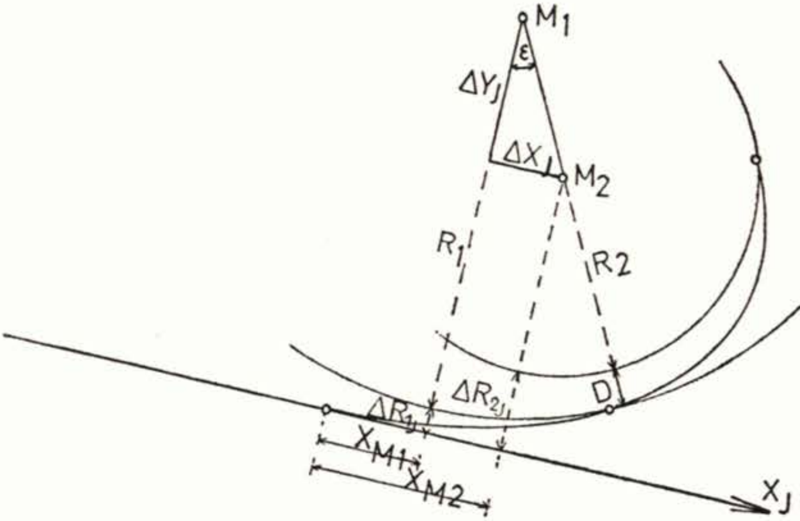
$$M_1 M_2 = \sqrt{\Delta Y_j^2 + \Delta X_j^2} = R_1 - R_2 - D = \text{TREBA}$$

Računa se srednji radijus:

$$R_m = \frac{2 R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

pomoćni kut:

$$\cos \alpha_m = \frac{R_m - (R_2 + D)}{R_m - R_2}.$$



Slika 18

Približna dužina prelaznice koja spaja dva kružna luka (L_j) računa se po formuli:

$$L_J = k\,R_m\,\widehat{\alpha}_m.$$

Cijela dužina klotoide (sa dijelom koji se ne koristi) je:

$$L_{2J} = \frac{R_1}{R_1 - R_2} L_J.$$

Tada je prva približna vrijednost parametra:

$$A_J = R_2\,L_{2J}.$$

Sada se iz tablica jedinične klotoide, a na osnovu argumenata

$$l_1 = \frac{A_J}{R_1} \quad \text{i} \quad l_2 = \frac{A_J}{R_2}$$

nađu vrijednosti: Δr_1, x_{M1}, Δr_2 i x_{M2}, pa ih množeći s parametrom A_j, dobivamo vrijednosti: ΔR_1, X_{M1}, ΔR_2 i X_{M2}.

Budući da je prema slici 18:

$$\Delta Y_J = (R_1 + \Delta R_{1J}) - (R_2 + \Delta R_{2J}),$$

$$\Delta X_J = X_{M2} - X_{M1},$$

računa se:

$$\sqrt{\Delta Y_j^2 + \Delta X_j^2} = \text{IMA}.$$

Ako je parametar točan, bit će zadovoljen uvjet IMA = TREBA. Budući da prva približna vrijednost parametra A_j obično nije pogrešna više od cijele jedinice, računa se drugo približavanje s parametrom koji je promijenjen za jedinicu.

Budući da ni u drugom približenju nije zadovoljen uvjet IMA = TREBA, interpolacijom između prvog i drugog približenja dobiva se definitivna vrijednost parametra A_j. Radi kontrole računanje se ponavlja.

Ukoliko je, umjesto minimalne udaljenosti između kružnih lukova D, zadana dužina prelaznica između dva kružna luka (L_j), točna vrijednost parametra A_j računa se po formuli:

$$A_j = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} L_j}.$$

3. Poznavajući parametre, radijuse i dužine prelaznice te koristeći tablice jedinične klotoide računaju se elementi svih prelaznica. (na osnovi argumenta l)

Pri tome je:

$$R L = A^2, \qquad l = \frac{A}{R},$$

$$\tau = \frac{L}{2R},$$

$$\sigma = \operatorname{arc\,tg} \frac{Y}{X}, \qquad S = \sqrt{Y^2 + X^2}.$$

4. Računaju se, ili su već dobiveni, slijedeći elementi:

$$\Delta Y_j = (R_1 + \Delta R_{1j}) - (R_2 + \Delta R_{2j})$$

$$\Delta X_j = X_{M2j} - X_{M1j} \qquad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\Delta X_j}{\Delta Y_j}$$

$$M_1 M_2 = \sqrt{\Delta Y_j^2 + \Delta X_j^2}$$

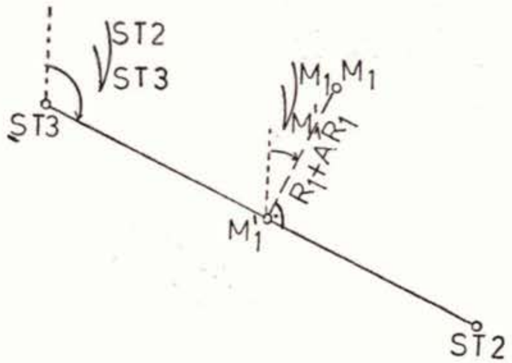
Kontrola:

$$D = R_1 - M_1 M_2 - R_2$$

5. Koordinate središta kružnog luka M_1 mogu se izračunati na dva načina:

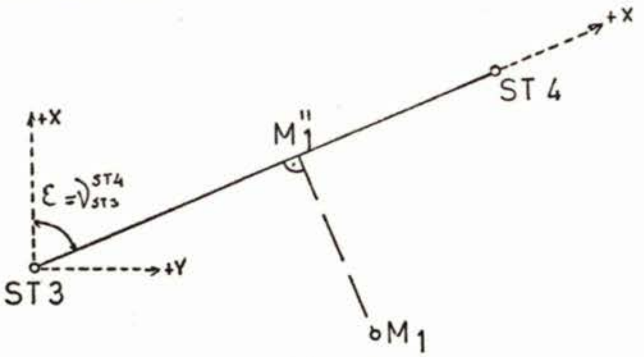
a) Pomoću poligonskog vlaka

b) Kao mala točka na okomici



Slika 19

6. Dužine strana ST3 M_1'' i M_1M_1'' računaju se transformacijom koordinata M_1 na tangentu ST3 ST4.



Slika 20

Formule transformacije su:

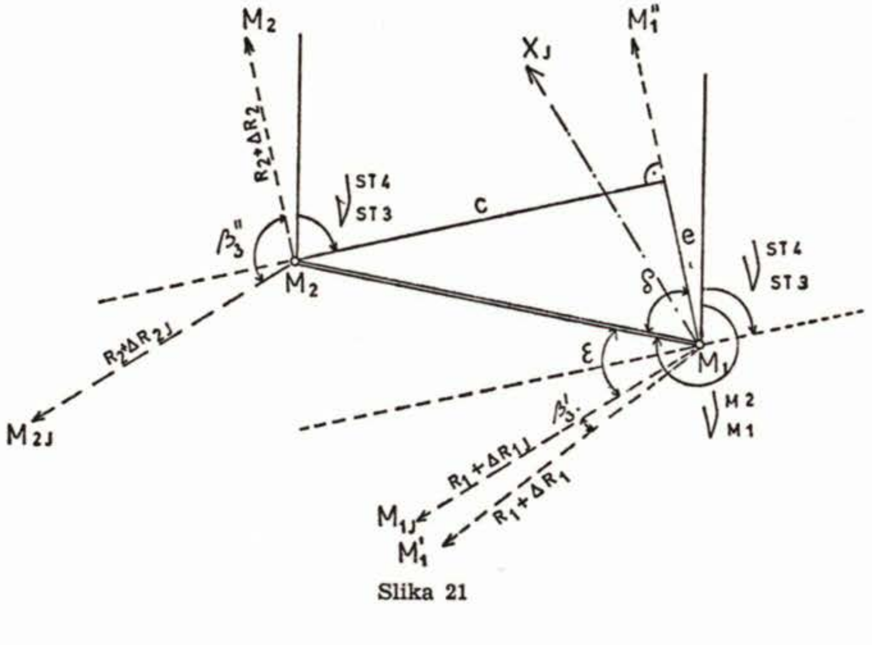
$$M_1\,M_2 \equiv Y = (Y_{M1} - Y_{ST3}) \cos\varepsilon - (X_{M1} - X_{ST3}) \sin\varepsilon,$$
$$ST3\,M_1 \equiv X = (Y_{M1} - Y_{ST3}) \sin\varepsilon + (X_{M1} - X_{ST3}) \cos\varepsilon.$$

7. Da se dobiju prijelomni kutovi β_3'. β_3'', β_3 u sjecištima tangenta potrebno je:

— Riješiti pravokutni trokut s hipotenuzom M_1M_2

$$e = M_1\,M_1'' - (R_2 + \Delta R_2), \qquad c = \sqrt{(M_1\,M_2)^2 - e^2}, \qquad \operatorname{tg}\delta = \frac{c}{e} \quad \text{ili}$$

$$\cos\delta = \frac{e}{M_1\,M_2}.$$



Slika 21

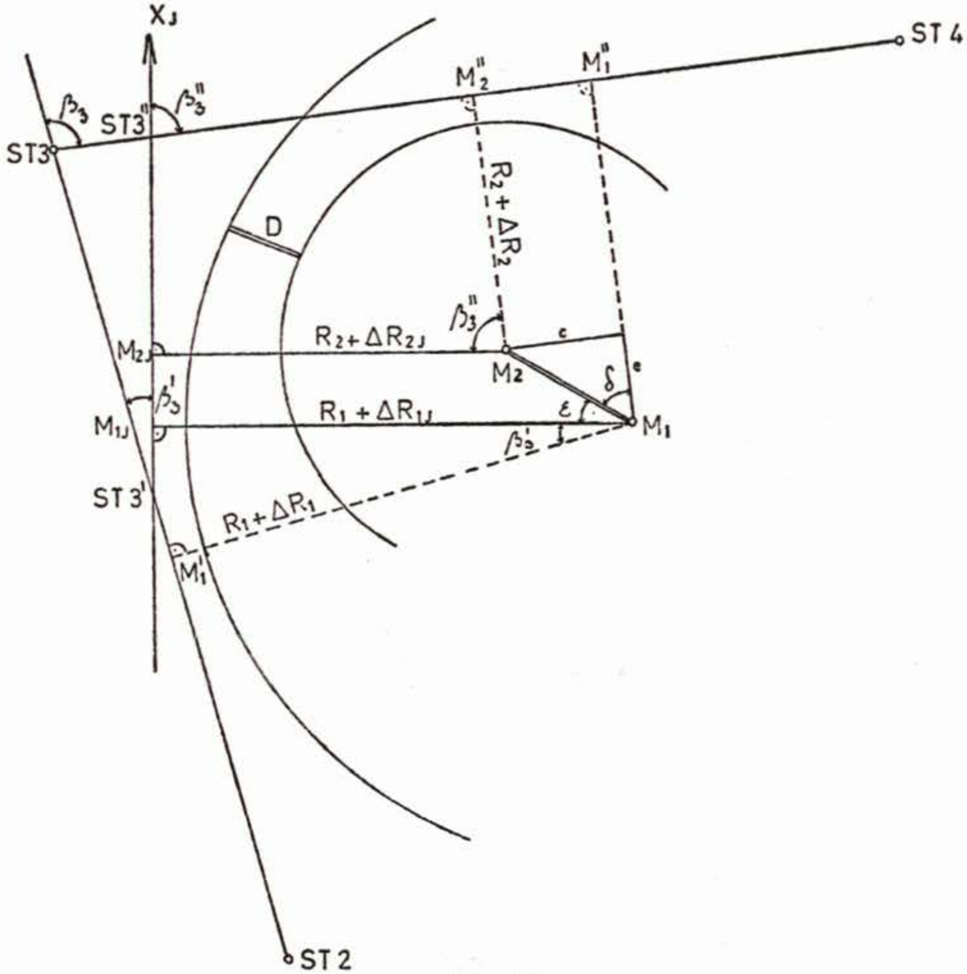
Izračunati: $$\nu_{M_1}^{M_2} = \nu_{ST3}^{ST4} + 270^\circ - \delta.$$

Izračunati smjerni kut glavne tangente
$$\nu X_J = \nu_{M_1}^{M_2} - \varepsilon + 90^\circ.$$

Razlikom smjernih kutova dobivaju se prijelomni kutovi
$$\beta_3' = \nu X_J - \nu_{ST2}^{ST3},$$
$$\beta_3'' = \nu_{ST3}^{ST4} - \nu X_J,$$
$$\beta_3 = \nu_{ST3}^{ST4} - \nu_{ST2}^{ST3}.$$

Kontrola:
$$\beta_3' + \beta_3'' = \beta_3$$

8. Prema poznatim formulama za nesimetričnu krivinu računaju se udaljenosti ST3' M_1' i ST3' M_{1j}, kao i ST3'' M_{2j} i ST3'' M_2''



Slika 22

$$ST3'\,M_1' = U - W \qquad ST3'\,M_{1J} = U + W$$

$$U = Z\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \quad W = \frac{V}{\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}} \quad Z = R + \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2} \quad V = \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2}$$

9. Dužine ST3 ST3', ST3 ST3", ST3' ST3" dobivaju se rješavajući trokut ST3 ST3' ST3" (dužina ST3 M_1 je zadana)

$$ST3\,ST3' = ST3\,M_1' - ST3'\,M_1'$$

$$ST3\,ST3'' = ST3\,ST3'\,\frac{\sin\beta_3'}{\sin\beta_3''}$$

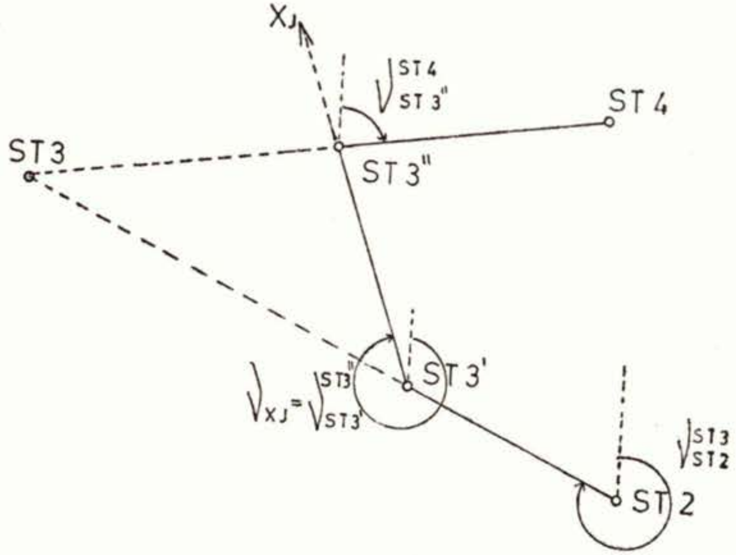
$$ST3'\,ST3'' = ST3\,ST3'\,\frac{\sin\beta_3}{\sin\beta_3''}$$

10. Kontrole:

$$ST3'\,M_{1J} + \Delta X_J + ST3''\,M_{2J} = ST3'\,ST3''$$

$$ST3\,M_1'' - (ST3''\,M_2'' + c) = ST3\,ST3''$$

11. Koordinate sjecišta tangenta ST3' i ST3" računaju se iz poligonskog vlaka ST2 — ST3' — ST3" — ST4.



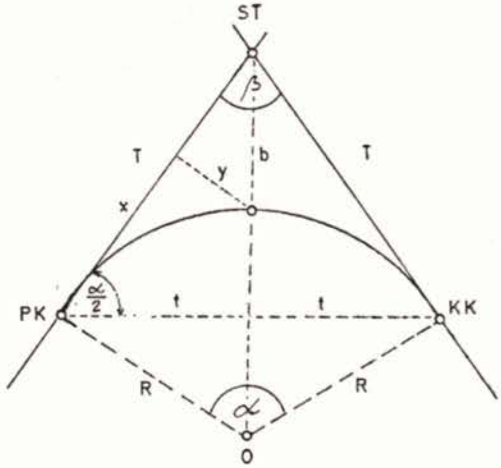
Slika 23

12. Dužine BE i EC (koje će biti potrebne za računanje tangencijalnog poligona) dobiju se:

$$BE = \frac{(T_{L2J} - T_{L1J}) \sin \tau_{2J}}{\sin (\tau_{2J} - \tau_{1J})} - T_{K1J}$$

$$EC = T_{K2J} - \frac{(T_{L2J} - T_{L1J}) \sin \tau_{1J}}{\sin (\tau_{2J} - \tau_{1J})}$$

13. Prema poznatim formulama računaju se glavni elementi kružnih lukova



Slika 24

Tangenta $t_k = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

Bisektrisa $b = R (\sec \frac{\alpha}{2} - 1)$

Apsica za SK $X = R \sin \frac{\alpha}{2}$

Ordinata za SK $Y = R\left((1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$

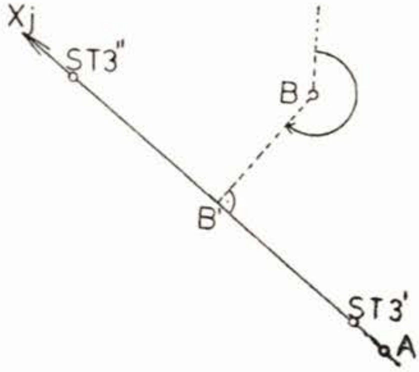
Dužina kružnog luka $L = R \frac{\alpha \Pi}{180^\circ}$

14. Koordinate glavnih točaka trase i tangencijalnog poligona računaju se iz poligonskog vlaka od ST2 do ST4. Sve dužine poligonskih strana su poznate osim:

$$ST2\,PPK = (ST2\,ST3') - (ST3'\,M_1') - X_{M1}$$

$$KPK\,ST4 = (ST3''\,ST4) - (ST3''\,M_2'') - X_{M2}$$

15. Koordinate točke A (početak J-klotoida) računa se iz poligonskog vlaka B — B' — A.



Slika 25

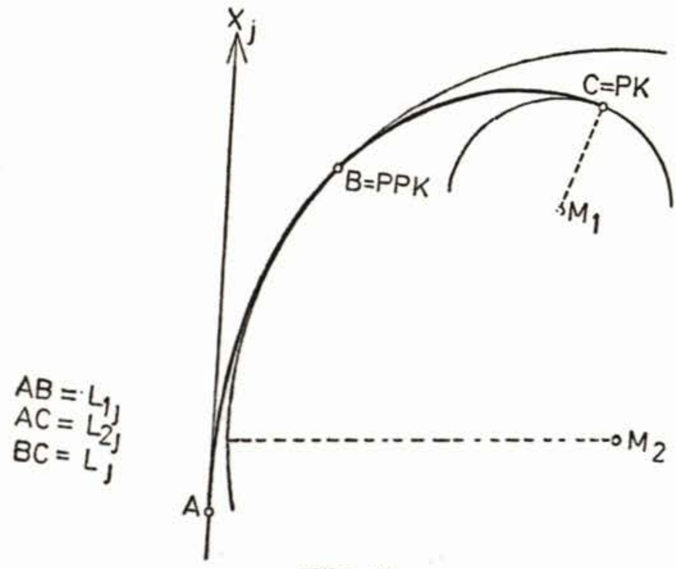
$$\nu_{B}^{B'} = {}_{ST3'}^{ST3''} - 90^\circ,$$

$$B\,B' = Y_{1j},$$

$$B'\,A = X_{1j}.$$

16. Elementi za iskolčenje klotoide se računaju pomoću tablica jedinične klotoide. Na osnovu argumenta $l = \frac{L}{A}$ iz tablica se izvade elementi x i y, množeći ih s parametrom A, dobiju se elementi X i Y za iskolčenje s tangente.

Računajući elemente X i Y za J-klotoidu, argument je $l = \frac{L'}{A}$, $L' = L + L_{1j}$ (L_{1j} je dio klotoide koji se ne koristi).



Slika 26

LITERATURA

[1] Janković M.: Inženjerska geodezija I, Tehnička knjiga, Zagreb 1966.
[2] Janković, M.: Inženjerska geodezija II, Tehnička knjiga, Zagreb 1966.
[3] Kasper—Schurba—Lorenz: Die Klotoide als Trassierungsellement, Dummlers Verlag, Bonn 1968.
[4] Lorenz, H.: Projektovanje i trasiranje puteva i autoputeva, IRO Građevinska knjiga, Beograd 1980.
[5] Macarol, S.: Praktična geodezija, Tehnička knjiga, Zagreb, 1961.
[7] Fućan, M., V. Sajko: Ceste, Tehnička enciklopedija, Knjiga 2, Zagreb 1966.

SAŽETAK

U ovom članku detaljno su razmotreni zadaci pri rješavanju i iskolčenju složenijih oblika krivina i to tzv. S-krivine i J-krivine pomoću tabela jedinične klotoide.

ZUSAMMENFASSUNG

Im Aufsatz sind Aufgaben bei Auflösung und Absteckung zusammengesetzen Kurven sogenannten S (Wendelinie) und J (Ei-Linie) mit hilfe der Einheitsklotoiden Tafel näher betrachtet.

Primljeno: 1981-11-13