

UDK 528.482:693
693:513.4(122)
Stručni rad

NEKI PROBLEMI PRAĆENJA VERTIKALNOSTI I OBLIKA KOD VISOKIH VALJKASTIH OBJEKATA

Zoran BAČIĆ — Zagreb*

UVOD

U nekim geodetskim radovima za potrebe montaže u strojarstvu i u graditeljstvu, pojavljuje se problem praćenja vertikalnosti visokih valjkastih objekata, kao što su: silosi, kauperi kod visokih peći, spremnici, dimnjaci itd. Sama vertikalnost nije često dovoljan podatak za graditelja. Graditelja interesira u nekim slučajevima pravilnost kružnice pri gradnji, eventualno odstupanje izvedene kružnice od projektirane, te središte tako izvedene kružnice u sklopu vertikalnosti čitavog objekta.

Poseban problem je ispitivanje uzroka veličina odstupanja od projektiranih vrijednosti montirane čelične konstrukcije, zavisno o točnosti, ispod koje nije moguće izvršiti određenu montažu. O tome ovisi i potrebna točnost geodetskih mjerenja koja prate takvu gradnju.

Ovaj članak bavi se analizom mjerenja jednog prstena kaupera, u toku gradnje kompleksa Visoke peći VP-4 u Zenici.

PROBLEM

Elementi koji utiču na točnost izvedbe montiranog čeličnog bloka kaupera su sljedeći:

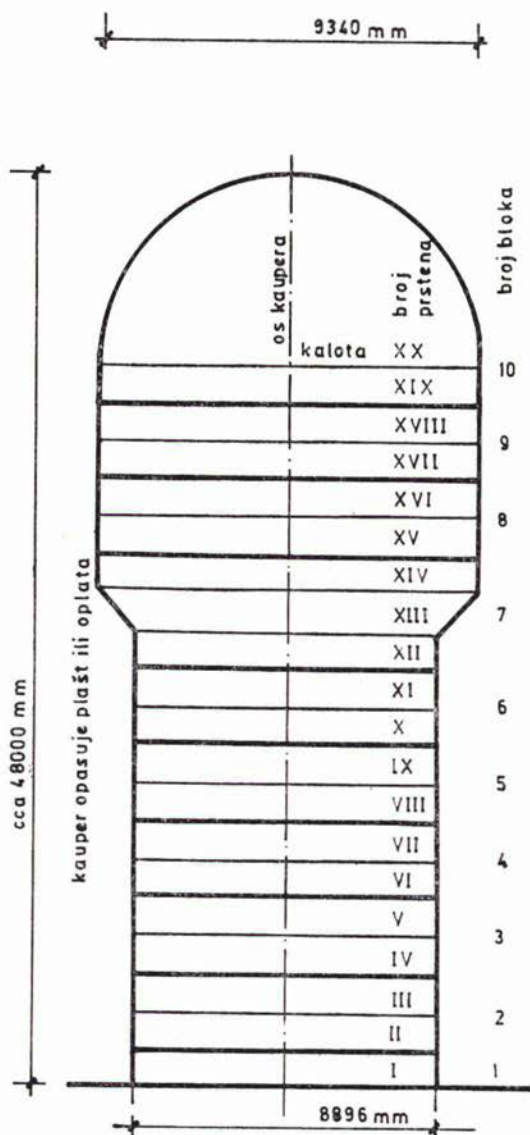
- a) kontinuirana pogreška izvedbe radijusa oplatnih limova,
- b) nemogućnost strojne izvedbe kompletnog segmenta kružnice oplatnih limova,
- c) tolerancija izvedbe oplatnih limova u fazi strojne izrade,
- d) točnost uklapanja limova u fazi predmontaže (prije zavarivanja),
- e) problem varenja i njegov utjecaj na točnost izvedbe (zavisno od oblika vara i tehnologije zavarivanja),
- f) utjecaj netočnosti montiranog bloka na blok koji se nastavno na njega montira,
- g) utjecaj nehorizontalnosti donje nalegne stjenke bloka koji se montira,

* Adresa autora: Zoran Bačić, dipl. inž. Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26.

h) mogući utjecaj deformacije koja je nastala prilikom podizanja dizalicom montažnog elementa na predviđenu poziciju montaže.

Navedeni uzroci izazivaju u toku montaže razna odstupanja oplata kaupera od projektiranog radijusa, kao i odstupanje središta kružnice pojedinog prstena, od projektirane vertikalne osi.

Sama geodetska mjerenja sastojala su se od kontinuiranog praćenja veličina radijusa svakog ugradnog bloka u toku predmontaže (montaže na stendu,

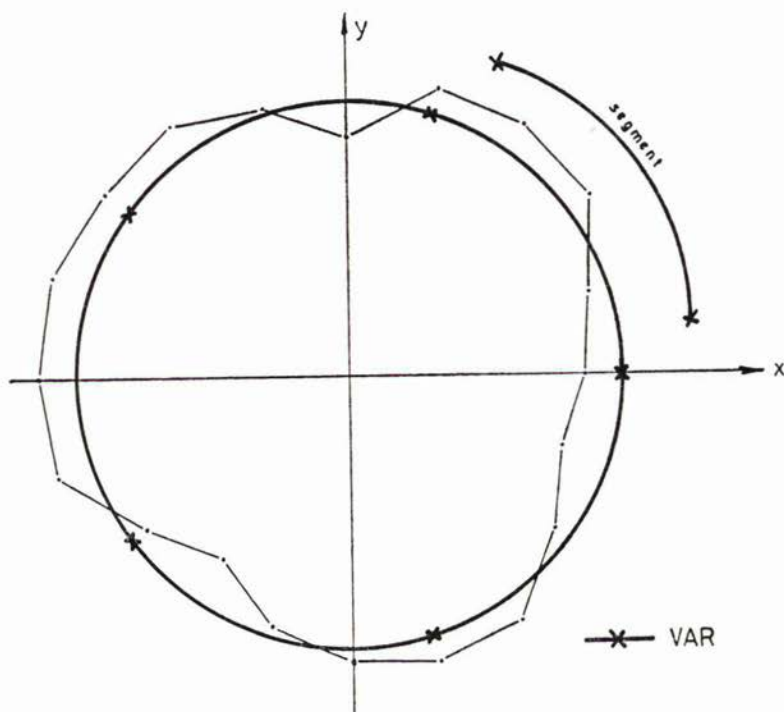


Sl. 1 Raspodjela blokova i prstena na kauperu

ukrupnjavanja), zavarivanja na stendu, nakon montaže, i poslije zavarivanja za već izgrađeni dio objekta. U toku montaže radijusi su mjereni iz projektirane vertikalne osi instrumentom PZL-100 Carl Zeiss, Jena, na kompariranu plastificiranu čeličnu vrpce s milimetarskom podjelom. Mjerenje se izvodilo po određenom programu na 25 točaka po obodu plašta (vidi »Numerički primjer«). Taj se raspored u toku rada pokazao isuviše gust, pa je broj točaka smanjen na 16.

Idealan slučaj mjerenja radijusa, iz vertikalne osi, dao bi projektiranu vrijednost radijusa za sve točke na obodu plašta. Međutim zbog svih montažnih uzroka, kao i pogrešaka mjerenja, dobivene vrijednosti su u većoj ili manjoj mjeri odstupale od projektirane veličine. Ukoliko je točnost mjenog radijusa (u našem primjeru mjerenje je obavljeno u 2 položaja dubina s 3 ponavljanja) unutar tolerancije strojne izvedbe segmenata oplatnog lima (2—3 mm), smatralo se, da ukupni ostali iznos pomaka otpada na deformacije nastale već navedenim uzrocima.

Osvrnut ćemo se i na utjecaj točnosti mjerenja. Za ocjenu točnosti mjenih radijusa poslužiti ćemo se srednjom pogreškom mjenih radijusa na istom nivou, koja iznosi $m_m = \pm 0.6$ mm. (vidi »Numerički primjer«). Ako se tome pridodaju pogreške držanja nule vrpce, pogreška zategnutosti vrpce, subjektivna pogreška procjenjivanja i moć razdvajanja durbina instrumenta, proizlazi srednja pogreška mjerenja za isti horizont $m = \pm 1.9$ mm.



Sl. 2 Krivulja dobivena mjerenjem radijusa u jednom horizontu

Budući da se nije mjerila vertikalnost blokova, već svaki spoj blokova zasebno, to je problem sveden na mjerenje radijusa u istom horizontu tj. sa istom težinom (vidi: slika 1).

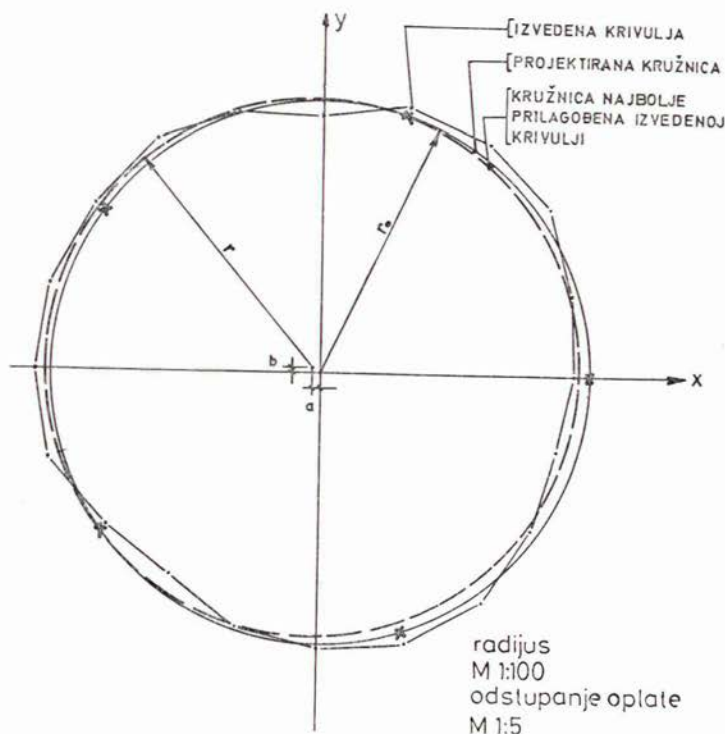
Najveće dozvoljeno odstupanje, za izvedene radijuse na istom horizontu, iznosi prema strojarskim propisima za montažu čelične konstrukcije kaupera:

$$\Delta r_{\max} + \Delta r_{\min} \leq 0.006 r$$

Na slici 2. prikazana je krivulja dobivena mjerenjima radijusa jednog horizontalnog presjeka. Radijus je prikazan u mjerilu $M = 1 : 1\,000$, a odstupanje mjenjenih radijusa od projektirane vrijednosti radijusa u mjerilu $M = 1 : 2$.

RJEŠENJE

Treba pronaći takvu kružnicu koja će najmanje odstupati od izmjerene krivulje uz uvjet $[vv] = \min$, a potom pronaći središte tako dobivene kružnice u odnosu na projektiranu vertikalnu os (vidi: slika 3).



Sl. 3

Opća jednadžba kružnice u nekom koordinatnom sustavu glasi:

$$r^2 = (x + a)^2 + (y + b)^2$$

ili

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = \emptyset$$

Na oplati lima mjereno je niz točaka. Koordinate x i y svake točke moraju zadovoljavati jednadžbu kružnice. Za i -tu točku vrijedi:

$$x_i^2 + y_i^2 + Ax_i + By_i + C = \emptyset \quad (1)$$

Koeficijenti A , B i C su za sve točke konstantne vrijednosti, a x_i , y_i su koordinate i -te mjerene točke na oplati lima, gdje i ide od 1 do n , a n je broj izmjerenih točaka. Kružnica koja će se najbolje prilagoditi mjerenoj krivulji, imat će jedinstveno središte i radijus, a odredit će se uz uvjet da je suma odstupanja svih mjerenih točaka od nje jednaka \emptyset .

$$[v] = \emptyset$$

Prema teoriji najmanjih kvadrata uz uvjet $[vv] = \min$, veličine v_1, v_2, \dots, v_n predstavljaju odstupanja. Za svaku izmjerenu točku možemo napisati jednadžbu (1) u obliku jednadžbi pogrešaka.

$$\begin{aligned} x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C &= v_1 \\ x_2^2 + y_2^2 + Ax_2 + By_2 + C &= v_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ x_n^2 + y_n^2 + Ax_n + By_n + C &= v_n \end{aligned} \quad (2)$$

Koeficijente A , B i C odredit ćemo sada uz uvjet minimuma. Potražimo sada $[vv] = \min$

$$\begin{aligned} v_1^2 &= (x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C)^2 \\ v_2^2 &= (x_2^2 + y_2^2 + Ax_2 + By_2 + C)^2 \\ &\dots \\ &\dots \\ v_n^2 &= (x_n^2 + y_n^2 + Ax_n + By_n + C)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$[vv] = \text{minimum}$ ako su parcijalne derivacije po nepoznicama jednake \emptyset tj.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1 v_1}{\partial A} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_1 v_1}{\partial B} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_1 v_1}{\partial C} = \emptyset \\ \frac{\partial v_2 v_2}{\partial A} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_2 v_2}{\partial B} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_2 v_2}{\partial C} = \emptyset \\ & \dots \\ & \dots \\ \frac{\partial v_n v_n}{\partial A} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_n v_n}{\partial B} = \emptyset & \quad \frac{\partial v_n v_n}{\partial C} = \emptyset \end{aligned}$$

i sumirajmo:

$$\frac{\partial [vv]}{\partial A} = \emptyset \quad \frac{\partial [vv]}{\partial B} = \emptyset \quad \frac{\partial [vv]}{\partial C} = \emptyset$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial [vv]}{\partial A} &= 2 [x^2x] + 2B [xy] + 2C [x] + 2A [xx] + 2 [xy^2] = \emptyset \\ \frac{\partial [vv]}{\partial B} &= 2 [x^2y] + 2A [xy] + 2C [y] + 2B [yy] + 2 [y^2y] = \emptyset \\ \frac{\partial [vv]}{\partial C} &= 2 [x^2] + 2A [x] + 2B [y] + 2C \cdot n + 2[y^2] = \emptyset\end{aligned}\quad (4)$$

Poredajmo gornje izraze po koeficijentima A, B i C i podijelimo jednadžbe (4) sa 2:

$$\begin{aligned}A [xx] + B [xy] + C [x] + ([x^2x] + [xy^2]) &= \emptyset \\ A [xy] + B [yy] + C [y] + ([x^2y] + [y^2y]) &= \emptyset \\ A [x] + B [y] + n \cdot C + ([x^2] + [y^2]) &= \emptyset\end{aligned}\quad (4a)$$

Rješavanjem normalnih jednadžbi (4a) dobivaju se koeficijenti A, B i C. Naše traženo rješenje za kružnicu koja se najbolje prilagođava izmjerenoj krivulji dobiva se ako uvedemo oznake za A, B i C:

$$A = 2a \quad B = 2b \quad C = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\text{tj.} \quad a = \frac{A}{2} \quad b = \frac{B}{2} \quad r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$$

Konačna jednadžba naše tražene kružnice glasi:

$$r^2 = (x + a)^2 + (y + b)^2$$

gdje su a i b pomaci tražene kružnice po smjeru x, y koordinatnog sustava, a r veličina radijusa te kružnice.

Popravci v_1, v_2, \dots, v_n dobivaju se iz jednadžbe (2), a kao kontrole $[vv] = \min$ su $[xv] = \emptyset$, $[yv] = \emptyset$, $[v] = \emptyset$.

Druga kontrola može biti pomoću sume kvadrata pogrešaka:

$$\begin{aligned}[vv] &= [x^2 + y^2] - \frac{[x(x^2 + y^2)]^2}{[xx]} - \frac{[y(x^2 + y^2) \cdot 1]^2}{[yy \cdot 1]} - \frac{[1(x^2 + y^2) \cdot 2]^2}{[11 \cdot 2]} = \\ &= [(x^2 + y^2) \cdot 3]\end{aligned}$$

Obzirom na mogućnosti koje pružaju elektronski računski strojevi, mnogo pogodniji način rješavanja ovog problema je pomoću matrica. Radi jednostavnijeg praćenja izvoda uvedimo u formule (2) slijedeću supstituciju:

$$x_i^2 + y_i^2 = l_i$$

pa imamo:

$$\begin{aligned}x_1A + y_1B + C + l_1 &= v_1 \\ x_2A + y_2B + C + l_2 &= v_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ x_nA + y_nB + C + l_n &= v_n\end{aligned}$$

Izdvojimo matricu koeficijenata:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_1 y_1 l \\ x_2 y_2 l \\ \dots \\ \dots \\ x_n y_n l \end{bmatrix}$$

i vektore:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ l_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

Jednadžba pogrešaka će sada biti:

$$\mathbf{v} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{L} \quad (5)$$

$[\mathbf{v}\mathbf{v}]$ se dobiva umnoškom vektora:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{v} = [v_1 v_2 \dots v_n] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{v} = 0 \quad (7)$$

Po teoriji najmanjih kvadrata $[\mathbf{v}\mathbf{v}]$ treba biti minimalna. U tu svrhu množimo vektor popravaka \mathbf{v} s njegovim transponiranim vektorom i tražimo minimum te funkcije. Deriviranjem izraza (6), parcijalno po x , y , l uvažujući jednadžbu (5), dobivamo jednadžbu (7) izjednačivši parcijalne derivacije sa 0. Iz nje proizlaze kontrole $[\mathbf{x}\mathbf{v}] = 0$, $[\mathbf{y}\mathbf{v}] = 0$ i $[\mathbf{v}] = 0$. Ako u matričnu jednadžbu (7) uvrstimo jednadžbu (5) dobivamo:

$$\mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{x} + \mathbf{L}) = 0 \\ \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + \mathbf{B}^T \mathbf{L} = 0 \quad / \quad (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}$$

pomnoženo s lijeva

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{L} = 0 \\ (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{B} = \mathbf{E}$$

jedinična matrica, pa je rješenje matrična jednadžba (8).

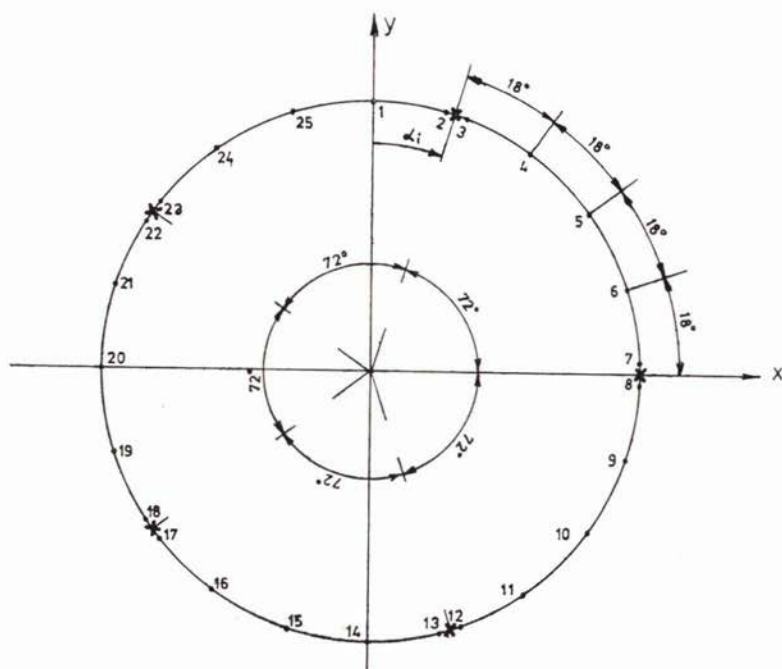
$$\mathbf{x} = -(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{L} \quad (8)$$

Numerički primjer

Za numerički primjer uzet je snimak bloka br. 8, prstena br. XVI na vrhu poslije varenja horizontalnog spoja, na kauperu broj 1. Visina zavare-

nog spoja od dna kaupera iznosi $H = 32.504$ m. Iz slike 4 vidljiv je raspored opažanih točaka po obodu oplata i mjesta zavarenih vertikalnih spojeva na samom plaštu.

Mjerenje je izvršeno u tri ponavljanja. Projektirana veličina radijusa $R = 4670$ mm, a mjerenje je izvršeno na kompariranu čeličnu vrpca s malom specifičnom težinom po dužinskom metru i milimetarskom podjelom. Vrpca je bila razapeta od unutarnjeg ruba oplata kaupera preko vertikalne osi kaupera na dijametralno suprotnu stranu oplata. Ovdje treba napomenuti, da se točke na oplati mogu odrediti pomoću bilo koje geodetske metode mjerenja koja zadovoljava traženu točnost, nezavisno od postava koordinatnog sistema u odnosu na vertikalnu os kaupera. Sporedno je određuju li se točke na unutarnjoj ili vanjskoj strani oplata, jer je debljina lima konstantna veličina nezavisna o nastaloj deformaciji kružnice. U našem primjeru koordinatni sistem je postavljen kroz projektiranu vertikalnu os kaupera. Iz mjerenih radijusa i poznatih kuteva (slika 4) pod kojim su oni mjereni, određene su koordinate svake točke x_i, y_i na oplati lima. Kutevi pod kojim su mjereni radijusi na oplati kaupera α_i u nekim granicama se smatraju bezpogrešnim veličinama.



Sl. 4 Raspored opažanih točaka po obodu plašta i razmještaj varova

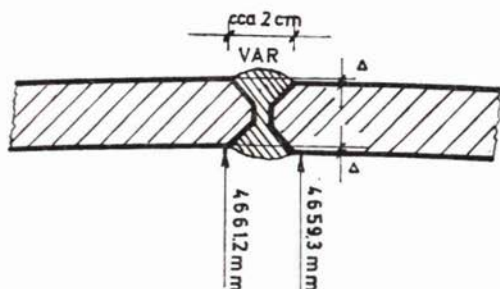
Mjerenje se izvodilo direktno na vrpca. Sredinom iz mjerenja u 2 položaja durbina eliminirana je kolimaciona pogreška instrumenta, pa ta sredina zapravo predstavlja jedno direktno mjerenje. U Tabeli 1 prikazane su sredina iz dva položaja durbina, aritmetaska sredina za pojedine mjerene radijuse, srednja pogreška opažanja i srednja pogreška aritmetičke sredine za svaki mjereni radijus.

broj točke	I mjerenje r	v ₁	II mjerenje r	v ₂	III mjerenje r	v ₃	sredina r	[v]	[vv]	$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$	$M = \pm \sqrt{\frac{m}{n}}$
1	4682	0	4681	-1	4683	+1	4682	0	1	±0.71	±0.41
2	4660.5	-0.7	4662	+0.8	4661	-0.2	4661.2	-0.1	1.17	±0.76	±0.44
x 3	4659	-0.3	4659	-0.3	4660	+0.7	4659.3	+0.1	0.67	±0.58	±0.33
4	4657.5	-0.7	4658	-0.2	4659	+0.8	4658.2	-0.1	1.17	±0.76	±0.44
5	4660	0	4660.5	+0.5	4659.5	-0.5	4660	0	0.5	±0.5	±0.28
6	4676	-0.5	4676.5	0	4677	+0.5	4676.5	0	0.5	±0.5	±0.28
7	4682.5	+0.7	4682	+0.2	4681	-0.8	4681.8	+0.1	1.17	±0.76	±0.44
x 8	4682	-0.5	4682	-0.5	4683.5	+1.0	4682.5	0	1.5	±0.87	±0.5
9	4686	-0.7	4688	+1.3	4686	-0.7	4686.7	-0.1	2.67	±1.16	±0.67
10	4657	-0.8	4676.5	+0.7	4676	+0.2	4675.8	+0.1	1.17	±0.76	±0.44
11	4661	0	4661	0	4661	0	4661	0	0	0	0
12	4659.5	-0.5	4660.5	+0.5	4660	0	4660	0	0.5	±0.5	±0.28
x 13	4660.5	-0.2	4660	-0.7	4661.5	+0.8	4660.7	-0.1	1.17	±0.76	±0.44
14	4665	-0.5	4666	+0.5	4665.5	0	4665.5	0	0.5	±0.5	±0.28
15	4674	+0.2	4673.5	-0.3	4674	+0.2	4673.8	+0.1	0.17	±0.29	±0.17
16	4687	0	4687.5	+0.5	4686.5	-0.5	4687	0	0.5	±0.5	±0.28
17	4676	0	4675.5	-0.5	4656.5	+0.5	4676	0	0.5	±0.5	±0.28
x 18	4675.5	0	4675	-0.5	4676	+0.5	4675.5	0	0.5	±0.5	±0.28
19	4678	+0.2	4658	+0.2	4657.5	+0.5	4657.8	+0.1	0.17	±0.29	±0.17
20	4656	-0.2	4656.5	+0.3	4656	-0.2	4656.2	-0.1	0.17	±0.29	±0.17
21	4655.5	-0.5	4656	0	4656.5	-0.3	4656	0	0.5	±0.5	±0.28
x 22	4659.5	-0.3	4660	+0.2	4660	+0.2	4659.8	+0.1	0.17	±0.29	±0.17
23	4659.5	-0.3	4660	+0.2	4660	+0.2	4659.8	+0.1	0.17	±0.29	±0.17
24	4657.5	-0.7	4658	-0.2	4659	+0.8	4658.2	-0.1	0.17	±0.76	±0.44
25	4668	+0.2	4667	-0.8	4668.5	+0.7	4667.8	+0.1	0.17	±0.76	±0.44

Srednje pogreške i srednje pogreške aritmetičke sredine dobivene su za svaki mjereni radijus. Kako su svi mjereni radijusi približno iste dužine a mjereni su i pod istim uvjetima (isti opažać, instrumentarij, pribor, klimatski i vremenski uvjet te jednak broj ponavljanja za svaki radijus), pruža nam se mogućnost računanja srednje pogreške na istom nivou, što nam daje ocjenu točnosti mjerenja na pojedinim nivoima.

$$m_m = \pm \sqrt{\frac{m^2}{n}} \quad m_m = \pm 0.61$$

Očito se radi o malim veličinama pogrešaka nastalim mjerenjem u tri ponavljanja. Takva točnost nije bila potrebna za strojnu montažu. U fazi predmontaže i montaže prije zavarivanja, mjerilo se u polugirusima (jednom položaju durbina). Definitivni zavareni spojevi, kao završni podatak montaže, mjerili su se u dva položaja durbina. Postignuta točnost od 2-3 mm zadovoljila je potrebe montaže zbog već unaprijed navedenih razloga. Točke koje su opažane s obe strane vara tretirane su kao jedna opažana točka (srednja vrijednost lijeve i desne strane vara), jer se radilo o vrlo bliskim točkama (var je širine cca 2 cm). Razlika između očitavanja radijusa (točke: 2,3 7,8 12,13 17,18 22,23) na tim dvojnim točkama nije posljedica deformacije oplata već pomaka na varu (vidi slika 5).



Sl. 5 Pomak limova na varu

Iz izmjerenih radijusa i poznatih kuteva računaju se koordinate x_i , y_i za svaku mjerenu točku na oplati kaupera. Zbog velikih brojeva radijus je izražen u metrima.

Tabela koordinata x_i y_i

broj točke	r_i	x_i	y_i
1	4.682	$90^\circ + 0$	$+ 4.682$
2/3	4.6603	$72^\circ + 1.4401$	$+ 4.4322$
4	4.6582	$54^\circ + 2.738$	$+ 3.7686$
5	4.66	$36^\circ + 3.77$	$+ 2.7391$
6	4.6765	$18^\circ + 4.4476$	$+ 1.4451$
7/8	4.6822	$0^\circ + 4.6822$	$+ 0$
9	4.6867	$342^\circ + 4.4573$	$- 1.4483$
10	4.6758	$324^\circ + 3.7828$	$- 2.7484$
11	4.6610	$306^\circ + 2.7397$	$- 3.7708$
12/13	4.6603	$288^\circ + 1.4401$	$- 4.4322$

14	4.6655	270° + 0	- 4.6655
15	4.6738	252° - 1.4443	- 4.445
16	4.687	234° - 2.7549	- 3.7919
17/18	4.6758	216° - 3.7828	- 2.7484
19	4.6578	198° - 4.4298	- 1.4393
20	4.6562	180° - 4.6562	+ 0
21	4.656	162° - 4.4281	+ 1.4388
22/23	4.6598	144° - 3.7699	+ 2.739
24	4.6582	126° - 2.738	+ 3.7686
25	4.6678	108° - 1.4424	+ 4.4393

$$\begin{array}{ll}
 [x] = + 0.0515 & [x^2x] = + 4.10342453 \\
 [y] = - 0.0371 & [xy^2] = - 0.74017371 \\
 [xx] = + 217.9308215 & [x^2y] = - 1.63158746 \\
 [xy] = + 0.10951952 & [y^2y] = - 0.79435895 \\
 [xx] + [yy] = + 435.814981 & [x^2x] + [xy^2] = + 3.36325082 \\
 ([xx] + [yy])^2 = 9496.928499 & [x^2y] + [yy^2] = - 2.42595408
 \end{array}$$

Normalne jednačbe

$$\begin{array}{l}
 A \cdot 217.9308215 + B \cdot 0.10951952 + C \cdot 0.0515 + 3.36325082 = 0 \\
 A \cdot 0.10951952 + B \cdot 217.8841595 - C \cdot 0.0371 - 2.42595408 = 0 \\
 A \cdot 0.0515 - B \cdot 0.0371 + C \cdot 20 + 435.814981 = 0
 \end{array}$$

Normalne jednačbe se mogu riješiti bilo kojim poznatim načinom eliminacije nepoznanica, pa stoga dajemo definitivne rezultate.

Definitivni rezultati:

$$\begin{array}{l}
 C = - 21.79070881 \\
 B = + 0.0074289 \\
 A = - 0.010296938
 \end{array}$$

Iz ovog proizlazi:

$$\begin{array}{l}
 a = - 0.0052 \text{ m} \\
 b = + 0.0037 \text{ m} \\
 r = 4.6681 \text{ m}
 \end{array}$$

Pomaci iz vertikalne osi sredine kružnice koja se najbolje prilagođava mjerenjima na obodu oplate, vide se iz veličina a i b dok je radijus takve kružnice r . Sada jednačba kružnice glasi:

$$(x - 0.005)^2 + (y + 0.0037)^2 = 4.668$$

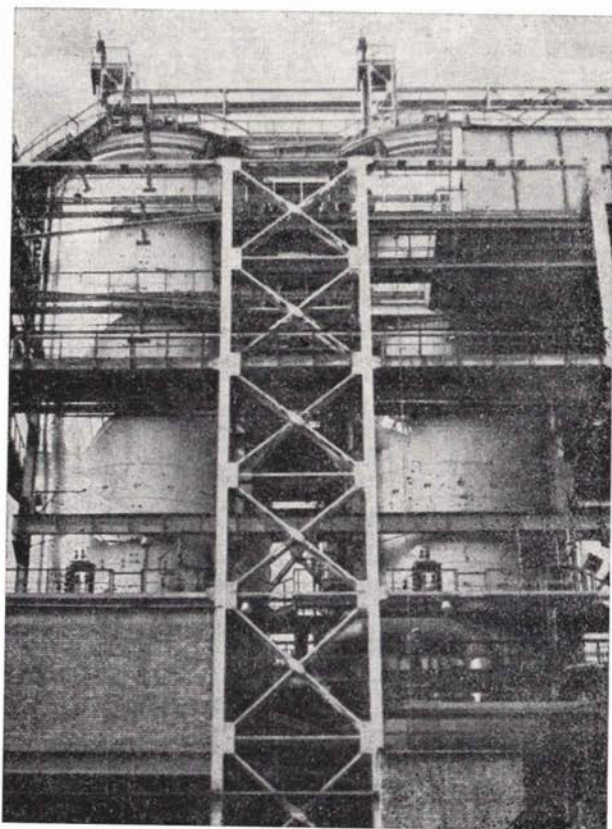
ili

$$x^2 + y^2 + (- 0.0103)x + 0.0074y + (- 21.79068) = 0$$

Odstupanja v predstavljaju veličine koje pokazuju za koliko pojedine izmjerene točke odstupaju od dobivene definitivne kružnice.

$$\begin{array}{lll}
 v_1 = + 0.1652 & v_{10} = - 0.1200 & v_{19} = - 0.0355 \\
 v_2 = - 0.0543 & v_{11} = - 0.0585 & v_{20} = + 0.0450
 \end{array}$$

$v_3 = -0.0914$	$v_{12} = +0.0352$	$[v] = 0.0000$
$v_4 = -0.0936$	$v_{13} = +0.1775$	$[vv] = 0.15854$
$v_5 = -0.0437$	$v_{14} = +0.0911$	$[xv] = 0.00217$
$v_6 = +0.0841$	$v_{15} = -0.0611$	$[yv] = 0.0000$
$v_7 = +0.1177$	$v_{16} = -0.0626$	kontrola:
$v_8 = +0.0132$	$v_{17} = -0.0562$	$[(x^2 + y^2) \cdot 3] = [vv] = 0.15850$
$v_9 = -0.1220$	$v_{18} = -0.0173$	



Sl. 6 Pogled na dva kaupera

ANALIZA REZULTATA

Iako $[xv]$ nije \emptyset već odstupa za izvjesnu vrijednost, a $[vv]$ se za malo razlikuje od $[vv]$ dobivene iz rješenja normalne jednačbe, tj. kao njena kontrola, rješenje možemo smatrati ispravnim. Sam sistem nije povoljan za rješavanje, zbog velike razlike koeficijenata normalnih jednačbi. Dobivena točnost računanja postignuta je računanjem na džepnom računaru Hewlett-Packard 29c uz korištenje 8 decimalnih mjesta. Korištenjem većeg računala uz pripremljeni program, postigla bi se veća točnost računanja. Mnogo povoljniji

odnosi koeficijentata normalne jednadžbe dobili bi se izborom koordinatnog sustava, koji ne prolazi projektnom osi kružnice. U našem primjeru mi nismo odabrali takav slučaj jer je računanje bilo uslovljeno načinom mjerenja, mjenim terenskim podacima, kao i unaprijed zadanim koordinatnim sustavom.

Iz izloženih rezultata uočljivo je da se i drugi objekti s kružnim presjecima mogu pratiti ovim načinom po vertikalnosti i obliku gradnje. Dovoljno je na određenim visinama u fazi gradnje izmjeriti točke na obodu kružnice objekta. Međusobnim uspoređivanjem pojedinih nivoa sukcesivno se prati vertikalnost izvedenog objekta i deformacije vezane uz tu gradnju.

LITERATURA

- [1] Čubranić N.: Teorija pogrešaka s računom izjednačenja, Zagreb 1966.
- [2] Kurepa S.: Uvod u linearnu algebru, Zagreb 1978.
- [3] Macarol S.: Praktična geodezija, Zagreb 1961.
- [4] Zabilježbe sa radova na gradilištu VP-4 u Zenici.
- [5] Projektna dokumentacija za montažu strojarske opreme i podaci mjerenja. mjerenja.

SAŽETAK

Pri gradnji visokih valjkastih objekata često se traži podatak o točnosti izvedene kružnice na pojedinim visinama. U članku je prikazano računanje kružnice koja se najbolje prilagođava izvedenoj situaciji i odnos središta tako dobivene kružnice prema projektiranoj vertikalnoj osi. Pri računanju je korištena teorija najmanjih kvadrata, a obrađen je i jedan numerički primjer iz prakse.

ZUSAMMENFASSUNG

Oft werden bei dem Bau hoher walzenförmiger Objekte Angaben über die Genauigkeit der ausgeführten Kreisform bezogen auf verschiedene Höhen verlangt. In dem Beitrag wird eine Methode zur Berechnung desjenigen Kreises vorgestellt, welcher am ehesten der wirklich ausgeführten Kreisform entspricht und der Mittelpunktabweichung dieses idealisierten Kreises von der projektierten Objektmitte. Die Berechnungsmethode, welche auf der Methode der kleinsten Quadrate beruht, wird an einem Zahlenbeispiel aus der Praxis zusätzlich verdeutlicht.