

DUGOVALNI (UGLAČANI) GRAVIMETRIJSKI GEOID ZA JUGOSLAVIJU I NJEGOVA PRIMJENA

Krešimir ČOLIĆ* Zagreb

1. UVOD

U okviru znanstveno-istraživačke teme »Regionalno istraživanje oblika i disanja Zemlje«** jedan od dva osnovna dijela obuhvaćenih istraživanja odnosi se na; »Ispitivanje postupaka za određivanje otklona vertikalne i geoidnih visina.« Drugi dio te teme je; »Stanica za opažanje disanja (plimnih valova) Zemljine kore — Zagreb i obrada opažanja«.

Potreba i značaj određivanja otklona vertikalne i visine geoida i za našu geodetsku praksu su sasvim očiti. Naime, bez točnih određivanja redukcija za mjerenja izvršena na fizičkoj površini Zemlje nema ni korektnih izračunavanja na plohi elipsoida u osnovnim geodetskim mrežama. Današnje velike mogućnosti povišenja točnosti svih geodetskih, gravimetrijskih i astronomskih opažanja postale bi besmislene, ako se istovremeno ne bi adekvatno povećavale i točnosti izračunavanja neophodnih redukcija za rezultate izvršenih mjerenja, pogotovo uz činjenicu da primjena kompjutera omogućava korištenje sve točnijih modela i numeričkih metoda u rješavanju osnovnih i drugih geodetskih zadataka. Pravilno rješenje cjelokupnog »redukcionog problema« je potpuno nemoguće bez poznavanja tih dvaju važnih parametara tj. otklona vertikalne i visine plohe geoida naspram prihvaćenog referenc-elipsoida.

U temi su se u tom kontekstu u prvi plan — po samoj prirodi stvari — postavila istraživanja plohe geoida za teritorij SR Hrvatske odnosno SFR Jugoslavije. Kao osnovni preduvjet za postupno izvršenje ovog zadatka pojavljuje se potreba uspostavljanja, transformiranja i korištenja tzv. dugovalnog (uglačanog) gravimetrijskog geoida odnosno odgovarajućeg njegovog dijela za područje naše zemlje. Upravo o toj problematici i prvom dijelu postignutih rezultata u našim istraživanjima referira se u ovom članku. Njegov opseg, kao i sama priroda problema određuje i zahtjeva izvjesna zadiranja u teoriju naročito zbog izrazite insuficijencije predmetne materije u geodetskoj literaturi na našem jeziku. Ovdje se ukazuje na neke nove uspješne primjene dugovalnog geoida u nas.

* Adresa autora: Doc. dr ing. Krešimir Čolić, Geodetski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26

** Ova tema se odvija na Geodetskom fakultetu sveučilišta u Zagrebu u sklopu Projekta »Temeljna istraživanja na području geodezije«, a financira je Samoupravna interesna zajednica III za znanstveni rad SR Hrvatske, dok je nosilac teme autor ovoga rada.

2. ZNAČAJ I ULOGA DUGOVALNOG GRAVIMETRIJSKOG GEOIDA

Postavimo najprije definiciju: Pod dugovalnim modelom geoida ili uglačanim gravimetrijskim geoidom podrazumijeva se ona ploha geoida u kojoj nisu sadržane finije regionalne i lokalne strukture već prvenstveno njegove globalne karakteristike. Taj model »uglačanog« geoida dobiva se iz foto-optičkih, laserskih i električkih opažanja Zemljinih umjetnih satelita (ZUS-a), često uz korištenje terestričkih gravimetrijskih opažanja sa slabijom moći razlučivanja ali zato globalnog protezanja. (poglavlje 3 i 4).

Za cijelo područje SFR Jugoslavije postoji do sada samo jedino određivanje plohe geoida, [17], [18] (MUMINAGIĆ 1971a, 1971b). Taj *astrogeodetskim načinom* određeni geoid za naš teritorij, bez korištenja informacija iz topografije, pri postojećoj prosječnoj udaljenosti Laplace-ovih i geoidnih točaka od cca 30 km do 50 km, na nekim mjestima i više, u međuvremenu je uključen i evropski atrogeodetski geoid u dvije njegove verzije, [11], [12] (LEVALLOIS i MONGE 1975 i 1978). Ovo uklapanje izvršeno je posrednim putem, što treba posebno istaknuti. Međutim, u radu na našoj znanstvenoj temi opet se potvrdila činjenica, da se zaokružena istraživanja astrogeodetskog geoida ne mogu u potpunosti izvesti bez upotrebe nezavisnih gravimetrijskih podataka (napose anomalija sile teže). Pokazalo se nužnim barem korištenje dugovalnog gravimetrijskog geoida odnosno odgovarajućeg njegovog dijela. U našem radu ispitivali smo situiranost astrogeodetskog geoida za Jugoslaviju, kako je publiciran u [18] (MUMINAGIĆ 1971b), u odnosu na najnoviji astrogeodetski geoid za Evropu [12] (LEVALLOIS i MONGE 1978). — Ove se dvije plohe ne mogu a priori uspoređivati zbog korištenja različitih referenc-elipsoida, pa smo uspješno primjenili dva modela uglačanog geoida, već dobijena na bazi opažanja ZUS-a i u kombinaciji s terestričkim gravimetrijskim podacima globalnog protezanja. O prvim postignutim rezultatima tih pokusa već je referirano u [2] (ČOLIĆ 1978), dok se u druga dva rada, [3] (ČOLIĆ 1979), [4] (ČOLIĆ i KONSUO 1979), dalje razrađuju i za sada upotpunjuju predmetna istraživanja.

S druge strane, svako detaljno određivanje geoida *gravimetrijskim načinom* praktički je nezamislivo bez odgovarajućeg dugovalnog geoida, određenog iz satelitskih opažanja ili na bazi globalnih terestričkih podataka, obično srednjih anomalija slobodnog zraka, za površinske elemente $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ (po geografskoj širini i dužini) preko cijele Zemljine površine — ili pak kombiniranom solucijom, tj. zajedničkom primjenom satelitskih te navedenih terestričkih gravimetrijskih podataka. Kasnije se dodavaju obrade točnijih vrijednosti srednjih anomalija sile teže, najprije površinskih elemenata od $1^{\circ} \times 1^{\circ}$, a zatim znatno manjih elemenata od $20' \times 30'$ i još manjih površina od $6' \times 10'$, kao npr. u [10] (LELGEMANN 1974), [14] (MARSH i VINCENT 1974), [5] (DESVIGNES 1979) i dr, da se iznalaze tzv. reziduali. Oni se zatim pridodaju na »uglačane« undulacije geoida te dobivaju još (finije) regionalne te lokalne strukture plohe (kvazi-) geoida (detaljnije u poglavlju 3).

Uobičajeno je i zapravo jedino moguće — da se baš s gravimetrijskim geoidom kompariraju geoidalne undulacije, dobijene pomoću tzv. *altimetrijskog postupka*. To je posebni slučaj primjene diferencija potencijala polja sile teže kao treće vrste podataka u određivanju plohe geoida. Od već brojnih izvora literature navodimo jedan od najnovijih [15] (MONKA, TORGE, WEBER i WENZEL 1978), te podvucimo da se za sada altimetrijski geoid određuje samo

iznad površine mora i oceana, gdje opet objektivno ne postoji mogućnost astrogeodetskog određivanja geoida*.

Pri današnjem, u satelitskoj geodeziji, velikom povećanju točnosti određivanja trodimenzionalnih koordinata (iz kojih se preračunavanjem relativno lako dobiju geodetske koordinate B, L na prihvaćenom elipsoidu te elipsoidna ili geodetska visina H) može se očekivati da će ova metoda davati dobre rezultate i na kontinentima, barem za odabrane »centralne« točke. Za uspoređivanje ovih spoznaja s rezultatima kontinentalnih astrogeodetskih određivanja geoida, a napose za spajanje njegovih pojedinih dijelova i otkrivanju sistematskih pogrešaka u njima, trebat će prethodno postići njihovu »apsolutnu« orijentaciju, tj. obzirom na Zemljin opći odnosno srednji elipsoid sa središtem u geocentru. Tada će opet biti uputno da se primijeni dugovalni geoid u njegovom »apsolutnom« nivou.

Također se, u pravilu, s plohama geoida ustanovljenim gravimetrijskim putem, kompariraju i određivanja tzv. *topo-izostatskog geoida*, koja se obavljaju na bazi direktnih informacija i hipoteza o strukturi topografskih masa odnosno saznanja o njihovoj gustoći i reljefu, u koju svrhu su neophodno potrebni posebni i opsežni digitalni modeli reljefa (DMR), pohranjeni u memorije elektronskih računskih sustava. Praktički su obje ove vrste plohe geoida apsolutno orijentirane i obično se iznalaze u različitim stupnjevima točnosti, da bi razlike dobivene komparacijama poslužile za ispitivanje i mjerenje odstupanja stvarnog stanja od upotrebljene hipoteze (modela), te radi dobivanja drugih traženih zaključaka u sferi geoznanosti, napose u vezi sa tzv. izostatskom kompenzacijom. Naprotiv, za ovu zajedničku primjenu s izostatskim geoidom mora se astrogeodetskim načinom određene relativne (!) visine geoida još prije komparacije transformirati na apsolutni nivo gravimetrijskog i izostatskog geoida ili obratno. Kako je već izneseno, za nužne transformacije odnosno translacije je onda pogodan dugovalni gravimetrijski geoid.

Doista, potrebe prilagodavanja (»fiting«-a) astrogeodetskog geoida na plohu geoida apsolutnog nivoa odnosno na geocentar (težište Zemljinih masa) naročito su izražene pri aplikacijama u *geodinamičkoj problemskoj sferi*. Naime, tada mora upotrebljeni geoid — kao fizikalno definirana ploha, tj. kao objektivna posljedica realnog rasporeda masa ispod Zemljine fizičke površine — odgovarati postojećoj fizikalnoj stvarnosti. Tek uz ispunjenje ovog preduvjeta može se npr. pristupiti ispitivanju postojanja korelacije odnosno zakona zavisnosti između apsolutnih geoidnih undulacija i dubina tzv. Moho, sloja. U pravilu se položaj i varijacije Mohorovičić-evog diskontinuiteta — kao neobično važne granične plohe između Zemljine kore i plašta — određuju dosta skupim seizmičkim dubinskim sondiranjem, pa su dodatne informacije nezavisnog porijekla zaista od velike koristi. U navedenoj znanstvenoj temi inicirana su i ta istraživanja uz korištenje modela dugovalnog geoida, te je o tome jedan rad [4] (ČOLIĆ i KONSUO 1979) u završnoj pripremi. Njime se ujedno uka-

* Ovaj u našoj geodetskoj literaturi nepoznat postupak omogućen je instaliranjem radarskih altimetara, posebnih instrumenata na geodetskim satelitima, primjer GEOS-3. Oni emitiraju laserske impulse do morske odnosno oceanske površine, na kojoj se razlika potencijala uzima da je jednaka nuli. Analize povratnih signala donose značajne oceanografske informacije. Treba uzeti u obzir vremenski ovisne varijacije nivoa mora odnosno oceana, jer tzv. topografija morske površine nije idetična s Plohom geoida. Sredozemlje i Jadran nisu do sada bili uključeni u takve projekte.

zuje na jedan od mogućih doprinosa geodezije u rješavanju geodinamičkih problema na našem teritoriju s brojnim trusnim zonama i relativno čestim zemljotresima u posljednje vrijeme.

Spomenimo još i mogućnost *kombiniranog postupka*, npr. astro-gravimetrijskog određivanja plohe geoida uz istovremeno korištenje astrogeodetskih te gravimetrijskih pa čak i satelitskih podataka. Prema svjetskoj geodetskoj literaturi ovakva složena izračunavanja geoida nalaze se tek u razvijanju i sada se radi na uspostavljanju teorije te postupka praktične provedbe tih zahvata. Dakako, moguće su i druge kombinacije heterogenih podataka, posebno primjena astrogeodetskih i topo-izostatskih otklona vertikalne (kako se to još razrađuje u dijelu istraživanja u navedenoj našoj temi), zatim izmjerene i topografske sile teže itd. Do sada su se uglavnom izvodila odvojena određivanja geoida, npr. astrogeodetskim i posebno gravimetrijskim načinom, a onda su se te plohe naknadno kombinirale da bi se dobili točni rezultati. No i tu su onda nužne transformacije ploha na isti »datum«, kako se to čini u [19] (SCHAAB 1976), [15] (MONKA i dr. 1978) itd., koristeći pri tome za transformacije parametre Δx , Δy , Δz prvenstveno podatke iz doplerovskih opažanja ZUS-a U druge iako važne pojedinosti te doista brojne izvore literature na ovome mjestu se ne može ulaziti.

Prema naprijed navedenom, ovdje se s pravom apostrofira dugovalni gravimetrijski geoid, jer je on zapravo u svim navedenim slučajevima od koristi ili neophodno potreban. Međutim, obzirom na vrstu primjene nije sasvim svejedno na koji se elipsoid odnosi promatrani model dugovalnog geoida, pa će za njegovo svrsishodno korištenje biti nužni prethodni prijelazi na neki drugi (referenc-) elipsoid, tj. transformacija geoidnih visina na željeni novi »datum«. U današnje vrijeme mogu se u tu svrhu koristiti i već dosta dobri translacioni parametri dobijeni iz doplerovskih mjerenja prema ZUS-ima.

O načinu primjene i postojećoj situaciji će također ovisiti i raspored odnosno gustoća diskretnih točaka u kojima treba poznavati (odrediti) undulacije za upotrebljeni dio dugovalnog geoida globalnog protezanja. Upravo navedena problematika predstavlja osnovni predmet ovog rada, pa ćemo se na tome više zadržati.

3. UZ PRIMJENU DUGOVALNOG MODELA ZA GRAVIMETRIJSKO ODREĐIVANJE PLOHE GEOIDA

U gravimetrijskom postupku određivanja plohe geoida koristi se poznata Stokes-ova formula, koja za poremećajni potencijal T ($T = W - U$), gdje je W realni a U normalni potencijal sile teže u sfernoj aproksimaciji $r = R$ glasi:

$$T = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \int \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3.1)$$

U njoj je tzv. Stokes-ova funkcija $S(\psi)$ zadana u zatvorenoj formi kao suma

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (3.2)$$

ili u razvijenom obliku

$$S(\psi) \frac{1}{\sin \psi/2} + 1 - 5 \cos \psi - 6 \sin \psi/2 - 3 \cos \psi \ln (\sin^2 \psi/2 + \sin \psi/2) \quad (3.3)$$

Sferna udaljenost ψ između promatrane »stajališne« točke i površinskog elementa $d\delta$ je preko sfernog kosinusovog poučka povezana s koordinatama stajališta (θ, λ) i koordinatama (θ', λ') svake »izvorišne« točke, u kojima se nalaze — na temelju mjerenja — određene anomalije sile teže Δg . U gornjim formulama su: $P_n(\cos \psi)$ — poznati Legendre-ovi polinomi, a R je srednji radius Zemlje.

Primjenom poznate Bruns-ove relacije u pojednostavljenom obliku formu-

$$N = \frac{T}{\gamma_m} \quad (3.4)$$

la (3.1) prelazi u Stokes-ovu formulu za undulacije geoida N :

$$N = \frac{R}{4\pi \gamma_m} \int_{\sigma} \int \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3.5)$$

Teoretski bi se anomalije sile teže Δg trebale odnositi na plohu geoida tj.

$$\Delta g = g_0 - \gamma_0, \quad (3.6)$$

ali redukcija (»kontinuacija«) izmjerenih vrijednosti g s fizičke površine Zemlje na plohu geoida vrlo je složen i praktički teško izvediv zadatak. Budući formula (3.5) važi za geoid pri sfernoj aproksimaciji ($r = R$) može u brojniku stajati srednja vrijednost normalne sile teže za Zemlju sfernog (kuglinog) oblika, pa je $\gamma_m = 979,8$ gal.

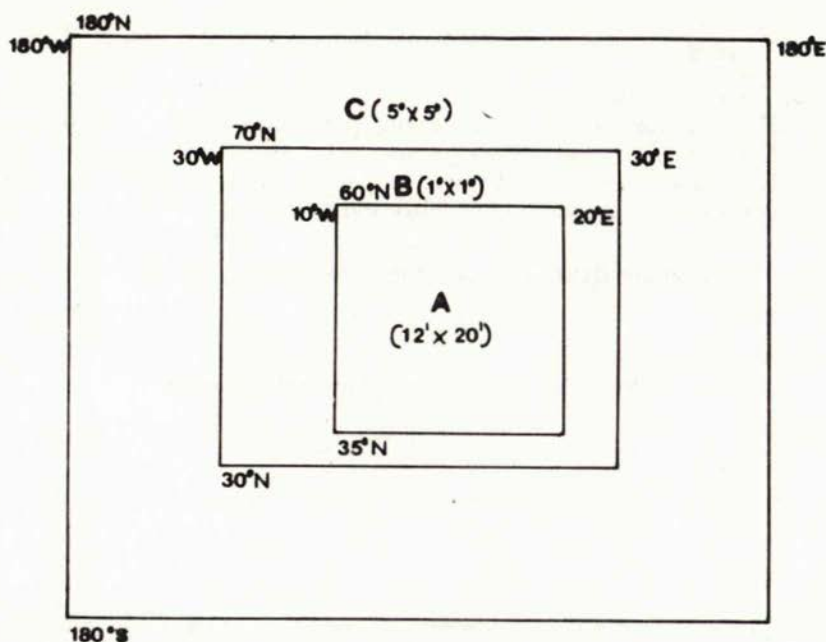
U praktičnim izračunavanjima geoidnih undulacija N , i to u obliku globalnih funkcija položaja točaka računanja (»stajališta«), postavljenih u prethodno utvrđenom rasporedu i gustoći, cijela se Zemlja kao ploha integracije za Stokes-ovu formulu (3.5) obično dijeli u nekoliko područja — zona. Rastavljanjem područja δ integracije u k zona z_k će Stokes-ova formula (3.5) preći u oblik

$$N = \sum_k \frac{R}{4\pi \gamma_m} \int_{z_k} \int \Delta g S(\psi) d\sigma_k = \sum_k N_k \quad (3.7)$$

tj. ukupna vrijednost undulacije N za svaku promatranu točku dobije se kao suma od k parcijalnih vrijednosti N_k , proizašlih na temelju Δg -vrijednosti unutar pojedinih zona z_k .

U svakoj zoni iz poznatih (izmjerenih) anomalija sile teže Δg određuju se srednje vrijednosti Δg za površinske elemente odabranih veličina. Tako se npr. u [5] (DESIGNES, 1978) — slično kao i u drugih autora — koristi u određivanju detaljnog gravimetrijskog geoida za centralnu Evropu i područje Mediterana podjela u tri zone ($k = 1, 2, 3$) kao na sl. 1.

Ploha geoida određuje se isključivo za teritorij obuhvaćen centralnom zonom A , koja se proteže, nažalost, samo do geografske dužine $L = 20^\circ E$. Pri tome se upotrebljavaju vrijednosti Δg srednjih anomalija slobodnog zraka: u zoni A za površinske elemente od ($12' \times 20'$), tj. veličine stranica po geodetskoj širini od $\Delta B = 12'$ i po dužini $\Delta L = 20'$, i zato ovdje približno kvadratičnog



Sl. 1. Zonska podjela u gravimetrijskom određivanju geoida

oblika; u zoni B za elemente ($1^{\circ} \times 1^{\circ}$), tzv. gradusni trapezi, dok u zoni C dolaze već veliki elementi površine od ($5^{\circ} \times 5^{\circ}$). Na taj način stupanj razlučivanja upotrebljenih Δg -podataka dozvoljeno opada prema vanjskom području, a ukupno se koristi oko 18.000 srednjih anomalija slobodnog zraka (za čije je određivanje upotrebljeno čak više stotina tisuća terestričkih mjerenja sile teže). Zadržimo li se još trenutak na korištenim podacima sile teže u ovom primjeru, tada treba konstatirati da se u vanjskoj zoni C (isključujući područje pokriveno drugim dvjema zonama) koristi oko 5.000 vrijednosti srednjih anomalija Δg za površinske blokove od $5^{\circ} \times 5^{\circ}$, koje su dobivene kombiniranim iskorištavanjem terestričkih mjerenja sile teže i različitih opažanja prema geodetskim satelitima (konkretno tzv. GEM 8-solucija). Iz sl. 1 uočavamo da je pravokutni prsten zone B (izvan zone A) u južnom dijelu znatno uži nego na sjevernim čirinama, što je posljedica neposjedovanja odnosno nepostojanja podataka za srednje anomalije površinskih elemenata ($1^{\circ} \times 1^{\circ}$) baš u južnom segmentu zahvaćenog područja. Na nesreću, i najnoviji Δg -podaci (iz 1977. god.) za gradusne trapeze pokrivaju jedva 54% ukupne Zemljine fizičke površine. Jasno, puno drugačija situacija nije onda ni sa srednjim Δg -vrijednostima za blokove ($5^{\circ} \times 5^{\circ}$), kada bi bile izvedene samo iz terestričkih mjerenja sile teže. Zato je korištenje u ovu svrhu satelitskih odnosno kombiniranih satelitsko-terestričkih modela za Zamljino polje gravitacije zaista neophodno.

Prema formuli (3.7) trebamo za svaku točku izračunavanja undulacije geoida N »obići« sve elemente iz ovih zona. Sada primjenimo — za jedno »stajalište« — Stokes-ovu formulu na izvjesni površinski element e_{ij} , npr. u central-

noj zoni A. Srednju vrijednost anomalije $\overline{\Delta g_{ij}}$ tog elementa možemo staviti ispred znaka integrala za koji uvodimo veličinsku oznaku c_{ij} , pa proizlazi:

$$\overline{\Delta g_{ij}} \int \int_{c_{ij}} S(\psi) d\sigma = \overline{\Delta g_{ij}} \cdot c_{ij} \quad (3.8)$$

Tako se dvostruki integral prema (3.7) u svakoj zoni z_k zamjenjuje dvostrukom sumom, tj.

$$N_r = \sum_i \sum_j c_{ij} \overline{\Delta g_{ij}} \quad (3.9)$$

Sve upotrebljene terestričke vrijednosti za anomalije sila teže (obično anomalije slobodnog zraka, ali mogu biti i Faye-ove anomalije i dr.) treba prethodno svesti na isti »datum«. Tako se npr. anomalije, koje se odnose na Cassinijevu internacionalnu formulu normalne sile teže i vrijednost sile teže u Potsdamu od $g = 981,274$ gal, moraju preračunati na usvojeni Zemljin elipsoid. Ako je to tzv. geodetski referentni sustav 1967 (GRS 67) s novom vrijednosti u Potsdamu od $g = 981,260$ gal i osnovnim parametrima

$$\begin{aligned} a &= 6\,378\,160 \text{ m}, & f^{-1} &= 298,247\,167\,427, \\ I_2 &= 0,0010827, & I_4 &= 2,371\,264\,40 \cdot 10^{-6} \\ I_6 &= 0,060\,851\,60 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

tada se za preračunavanje anomalija slobodnog zraka koristi ovaj jednostavni izraz

$$\Delta g_{\text{nove}} = \Delta g_{\text{stare}} + (3,2 - 13,5 \sin^2 B) \text{ mgal} \quad (3.10)$$

Podjela područja integracije σ u Stokes-ovoj formuli (3.5) za visine geoida N koristi se i u [15] (MONKA i dr. 1978), pa se gravitacione anomalije za blokove ($5^\circ \times 5^\circ$) u zoni C izvan zone B — kao i u [5] (DESIGNES 1978) — izračunavaju neposredno iz sfernih harmonika poremećajnog potencijala (u oba ova slučaja odabran je Zemljin model prema GEM8 te normalni potencijal za GRS 67). U slučaju korištenja dugovalnog geoida može se za prve dvije zone A (s površinskim elementima od npr. $6' \times 10'$ ili $12' \times 20'$) i B (s gradusnim ($1^\circ \times 1^\circ$) elementima) postaviti:

$$N_A = \frac{R}{4\pi \gamma_m} \int \int_A (\Delta g - \Delta g_M) \cdot S(\psi) \cdot dA \quad (3.11)$$

$$N_B = \frac{R}{4\pi \gamma_m} \int \int_B (\Delta g - \Delta g_M) \cdot S(\psi) \cdot dB \quad (3.12)$$

dA i dB su površinski elementi. Znači, u zonama A i B, u kojima se računanje parcijalnih undulacija N_A i N_B bazira na terestričkim mjerenjima sile teže, moraju se koristiti reducirane anomalije sile teže Δg_r (»reziduali«):

$$\Delta g_r = \Delta g - \Delta g_M \quad (3.13)$$

gdje Δg označuje vrijednosti anomalija dobivenih iz gravimetrijskih mjerenja, dok su Δg_M vrijednosti anomalija sile teže izračunate na istim mjestima (točkama) na bazi usvojenog satelitskog ili satelitsko-terestričnog modela za »poremećajni« potencijal Zemlje, i to po formuli:

$$\Delta g_M = \gamma_m \sum_{n=2}^s \sum_{m=0}^n (n-1) (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (3.14)$$

Za parcijalnu undulaciju N_C dugovalnog geoida, tj. sumand N_C u ukupnoj geoidnoj visini N koji proizlazi iz zone C , imamo sada:

$$N_C = N_M = R \sum_{n=2}^s \sum_{m=0}^n \Delta \bar{C}_{nm} \cdot \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (3.15)$$

U prednjim formulama označuju: $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ — tzv. (orto-)normirane Legendre-ove produžene sfere funkcije po argumentu $\sin \varphi$, stupnja n i reda m , $\Delta \bar{C}_{nm}$, $\Delta \bar{S}_{nm}$ — razlike bezdimenzionalnih harmoničkih koeficijenata za Zemljin modelni i normalni potencijal, koje su funkcije oblika i gravitacionog polja Zemlje obzirom na korišteni Zemljin elipsoid, r — udaljenosti od geocentra (težište Zemljinih masa) do točke u vanjskom prostoru Zemlje, i prelazi u $r = R$ za točke na Zemljinoj fizičkoj površini, sa geocentričkom širinom φ i dužinom λ . Sa s je označen najveći još uključeni stupanj (n_{max}) u razvoju »poremećajnog« potencijala u red po sfernim funkcijama; u slučaju kao u [15] (MONKA i dr. 1978) »poremećajni« potencijal je razlika modelnog potencijala GEM 8 minus normalni potencijal od GRS 67. (Napomena: Za satelite je centrifugalni potencijal Q jednak nuli, jer oni ne rotiraju sa Zemljom, pa od ukupnog realnog potencijala W Zemljine sile teže ($W = V + O$) djeluje na njih samo gravitacioni potencijal (privlačenja) V . U normalnom potencijalu U neće također figurirati njegov centrifugalni dio.)

Prema prednjem, konačne će se vrijednosti ukupnih undulacija N u Oda-branim točkama unutar zone A (obično centri ili ugaone točke tamošnjih površinskih elemenata) dobiti sumacijom

$$N = N_C + N_B + N_A \quad (3.16)$$

Ovu relaciju možemo napisati i u obliku ($N_{\Delta g} = N_A + N_B$, $N_C = N_M$):

$$N = N_M + N_{\Delta g} \quad (3.17)$$

što znači da se definitivne undulacije geoida N u željenim točkama mogu dobiti tako da se najprije odrede »uglačane« undulacije N_M dugovalnog geoida, a zatim se koriste reducirane vrijednosti Δg_r terestričkih anomalija sile teže da bi se dobile još (finije) regionalne strukture gravimetrijskog geoida. Značaj primjene dugovalnog geoida u detaljnim određivanjima gravimetrijskog geoida je s time potpuno očit.

Već se u [10] (LELGEMANN 1974) u tu svrhu uspješno koriste harmonički koeficijenti prema SAO Standard Earth II, [7] (GAPOSCHKIN i LAMBECK 1970) i Goddard Space Slight Center GEM IV, [20] (VINCENT i MARSH 1973), a predlaže se uvođenje ukupno 4 zone, kako bi se uvijek isti (!) Δg -materijal mogao koristiti kako za izračunavanje visina geoida N , tako i za gravimetrijsko određivanje komponenti ξ , n otklona vertikalne i dr. Razlog koji zaslužuje osobitu pažnju i uvažavanje, ukoliko to objektivna situacija dozvoljava. U tu svrhu opželjna je slijedeća podjela (veličine površinskih elemenata označene su opet u zagradama, i prva brojka označava stranicu po geografskoj (geodetskoj) širini a druga po dužini):

I zona — područje za koje se određuje detaljni gravimetrijski geoid, plus $\psi \approx 1^\circ$ preko tih granica, sa srednjim anomalijama ($6' \times 10'$);

II zona — područje koje se proteže do $\psi \approx 5^\circ$ preko granica određivanja geoida, sa srednjim anomalijama ($12' \times 20'$) ili — djelomično — ($20' \times 30'$);

III zona — područje do $\psi = 20^\circ$ preko granica određivanja geoida sa srednjim anomalijama za gradusne trapeze ($1^\circ \times 1^\circ$);

IV zona — preostalo tzv. globalno područje za koje se koriste harmonički koeficijenti razvoja gravitacionog potencijala Zemlje u red po sfernim funkcijama, tj. undulacije N_u prema upotrebljenom satelitskom ili bolje satelitsko-terestričkom modelu Zemlje.

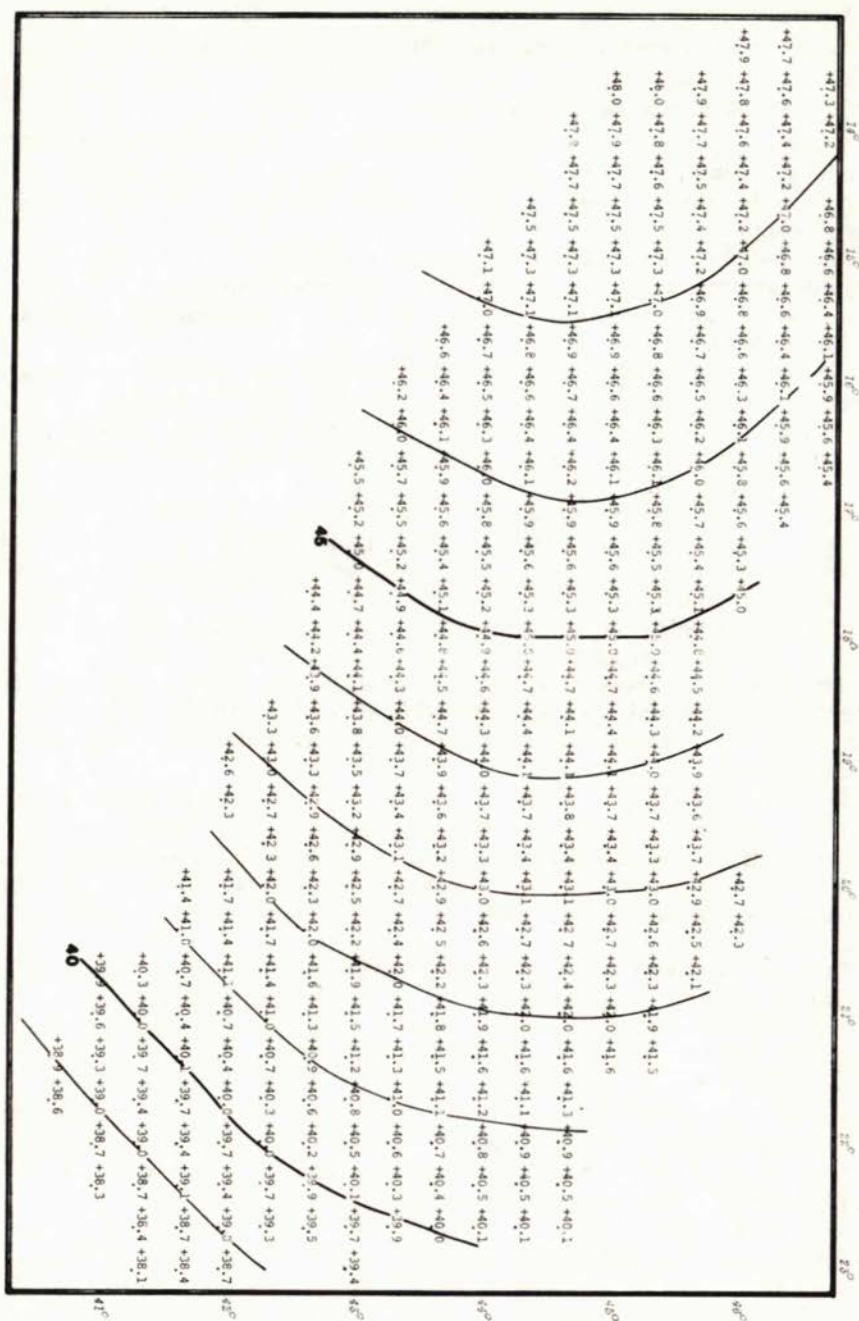
Uz navedeno može se još spomenuti da je razvoj po sfernim harmonikama Zemljinog gravitacionog polja odnedavno uspješno primjenjen i u gravimetrijskom određivanju otklona vertikalne i to na morskim površinama [23] (WENZEL 1978).

U razradi metodologije za predstojeće određivanje gravimetrijskog geoida za teritorij SFR Jugoslavije mi smo se u sadašnjem trenutku odlučili na primjenu najnovije satelitske solucije GEM 9 i satelitsko-terestričkog rješenja GEM 10, [9] (LERCH i dr. 1977), naročito zbog njihovih već visokih kvaliteta (više u poglavlju 4).

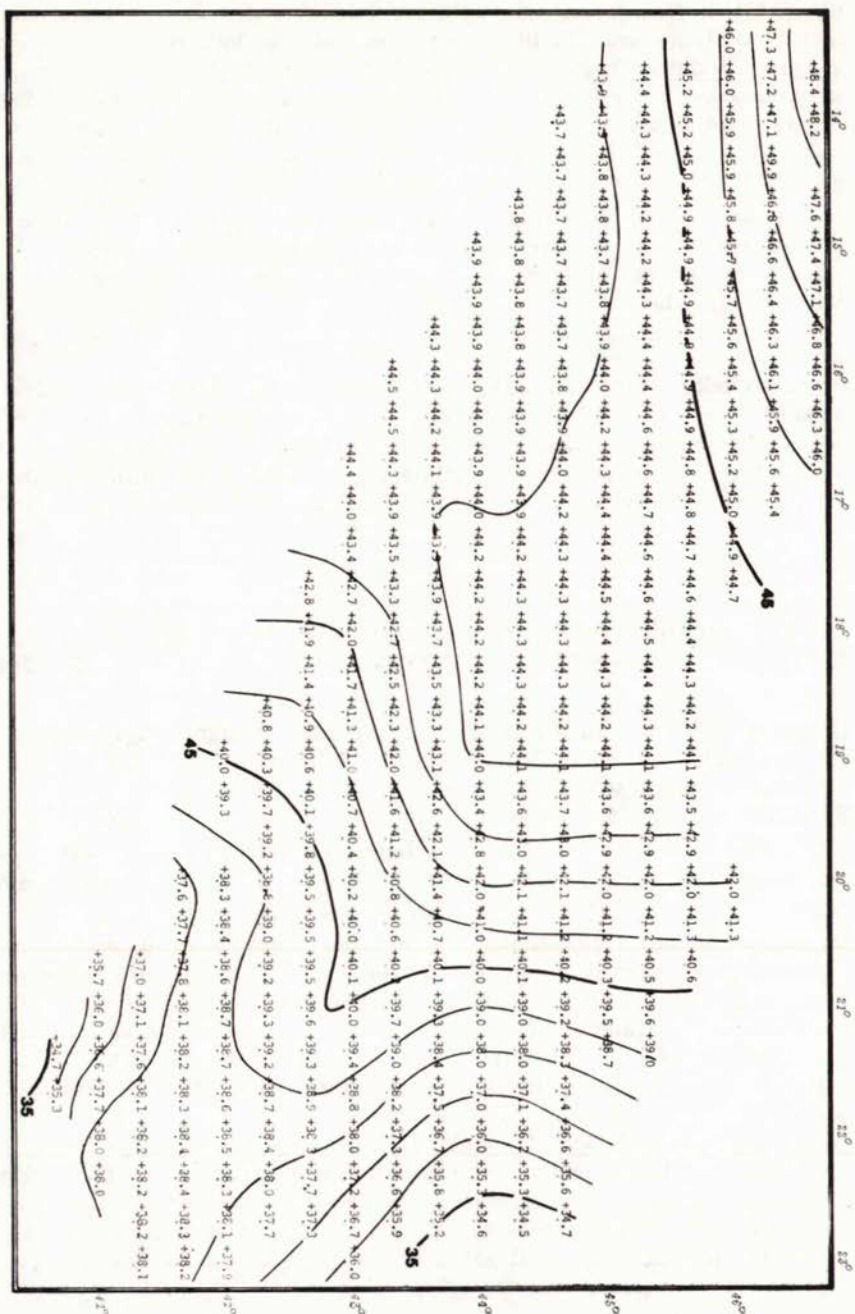
Međutim, obzirom na situaciju s gravimetrijskim mjerenjima (nepotpuna i rijetka u brdovitim i planinskim područjima) odnosno s kartama anomalija slobodnog zraka u nas, za sada bi bilo teško provedivo ugrađivanje I zone, pa bi se II zona trebala proširiti i na njenu površinu, sadržavajući elemente ($12' \times 20'$) ili još bolje ($10' \times 15'$). Štoviše, u prvom trenutku mogli bi se u proširenoj II zoni pojaviti samo elementi ($20' \times 30'$), jer podjednaki (a na nekim mjestima tek nešto bolji stupanj razlučivanja posjeduje i postojeći astrogeodetski geoid za naš teritorij, [18] (MUMINAGIĆ, 1971b), a koji je uvjetovan u nas egzistirajućim brojem i međusobnom udaljenosti Laplace-ovih i geoidnih točaka.

Naprotiv, protezanje III zone bi moralo ostati nepromijenjeno i pored nedostajanja srednjih anomalija slobodnog zraka za ($1^\circ \times 1^\circ$) — elemente odnosno odgovarajućih karata anomalija za izvjesne bliže i dalje regione oko našeg teritorija. Za udaljenije segmente ove zone mogla bi se za nuždu upotrijebiti satelitsko-terestričku soluciju GEM 10, i pored ograničenog stupnja razlučivanja.

Kao prvi korak u gravimetrijskom određivanju geoida za područje SFR Jugoslavije određen je, te se ovdje na sl. 2 prezentira odgovarajući dio dugovalnog GEM 10-geoida u odnosu na geocentar. Geoid prema satelitskoj soluciji GEM 9 se za područje naše države malo ili gotovo uopće ne razlikuje, što je posljedica visoke točnosti ovih modela u okviru mogućeg stupnja razlučivanja. Za »uglačanu« plohu geoida izračunali smo geoidne undulacije u uglovima površinskih elemenata od ($20' \times 20'$). Ovaj međusobni razmak »stajališnih« točaka je nešto manji od naprijed predloženih ($20' \times 30'$), a odabran je u [2] (ČOLIĆ 1978) kao pogodan za ispitivanje situiranosti astrogeodetskog geoida za naš teritorij, kako je publiciran u [18] (MUMINAGIĆ 1971b). Sa primljenim kompjutorskim programima i memoriranim harmoničkim koeficijentima kako za GEM 9 tako i za GEM 10 (a moći će se lako uklopiti i neki eventualno novi model) nije problem izračunati undulacije N_M za odnosni uglačani geoid pri bilo kojem željenom položaju odnosno gustoći točaka računanja. Iz sl. 2 vidljiv je, međutim, ograničeni stupanj razlučivanja (izolinije »teku« sasvim mirno), te da se izračunata ploha dugovalnog geoida — u svojim dijelovima — mijenja gotovo sasvim linearno. Sada postoje još jasniji smisao



Sl. 2 Dugovalni geoid za teritorij Jugoslavije u mreži 20x20' — izveden prema GEM 10; $a_e = 6378140$ m, $f^{-1} = 298,255$ (>geocentar<)



Sl. 3 Digitalizirani dio globalnog gravimetrijskog geoida u našem području — prema Vincent i Marsh (1975) — u odnosu na Zemljin elipsoid; $a = 6378142$ m, $f^{-1} = 298,255$ (»geocentar«)

formule (3.17), kojom se na vrlo uglačani karakter geoida pridodaju strukture kraćih valnih dužina. Da bi se demonstriralo do kakvih promjena dovodi već i samo dodatno korištenje srednjih vrijednosti terestričkih anomalija Δg za površinske elemente ($1^\circ \times 1^\circ$) prikazan je na sl. 3 odgovarajući dio globalnog gravimetrijskog geoida, koji je izveden digitalizacijom gravimetrijskog geoida po [21] (VINCENT i MARSH 1975). Njegove izolinije su »življe«, reprezentirajući strukture uglavnom regionalnog karaktera. Dodavanjem centralne zone sa Δg -vrijednostima sitnog razlučivanja izolinije bi trebale općenito postati još nešto nemirnije, zadržavajući ipak svoje glavne »poteze« kao na sl. 2. Obzirom na izrazitu anomalnost polja sila teže u nekim regijama našeg teritorija odstupanja

$$N - N_M = N_{\Delta g} \quad (3.18)$$

trebalo bi na nekim mjestima ipak osjetno prelaziti iznose reda veličine od 1 m. Ovo se zaključuje na temelju komparacije ove plohe geoida, s »detaljnim« gravimetrijskim geoidom u [5] (DESIGNES 1978), koji ne zahvaća — kao što je već istaknuto — cijeli naš teritorij. Zbog tog razloga određivanje i finih struktura za gravimetrijski geoid na teritoriju Jugoslavije ostaje našim važnim zadatkom.

4. ZEMLJINI MODELI I TRANSFORMACIJA DUGOVALNIH GEOIDA NA EVROPSKI ASTROGEODETSKI DATUM 1950 (ED 50)

U našim ispitivanjima atrogeodetskog geoida za Jugoslaviju pomoću gravimetrijskih podataka [2] (ČOLIĆ 1978) koristili smo najnovije Zemljine modele odnosno najnovije solucije za geopotencijal, koje nose nazive GEM 9 i GEM 10, [9] (LERCH i dr. 1977), kao i ranije dobijeno istovrsno rješenje GEM 8, [22] (WEGNER i dr. 1976)*, te još — na bazi tog modela i terestričkih Δg -vrijednosti za gradusne trapeze ($1^\circ \times 1^\circ$) određeni — detaljni globalni gravimetrijski geoid prema [21] (VINCENT i MARCH 1975).

Na ovom mjestu ne možemo ulaziti u veoma kompliciranu teoriju, na kojoj se temelji izračunavanje ovih modela, jer ona predstavlja posebno područje interesa u satelitskoj geodeziji. Zato ćemo na primjeru satelitske solucije GEM 9 (omogućene tzv. altimetrijskom misijom GEOS-3) a naročito satelitsko-terestričkog rješenja GEM 10 razmotriti neke njihove osnovne karakteristike, zadržavajući se tek na elementima koji su bitni za ovdje apostrofiranu njihovu primjenu.

Pomoću izvrsne primjene tzv. metode kolokacije (: poopćenje metode najmanjih kvadrata, uključujući i račun izjednačenja) izveden je GEM 9 (kratica GEM znači: Gooddard Earth Model), kombinirajući različite podatke mjerenja (laserskih, optičkih i elektroničkih) sa većeg broja stanica na Zemljinoj fizičkoj površini prema ukupno 31 satelitu. Ovdje je korištena slijedeća relacija za geopotencijal [9] (LERCH i dr. 1977):

* Osim ovih modela postoje i druge solucije, ali u glavnom ranijeg datuma i zato nešto manje točne u reprezentiranju Zemljinog polja privlačenja. To su npr. modeli tzv. Standardne Zemlje: SAO Standard Earth I, [13] (LOUNDQUIST i VEIS 1966), II, [7] (GAPOSCHKIN i LAMBECK 1970) i III, [8] (GAPOSCHKIN 1973), zatim više GEM-rješenja kao GEM 4, [20] (VINCENT i MARSH 1973) i dr.

$$V = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \left[\bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \sin m \lambda \right] \right\} \quad (4.1)$$

gdje je (u našoj notaciji)*: GM — geocentrička gravitaciona konstanta Zemlje uključujući i atmosferu, a_e — Zemljin srednji ekvatorijalni radijus, $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ — potpuno normirani skup Legendre-ovih sfernih funkcija stupnja n i reda m , \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} — harmonički koeficijenti, a , r , φ , λ — geocentrička udaljenost, širina i dužina. Da bi se zonalne harmonike ($m = 0$) odvojile od teseralnih ($m \neq 0$) odnosno sektorijalnih ($m = n$) harmonika, izraz (4.1) možemo napisati u slijedećem obliku:

$$V = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \bar{J}_n \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \bar{P}_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \left[\bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \sin m \lambda \right] \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right\} \quad (4.2)$$

Suma po stupnju polazi od $n = 2$ zbog toga što nulta harmonika određuje gravitacioni potencijal sferne simetrične Zemlje GM/r , a prva se harmonika pretvara u nulu s izborom koordinatnog ishodišta u geocentru (težištu Zemljinih masa). Zonalni koeficijenti ($m = 0$) počevši od drugog stupnja karakteriziraju momente inercije rotacionog tijela [1] (ČOLIĆ 1975/76) i ne ovise o dužini λ . Na taj način normalni potencijal U se može prikazati ovim izrazom (za satelite centrifugalni potencijal, tj. zadnji član iščezava):

$$U = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \bar{J}_n \bar{P}_n(\sin \varphi) \right\} + \frac{\omega^2}{2} r^2 \cos^2 \varphi \quad (4.3)$$

sa samo parnim n -ovima (zbog simetrije obzirom na ekvator).

U čistoj satelitskoj soluciji GEM 9 zonalni koeficijenti $\bar{J} = -\bar{C}_{n0}$ određeni su do stupnja 29, a teseralni i sektorijalni \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} kompletno do stupnja i reda 22×22 , s dodatkom nekih odabranih članova višeg stupnja. Za naznaku o kakvom se velikom opažaćkom i numeričkom problemu radi samo dva podatka: 1) ukupan broj upotrebljenih foto-optičkih, laserskih i elektroničkih opažanja iznosi cca 840.000 (za razliku od npr. GEM 8 gdje je upotrebljeno oko 560.000 opservacija), od kojih su 200.000 laserska mjerenja učinjena prema 9 satelita s ugrađenim retroreflektorima, 2) računanja se moraju izvoditi na velikim elektronskim računskim sustavima. Tako je GEM 9 puno bolji i točniji nego prijašnji satelitski modeli za Zemlju i njen potencijal privlačenja. Komparacija s postojećim solucijama, izvedenim na temelju samih terestričkih gravimetrijskih podataka (Δg -vrijednosti za $(5^\circ \times 5^\circ)$ -blokove) pokazala je odlično poklapanje posebno za članove višeg stupnja ($13 \leq n \leq 22$).

U terestričko-satelitskoj soluciji GEM 10 koristi se pored istih podataka opažanja geodetskih satelita još i srednje anomalije Δg za blokove $(5^\circ \times 5^\circ)$ preko cijele Zemlje (s izvjesnim praznim poljima). Za ovaj Zemljin model sračunati su kompletni harmonički koeficijenti do stupnja i reda 22, s dodatkom većeg broja izabranih članova do stupnja i reda 30. Na taj način određeno je ukupno 592 koeficijenta za zonalne i teseralne odnosno sektorijalne harmonike.

* Potencijal polja sile teže bio bi onda: $W = V + Q$, gdje za centrifugalni potencijal u točkama na Zemljinoj površini vrijedi [1] (ČOLIĆ 1975/76)

$$Q = \frac{\omega^2}{2} \cdot r^2 \cos^2 \varphi, \quad \omega = \text{kutna brzina rotacije Zemlje, za satelite } \omega = 0.$$

Primjenom Bruns-ove relacije, za koju ćemo ovdje upotrijebiti ovaj oblik

$$N = \frac{W - U}{\gamma_m} \quad (4.4)$$

izračunavaju se tražene vrijednosti visina »uglašane« (dugovalne) plohe geoida.

Iako se broj i numeričke vrijednosti harmoničkih koeficijenata u GEM 9 i GEM 10 međusobno razlikuju, ipak dugovalni geoidi prema ova dva Zemljina modela (tj. geopotencijala) na području naše države tek malo diferiraju što ukazuje i na njihovu nesumnjivu kvalitetu.

U slijedećoj tabeli prikazani su osnovni geodetski parametri po GEM 10 u komparaciji sa sustavom IAG 75, tj. s korespondirajućim vrijednostima za srednji Zemljin elipsoid usvojenim na 16. Generalnoj asambleji Internacionalne asocijacije za geodeziju (IAG), Grenoble 1975 [16] (MORITZ 1975).

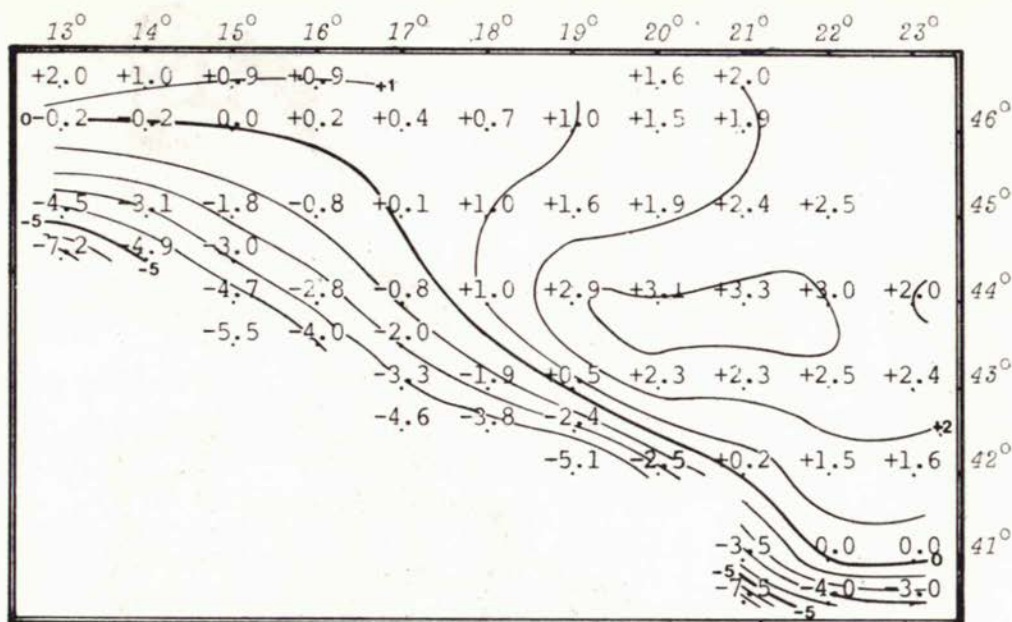
Parametar	IAG 75	GEM 10	jedinice
MG*	398 600,5	398 600,47	km ³ s ⁻²
g _e	978 031,8	978 031,8	mgal
f ⁻¹	298 257	298 255	—
a _e	6 378 140	6 378 140	m
c	299 792 458	299 792 458	ms ⁻¹

* Uključena masa atmosfere ($\Delta GM=0.35$) i novo usvojena vrijednost za brzinu svjetla ($\Delta GM=-0.17$)

S ovim parametrima za GEM 10 određen je Zemljin elipsoid odnosno »datum« na koji se odnose izračunate undulacije dugovalnog geoida N_M , a njima se onda pridodaju »rezidualne« undulacije $N_{\Delta g}$ izračunate prema naprijed tretiranom gravimetrijskom načinu za određivanje detaljnog geoida.

Međutim, ovakav originalni GEM 10-geoid kao ni druge izvorne plohe »uglašane« geoida, npr. prema GEM 8 i GEM 9, neće se moći koristiti za svaku vrstu aplikacije. Zato će trebati odabranu plohu dugovalnog geoida prethodno podvrći numeričkom tretmanu, kojim se postiže da se ta ploha potom odnosi na željeni novi datum odnosno na novi referenc-elipsoid sa zadanim dimenzijama. Ovaj proces prilagodbe neophodan je i svaki puta kada želimo uspoređivati dvije plohe geoida za isti teritorij, koje se izvorno odnose na različito velike i različito situirane referenc-elipsoide u tijelu Zemlje.

Kako se postojeći astrogeodetski geoid za područje Jugoslavije [18] (MUMINAGIĆ 1971b) odnosi na Bessel-ov elipsoid specifične orijentacije a = 6 377 497,155 m, f = 1 : 299,153), ne možemo ga a priori uspoređivati npr. s odgovarajućim dijelom također astrogeodetskog geoida za Evropu, verzija 1975 [11] (LEVALLOIS i MONGE 1975), prikazanog u digitaliziranoj formi na sl. 4, niti s njegovom najnovijom verzijom 1978, [12] (LEVALLOIS i MONGE 1978). Razlog leži u činjenici da se obje te verzije odnose na Hayford-ov (internacionalni elipsoid) s velikom poluosi a = 6 378 388 m i spljoštenošću od f = 1/287, odnosno na tzv. evropski astrogeodetski datum 1950. Ovaj »sustav ED 50« dobio je poslije 2. svjetskog rata tako da su izabrani lanci iz trigonometrijskih mreža evropskih država podvrgnuti zajedničkom izjednačenju uz uvjet d:



Sl. 4. Naš dio evropskog astrogeodetskog geoida (Levallois i Monge) u odnosu na ED 50-sustav; digitalizacija verzije 1975

$$\Sigma(\xi^2 + \mu^2) = \text{minimum} \quad (4.5)$$

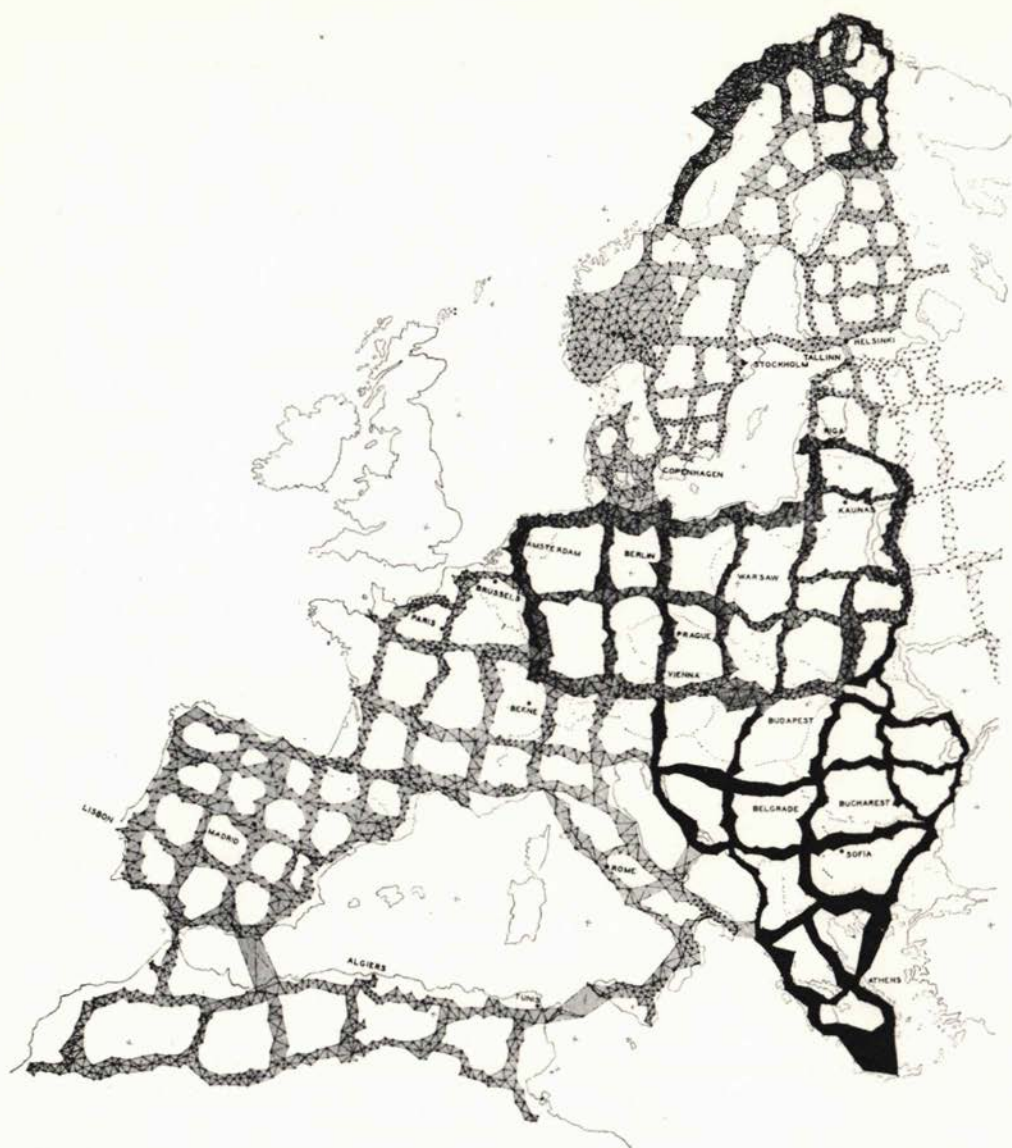
te ima u fundamentalnoj točki u Potsdamu za komponente otklona vertikalne vrijednosti $\xi_1 = 3''{,}36$, $\eta_1 = 1''{,}78$. Na sl.5. prikazuje se prema [6] (EHRNSPERGER i HORNIK 1979) obuhvaćene triangulacijske mreže. U većem broju evropskih država određivanja detaljnih astrogeodetskih geoida odnose se upravo na ED 50.

Ali, navedena poteškoća prijeti i budućoj komparaciji našeg astrogeodetskog geoida sa tek nastajućim gravimetrijskim geoidom za SFR Jugoslaviju, koja je neophodna radi ustanovljavanja postojećih razlika i planiranja zahvata za njihovo uklanjanje. Isto vrijedi i za usporedbu različitih gravimetrijskih geoida na našem teritoriju, ukoliko se ne odnose na isti Zemljin elipsoid.

Prema tome plohe geoida moramo uvijek međusobno preslikati, osim ako se već odnose na istu referentnu plohu, što se postiže prijelazom na odabrani elipsoid i odgovarajućom datumskom transformacijom. Stoga smo usvojili postavka da sve usporedbe različito ostvarenih ploha geoida vršimo na našem teritoriju na dva osnovna datuma:

1. geocentrički smješten srednji Zemljin elipsoid (prema IAG 75)
2. evropski astrogeodetski sustav 1950 — ED 50.

Za ovo smo odlučili iz više opravdanih razloga, uz konstataciju da za naše astrogeodetske točke ne posjedujemo koordinate u ED 50, dok se prijelaz na naš Bessel-ov elipsoid za modela geoida ne bi mogao zastupati. Gornju odluku se brani naročito činjenicom da su već na bazi doplerovskih opažanja ZUS-a



Sl. 5. Trigonometrijski lanci evropskih mreža za evropski astrogeodetski datum 1950 (ED 50 : Hayford-elipsoid : $a = 6\,378\,388$ m, $f = 1/297$. te $\xi_1 = 3'',36$, $\eta_1 = 1'',78$ (Postdam)

određene vrlo točne vrijednosti geocentričkih koordinata centra samog ED 50, kao neophodnih translacionih (transformacionih) parametara dx , dy , dz za prijelaz na geocentrički sustav u suglasnosti s IAG 75.

Za prilagođenje dvaju modela geoida a i b sa istog teritorija uz usvajanje referenc-elipsoida odnosno datuma jednoga od njih, potrebno je prethodno od-

rediti prirodne undualcije N_a i N_b na obje plohe geoida za točke, najbolje u uglovima (ili centrima) pravilne mreže. Gustoća mreže ovisi, dakako, o zahtjevima prema vrsti primjene, a u skladu s točnostima i stvarnom obliku promatranih ploha geoida. One se zatim međusobno prilagođavaju uz uvjet minimuma, npr. [10] (LELGEMANN 1974),

$$\Sigma (N'_a - N_b)^2 = \text{minimum} \quad (4.6)$$

pri čemu se N_b i preračunate N'_a odnose na isti odabrani datum od geoida b, tj. ili na ED 50 ili na geocentar. Tražene undulacije N'_a se nalaze preko sustava jednadžbi

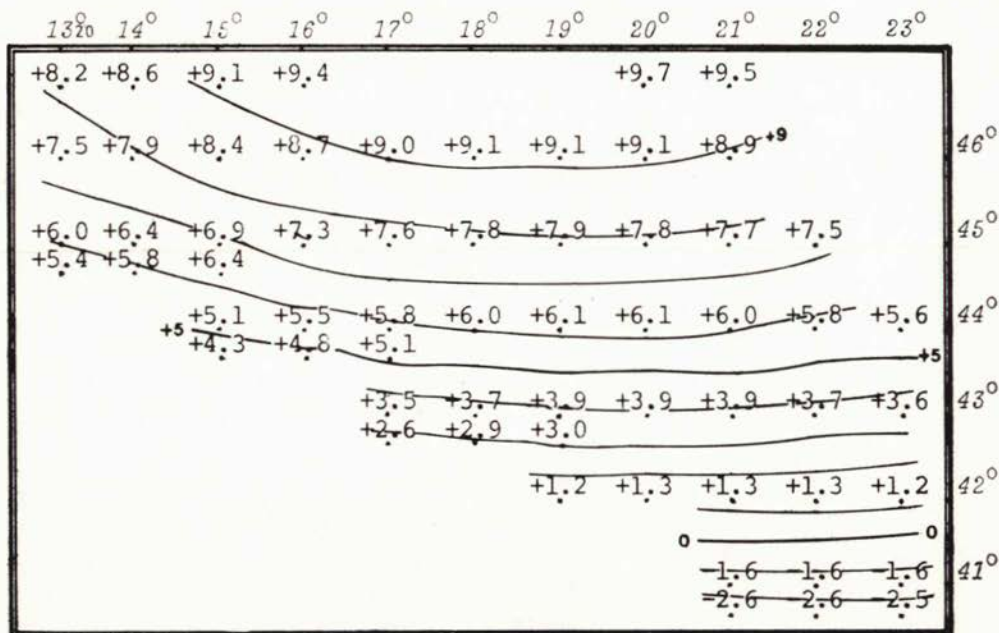
$$N'_a = N_a + \cos B \cos L dx' + \cos B \sin L dy' + \sin B dz' + da - a \sin^2 B df \quad (4.7)$$

(N_a izvorne godine undulacije plohe a, B, L- geodetske koordinate) klasičnim postupkom izjednačenja. Kao konstante se u izjednačenje uvode razlika velike poluosi da i razlika spljoštenosti df dva elipsoida na koje se odnose promatrane plohe geoida. Kao rezultat izjednačenja dobiju se (privremeni) transformacioni parametri dx' , dy' , dz' i razlike geoidnih undulacija

$$\Delta N = N'_a - N_b \quad (4.8)$$

kao i srednja kvadratna pogreška $m_{\Delta N}$.

Dva posljednja člana, $da - a \sin^2 B df$, u jednadžbi (4.7), koji predstavljaju sfernu aproksimaciju, mogu se prikazati i u elipsoidnom obliku, [19] (SCHAAB 1976).



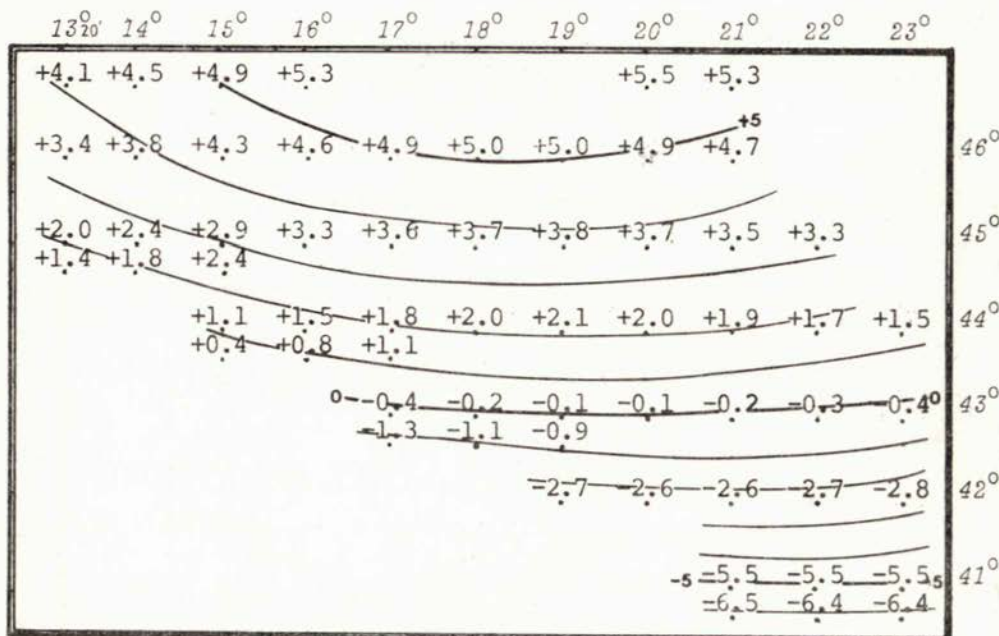
Sl. 6. Dio dugovalnog GEM 8-geoida za područje Jugoslavije, transformiran na ED 50 pomoću doplerovskih transformacionih parametara $dx_d = -81,2$ m, $dy_d = -111,3$ m, $dz_d = -113,8$ m

U računanjima se može prema sustavu IAG 75 staviti vrijednost $GM = 398\,600,5 \text{ km}^3\text{s}^{-2}$, a mi smo vršili prilagodbu dugovalnih geoida po solucijama GEM 8, 9 i 10 s geocentra na ED 50 uvrstili kao poznate veličine srednje vrijednosti geocentričkih koordinata ED 50-centra, prema doplerovskim opažanjima u pristupačnim najnovijim izvorima literature, [2] (ČOLIC 1978):

$$dx_d = -81,2, \quad dy_d = -111,3, \quad dz_d = -113,8 \quad (4.9)$$

Na sl. 6. i 7. se prikazuju dugovalni geoidi prema GEM 8 i GEM 10, sada u odnosu na evropski astrogeodetski datum 1950 (ED 50), koji su nam veoma korisno poslužili u našim istraživanjima. Ove plohe geoida su dobivene pomoću ugaonih točaka u dosta detaljnoj mreži od $20' \times 20'$, koja je na prezentiranim malim kartama prikazana grublje iz čisto grafičkih razloga.

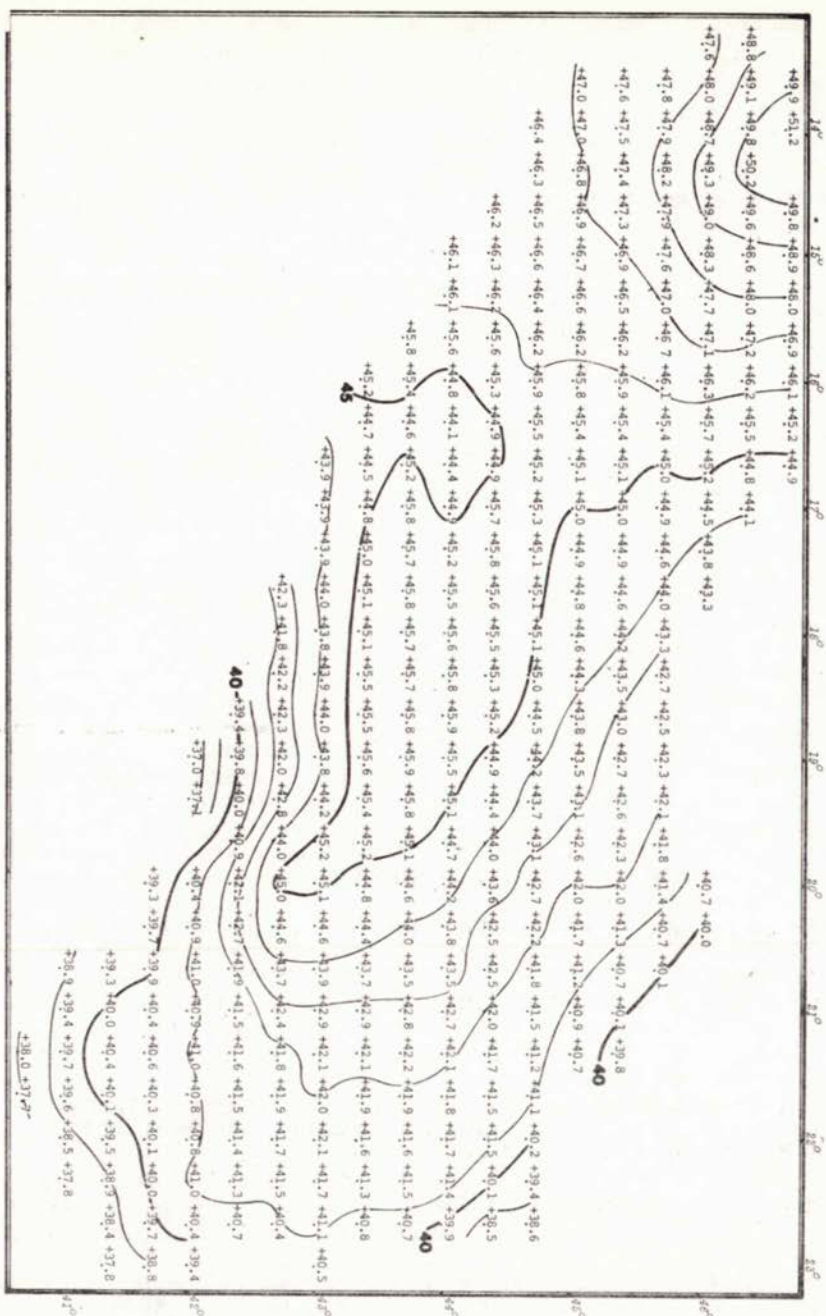
Koristili smo i prilagodili druge geoidne plohe na ova dva usvojena datuma, a naročito adekvatne prijelaze našeg astrogeodetskog geoida na ED 50 i geocentar, što je predmet drugih radova [2], [3] (ČOLIC 1978 i 1979), [4] (ČOLIC i KONSUO 1979). Za ilustraciju se ovdje na slici 8 reproducira taj naš geoid u odnosu na srednji Zemljin elipsoid sa $f^{-1} = 298,255$, čiji je centar smješten u geocentru.



Sl. 7. Dugovalni geoid za Jugoslaviju, izrađen iz GEM 10 te prilagodbom na ED 50, tj. na evropski astrogeodetski geoid po Levallois i Monge — verzija 1978; upotrebljeni doplerovski transformacioni parametri

5. ZAKLJUČAK I ZAHVALA

S ovdje promatranim zahvatima osigurani su osnovni preduvjeti za druga naprijed navedena i buduća naša istraživanja. Ujedno se uvažava činjenica da



Sl. 8. Astrogeodetski geoid za Jugoslaviju, sada geocentrički situiran pomoću prilagodbe na dugovalni geoid; prijelaz s Bessel-ovog elipsoida na GEM 10 kao najnoviji satelitsko-terestrički model Zemlje

metode satelitske geodezije nadopunjuju druge postupke fizikalne geodezije i imaju veoma značajnu ulogu u izučavanju oblika Zemlje i njenog polja sile teže kako u globalnim tako i u regionalnim okvirima. Polazeći od postavke da je u većem broju zadataka dovoljno poznavanje globalnih karakteristika gravitacionog polja i oblika Zemlje, ugradili smo u naša istraživanja primjenu (modela) dugovalnog geoida, ostvarujući tako mogućnost određivanja detaljnog gravimetrijskog geoida za teritorij SFR Jugoslavije, te neophodna ispitivanja našeg astrogeodetskog geoida na bazi gravimetrijskih podataka itd.

Osnovni materijal za ovaj rad nastao je 1978. godine u vrijeme 3-mjesečnog strudijskog boravka autora u SR Njemačkoj uz stipendiju fundacije DAAD kojoj se i ovom prilikom izražava iskrena zahvalnost. Izraze zahvalnosti autor duguje kolegama D. Lelgemannu i H. Schaabu na korisnim diskusijama i pomoći pri kompjutorskim izračunavanjima, a također i Geodetskom fakultetu Zagreb za odobreni dopust.

Na kraju treba napomenuti da je za sva dosadašnja istraživanja od naših podataka korištena isključivo karta astrogeodetskog geoida za područje SFR Jugoslavije, kako je objavljeno u [18] (MUMINAGIĆ 1971b).

Literatura

- [1] Čolić, K., 1975/76: Matematičko-fizikalna geodezija. Predavanja, manuskript. Zagreb 1975/76.
- [2] Čolić, K., 1978: An investigation of the astrogeodetic geoid of Yugoslavia using gravimetric data. Saopćenje na »International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area«, Ancona-Numana, 1978.
- [3] Čolić, K., 1979: Ispitivanje situiranosti astrogeodetskog geoida SFR Jugoslavije. Geodetski list, br. 10—12, 1979 (Pripremljeno za tisak).
- [4] Čolić, K.; P. Konsuo, 1979: Istraživanje odnosa između geoidnih undulacija i dubina moho-sloja na teritoriju Jugoslavije. (u pripremi)
- [5] Desvignes, G., 1978: A detailed gravimetric geoid in european and mediterranean regions and its comparison with astrogeodetic levelling values. Submitted to: »International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area«, Ancona-Numana, 1978.
- [6] Ehrnsperger, W.; H. Hornik, 1979: The use of doppler in terrestrial adjustment in the european triangulation network (Petrig). Second international geodetic symposium on satellite doppler positioning, Austin, Texas, 1979.
- [7] Gaposchkin, E. M.; K. Lambeck, 1970: 1969 Smithsonian Standard Earth II. SAO Special Report No. 315, Smithsonian Institution, 1970.
- [8] Gaposchkin, E. M., 1973: 1973 Smithsonian Standard Earth III. SAO Special Report No. 353, 1973.
- [9] Lerch, F. J.; S. M. Klosko; R. E. Laubscher; C. A. Wagner, 1977: Gravity model improvement using Geos-3 (GEM 9 and GEM 10). Goddard Space Flight Center. X—921—77—246, Grenbelt, Maryland, 1977.
- [10] Lelgemann, D. 1974: Zur gravimetrischen Berechnung des Geoids der Bundesrepublik Deutschland, DGK, Reihe A Nr. 77, Frankfurt a. M. 1974.
- [11] Levallois, J. J.; H. Monge, 1975: Le géoïde Européen version 1975. 16. General. Ass. IUGG, IAG, Grenoble 1975.
- [12] Levallois, J. J.; H. Monge 1978: Le géoïde Européen version 1978. »International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area«, Ancona-Numana, 1978.
- [13] Lundoquist, A. Ch; G. Veis, 1966: Geodetic Parameters for a Smithsonian Institution Standard Earth, SAO Special Report Nr. 200, 1966.
- [14] Marsh, J. G.; S. Vincent, 1974: Global detailed gravimetric geoid computations and model analysis. Geophysical Surveys 1, 481—511, 1974.

- [15] Monka, F. M; W. Torge; G. Weber; H. —G. Wenzel, 1978: Gravimetric, Altimetric Geoid determination in the North Sea region. Wiss. Arb. der Lehrst. für Geod., Phot. und Kart. a. d. TU Hannover Nr. 80, 1978.
- [16] Moritz, H., 1975: Fundamental Geodetic Constants. Report of Special Study Group No. 5.39 of IAG, presented at 16. General Ass. IUGG, IAG. Grenoble 1975.
- [17] Muminagić, A., 1971a: Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji. Disertacija, Zagreb (Beograd) 1971.
- [18] Muminagić, A., 1971b: Investigation of real geoid in Yugoslavia. 15. Gen. Ass. IUGG, IAG, Moskva, 1971.
- [19] Schaab, H., 1976: Orientierung des astrogeodätischen Geoides von Europa. Manuskript, Darmstadt 1976. Takoder u: GROTEN, E.: Beiträge zur Physikalischen Geodäsie. DGK, Reihe B, Nr. 233, München 1978.
- [20] Vincent, S.; J. G. Marsh, 1973: Global detailed Gravimetric Geoid. Goddard Space Flight Center, 1973.
- [21] Vincent, S.; J. G. Marsh, 1975: Goddard Space Flight Center global detailed gravimetric geoid. 16. General. Ass. IUGG, IAG, Grenoble 1975.
- [22] Wagner, C. A.; F. J. Lerch; J. E. Brown; J. A. Richardson, 1976: Improvement in the Geopotential derived from satellite and surface data (GEM 7 and 8). Goddard Space Flight Center, Greenbelt Maryland 1976.
- [23] Wenzel, H. —G., 1978: Gravimetric vertical deflection determination for the North Sea region (GVDNS 1). DGK, Reihe B, Nr. 235, München 1978.

SAŽETAK

U regionalnim istraživanjima oblika Zemlje može se dugovalnom (uglačanom) gravimetrijskom geoidu pripisati posebna uloga. Tako se i za ispitivanja astrogeodetskog geoida za Jugoslaviju upotrebljavaju gravimetrijski podaci. U tu svrhu i dalje ciljeve određen je dugovalni geoid za ovo područje u gušćoj mreži točaka, a prema Zemljinim modelima GEM 8, 9 i 10. Nadalje se pokazuju odnosno diskutiraju njegove primjene i prilagodbe, naročito za svrsishodno korištenje pri gravimetrijskom određivanju detaljne plohe geoida za teritorij SFR Jugoslavije.

ZUSAMMENFASSUNG

In den regionalen Untersuchungen der Erdfigur kann dem grossweilligen (geglätteten) Geoid eine besondere Bedeutung zugeschrieben werden. Es werden auch bei der Untersuchung des astrogeodätischen Geoids für Jugoslawien die gravimetrischen Daten benutzt. Dazu und für weitere Ziele wurde das grossweillige Geoid für dieses Gebiet bestimmt, und zwar im dichteren Netz von Punkten und nach den Erdmodellen GEM 8, 9 und 10. Im weiteren werden seine Anwendungen sowie Anpassungen gezeigt bzw. diskutiert, vorallem für zweckmässige Benutzung bei der gravimetrischen Bestimmung einer detaillierten Geoidfläche für SFR Jugoslawien.