PRILOG STROGOM IZRAVNANJU GEODETSKIH MREŽA PODELOM NA MANJE DELOVE

*Drago ŠTEMBERGER — Beograd**

Razvojem računske tehnike, potisnuta su u drugi plan rešenja, koja pruža teorija višegrupnog izravnanja. Savremeni računari su u stanju, da odjednom reše čitav proces izravnanja. Prilikom rešavanja zadataka izravnanja teži se, da ulazni podaci računaru budu merene veličine, a izlazni rezultati definitivne vrednosti merenih ili traženih veličina, sa kompletnom ocenom tačnosti.

Međutim, pogrešno bi bilo shvatiti, da današnja računska sredstva imaju neograničenu moć. Da to zaista nije tako, može se zaključiti i iz sledećeg razmatranja:

Složeni naučnotehnički problemi, među koje spada i izravnanje većih geodetskih mreža, najefikasnije se rešavaju korištenjem matričnog aparata. Neki zadaci se drukčije ne mogu ni rešiti. Matrice pak zahtevaju veliku operativnu memoriju računara. Da bi se ova poteškoća ublažila, dvodimenzionalne matrice, koje se javljaju u algoritmu izravnanja, predstavljaju se jednodimenzionalnim indeksnim promenljivima. Time se broj zauzetih reči operativne memorije prilikom realizovanja simetričnih matrica, smanjuje gotovo na polovinu. Međutim, dalja poteškoća proističe iz vrlo česte potrebe, da se za razne geodetske veličine, u FORTRAN-u moraju obezbediti dvostruke dužine reči (DOUBLE PRECISION), što povlači za sobom smanjenje operativne memorije na polovinu. Iz ovih razloga se na relativno velikom računskom sistemu, sa kapacitetom od 64 K 32-bitne reči, može direktno rešiti sistem uslovnih jednačina ili jednačina odstupanja, čija matrica ima najviše do oko 20.000 elemenata (npr. 200 jednačina odstupanja sa 100 nepoznatih veličina). Pri tome se magnetni disk koristi za smeštanje kompletnih matrica kao međurezultata i za smeštanje glavnog programa i pojedinih potprograma. Time se smanjuje potreba, da veličine i sve programske naredbe budu stalno prisutne u operativnoj memoriji.

Ovakvo rešenje je najbrže, najracionalnije i najefektivnije. Ali, kao što se vidi, veličina, koja se ovako može obraditi, nije baš impozantna.

Kompletna izravnanja većih mreža, mogu se realizovati na dva, suštinski različita načina. Prvi način je dekompozicija matrica na blokove. Drugi način je izvođenje programskih operacija uz stalnu vezu operativna memorija — magnetski disk. U najčešćem broju slučaja prednost ipak treba dati prvom načinu, jer je on brži i racionalniji. Kod njega se rezultantne matrice formiraju u operativnoj memoriji i kao celine zapisuju na disku. Kod drugog načina ove

* Adresa autora: Mr Drago Štemberger, major, Vojnogeografski institut, Mije Kovačevića 5 — Beograd.

se matrice formiraju na disku. Stalno traganje za pojedinim elementima matrica na disku, višestruko povećava vreme izvršenja.

Dekompozicija matrica na blokove je čisto matematičko rešenje, koje omogućuje, da se operacije između jako velikih matrica, svedu na operacije između manjih matrica. Specifično geodetsko rešenje zadataka izravnanja, dekompozicijom matrica, je višegrupno izravnanje. Međutim, nije samo to razlog »rehabilitacije« klasičnih rešenja višegrupnog izravnanja, koja su ponikla u eri raskoraka između, na jednoj strani potreba, a na drugoj mogućnosti, računskog aparata. Evo još nekoliko razloga, zbog kojih višegrupno izravnanje ostaje i dalje aktuelno:

— priprema podataka je mnogo preglednija, ako se izvodi parcijalno, po pojedinim delovima mreže. Iz ovakve pripreme prirodno proizlazi višegrupno izravnanje.

— Uklapanje novih u stare, ranije izravnate mreže, povlači za sobom primenu teorije višegrupnog izravnanja.

— Povezivanje ranije izravnatih mreža u celini, što je danas veoma aktuelno, najjednostavnije se rešava primenom teorije višegrupnog izravnanja.

Program za kompjutersku obradu, može se koncipirati tako, da on prima podatke po grupama, vrši obradu po grupama, spaja grupne rezultate u celinu i vrši ocenu tačnosti. Ako je pri tome primenjena i neka od strogih metoda višegrupnog izravnanja, ovakvom načinu obrade mreže, ne može se naći zamerka.

Teorija višegrupnog izravnanja podjednako uspešno rešava probleme izravnanja metodom uslovnih merenja, posrednih merenja, uslovnih merenja sa nepoznatim veličinama kao i posrednih merenja sa uslovima.

Problemu višegrupnog izravnanja metodom uslovnih merenja, može se u principu pristupiti na dva različita načina. Prvi način je podela mreže na proizvoljan broj delova. Drugi način je podela uslovnih jednačina na proizvoljan broj grupa. Ako se radi o većem od dva, broju grupa, nesumnjivu prednost ima prvi način.

Ovde će sada biti izložen jedan opšti model višegrupnog izravnanja metodom uslovnih merenja, podelom mreže na proizvoljan broj manjih delova. Pri tome naravno, podela ne mora biti zasnovana na teritorijalnom principu, već se delovi mogu i preklapati. Sam algoritam dokazuje, da se radi o strogom izravnanju. Krajnji izrazi su vrlo pogodni za kompjutersku obradu. Postupak se u izvesnim detaljima razlikuje od poznate metode Pranis-Praneviča.

Neka je u nekoj mreži mereno s veličina. Proizvoljnim delenjem mreže na k delova (pri ovome, naravno, između susednih delova mora postojati najmanje jedan uslov, koji te delove povezuje), dobija se i k vektora merenih veličina:

$$L_1, L_2, \cdots, L_k \tag{1}$$

pri čemu je:

$$\underset{(i=1,k)}{L_i} = \left\| \begin{matrix} l_1^i \\ l_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ l_{n_i}^i \end{matrix} \right\|, \text{a } s = \sum_{i=n}^{k} n_i \tag{2}$$

Cilj izravnanja metodom najmanjih kvadrata je, da se odrede najverovatnije popravke v_i merenih veličina l_i. Vektori izravnatih veličina će dakle biti:

$$L'_1, L'_2, \cdots, L'_k \tag{3}$$

gde je

$$\underset{(i=1,\,k)}{L'_i = L_i + V_i} \tag{4}$$

a V_i vektor popravaka dobijen izravnanjem.

Vektori popravaka odrediće se rešenjem k + 1 sistema uslovnih jednačina, pod zajedničkim uslovom $V^tPV = \min$, gde je V zajednički vektor podeljen na blokove:

$$V = \begin{Vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ V_k \end{Vmatrix} \tag{5}$$

a P kvazidijagonalna matrica težina merenih veličina

$$P = \begin{Vmatrix} P_1 & & O \\ & P_2 & \\ & & \cdot \\ O & & P_k \end{Vmatrix} \tag{6}$$

k delova mreže daće k sistema uslovnih jednačina:

$$\underset{(i=1,\,k)}{A_i^t V_i + W_i = 0} \tag{7}$$

gde su

$$A_i^t = \begin{Vmatrix} a_{11}^i & a_{21}^i & \cdots & a_{n_i1}^i \\ a_{12}^i & a_{22}^i & \cdots & a_{n_i2}^i \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{1\,m_i}^i & a_{2\,m_i}^i & \cdots & a_{n_i\,m_i}^i \end{Vmatrix} \tag{8}$$

$$W_i^t = \begin{Vmatrix} W_1^i \\ W_2^i \\ \cdot \\ W_{m_i}^i \end{Vmatrix} \tag{9}$$

U (k + 1) — v_i sistem uslovnih jednačina, ulaze neophodne uslovne jednačine, koje delove mreže povezuju u kompletnu celinu.

$$B_1^t V_1 + B_2^t V_2 + \cdots + B_k^t V_k + W_B = 0 \tag{10}$$

gde su

$$\underset{(i=1,\,k)}{B_i^t} = \begin{Vmatrix} b_{11}^i\, b_{21}^i & \cdots & b_{n_i1}^i \\ b_{12}^i\, b_{22}^i & \cdots & b_{n_i2}^i \\ \cdot \quad \cdot & \cdots & \cdot \\ b_{1r}^i\, b_{2r}^i & \cdot & b_{n_ir}^i \end{Vmatrix} \quad W_B = \begin{Vmatrix} W_1^B \\ W_2^B \\ \cdot \\ W_r^B \end{Vmatrix} \tag{11}$$

U čitavoj mreži ima dakle $\sum_{i=1}^{k} m_i + r$ nezavisnih uslova.

Uslovne jednačine za celu mrežu, mogu se predstaviti matričnom jednačinom

$$A^t V + W = 0 \tag{13}$$

gde su matrica A^t i vektori V i W, složeni od blokova

$$A^t = \begin{Vmatrix} A_1^t & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2^t & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_3^t & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & A_k^t \\ B_1^t & B_2^t & B_3^t & \cdots & B_k^t \end{Vmatrix} \quad W = \begin{Vmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \cdot \\ W_k \\ W_B \end{Vmatrix} \tag{14}$$

Vektor V je definisan izrazom (5).

Do sistema normalnih jednačina korelata dolazi se na osnovu (13) pod dopunskim uslovom $V^tPV = \min$:

$$A^t P^{-1} A + W = 0 \tag{15}$$

odnosno na osnovu (5) i (14)

$$\begin{Vmatrix} N_{A_1A_1} & 0 & 0 & \cdots 0 & N_{A_1B_1} \\ 0 & N_{A_2A_2} & 0 & \cdots 0 & N_{A_2B_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots N_{A_kA_k} & N_{A_kB_k} \\ N_{B_1A_1} & N_{B_2A_2} & N_{B_3A_3} & \cdots N_{B_kA_k} & N_{A_kB_k} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \cdot \\ K_k \\ K_B \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ W_k \\ W_B \end{Vmatrix} = 0 \tag{16}$$

gde upotrebljene oznake imaju značenje:

$$\begin{aligned} N_{A_iA_i} &= A_i^t P_i^{-1} A_i \\ N_{A_iB_i} &= A_i^t P_i^{-1} B_i \\ N_{B_iA_i} = N_{A_iB_i}^t &= B_i^t P_i^{-1} A_i \\ N_{BB} &= \sum_{i=1}^{k} B_i^t P_i^{-1} B_i \end{aligned} \tag{17}$$

i gde su K_i ($i = 1, k$) elementarni vektori korelata.

Proširena matrica sistema normalnih jednačina (16) biće:

$$\begin{Vmatrix} N_{A_1A_1} & 0 & \cdots 0 & N_{A_1B_1} & -W_1 \\ 0 & N_{A_2A_2} & \cdots 0 & N_{A_2B_2} & -W_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots N_{A_kA_k} & N_{A_kB_k} & -W_k \\ N_{B_1A_1} & N_{B_2A_2} & \cdots N_{B_kA_k} & N_{BB} & -W_B \end{Vmatrix} \tag{18}$$

Složena blokovska matrica (18), može se elementarnim transformacijama, pomoću Gausovog algoritma, transformisati u ekvivalentnu matricu kvazitrouglastog oblika.

Nakon prve redukcije, dobija se ekvivalentna matrica

$$\begin{Vmatrix} N_{A_1A_1} & 0 & \cdots 0 & N_{A_1B_1} & -W_1 \\ 0 & N_{A_2A_2} & \cdots 0 & N_{A_2B_2} & -W_2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots N_{A_kA_k} & N_{A_kB_k} & -W_k \\ 0 & N_{B_2A_2} & \cdots N_{B_kA_k} & [N_{BB} \cdot 1] & -[W_B \cdot 1] \end{Vmatrix} \tag{19}$$

gde su

$$[N_{BB} \cdot 1] = N_{BB} - N_{B_1A_1} N_{A_1A_1}^{-1} N_{A_1B_1}$$
$$[W_B \cdot 1] = W_B - N_{B_1A_1} N_{A_1A_1}^{-1} W_1 \tag{20}$$

Na kraju, posle k-te redukcije, napokon se dobija kvazitrouglasta matrica, koja je ekvivalentna početnoj (18). Dokaz za ekvivalentnost proističe iz samog Gausovog algoritma, koji se sastoji od niza elementarnih transformacija matrica.

$$\left\| \begin{array}{llllll} N_{A_1A_1} & 0 & \cdot\cdot 0 & N_{A_1B_1} & - W_1 \\ 0 & N_{A_2A_2} & \cdot\cdot 0 & N_{A_2B_2} & - W_2 \\ . & . & ... & . & . \\ 0 & 0 & \cdot\cdot N_{A_kA_k} & N_{A_kB_k} & - W_k \\ 0 & 0 & \cdot\cdot 0 & [N_{BB} \cdot k] & - [W_B \cdot k] \end{array} \right\| \tag{21}$$

gde su:

$$[N_{BB} \cdot k] = [N_{BB} \cdot (k-1)] - N_{B_kA_k} \cdot N_{A_kA_k}^{-1} \cdot N_{A_kB_k}$$
$$[W_B \cdot k] = [W_B \cdot (k-1)] - N_{B_kA_k} \cdot N_{A_kA_k}^{-1} \cdot W_k \tag{22}$$

Na osnovu (21) mogu se napisati relacije, za određivanje pojedinih elementarnih vektora korelata:

$$\begin{aligned} K_B &= - [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot [W_B \cdot k] \\ K_k &= K_k^0 + F_k \cdot K_B \\ K_{k-1} &= K_{k-1}^0 + F_{k-1} \cdot K_B \\ &. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \\ K_2 &= K_2^0 + F_2 \cdot K_B \\ K_1 &= K_1^0 + F_1 \cdot K_B \end{aligned} \tag{23}$$

gde su upotrebljene oznake:

$$\begin{aligned} K_i^0 &= - N_{A_iA_i}^{-1} \cdot W_i \\ F_i &= - N_{A_iA_i}^{-1} \cdot N_{A_iB_i} \end{aligned} \quad (i = 1, k) \tag{24}$$

Iz (24) je očigledno, da su vektori K_i^0 veličine, koje bi se dobile, kada bi se pojedini delovi mreže izravnavali odvojeno, bez vezujućih uslova.

Opšti izraz za vektor popravaka glasi:

$$V = P^{-1} \cdot A \cdot K \tag{25}$$

U ovom slučaju, na osnovu (5), (6), (14) i (23) biće:

$$V = \begin{Vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_k \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} P_1^{-1} A_1 K_1 + P_1^{-1} B_1 K_B \\ P_2^{-1} A_2 K_2 + P_2^{-1} B_2 K_B \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ P_k^{-1} A_k K_k + P_k^{-1} B_k K_B \end{Vmatrix}$$

odnosno, upotrebljavajući (23) i (24)

$$\begin{aligned} V_1 &= V_1^0 + P_1^{-1} (A_1 F_1 + B_1) \cdot K_B \\ V_2 &= V_2^0 + P_2^{-1} (A_2 F_2 + B_2) K_B \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ V_k &= V_k^0 + P_k^{-1} (A_k F_k + B_k) K_B \end{aligned} \tag{26}$$

gde su:

$$\underset{(i=1,k)}{V_i^0} = P_i^{-1} A_i K_i^0$$

veličine, koje bi se dobile, kada bi se delovi mreže izravnali nezavisno jedan od drugog.

Ocena tačnosti:

Srednja greška jedinice težine, odrediće se prema poznatom izrazu:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{V^t PV}{\sum_{i=1}^{k} m_i + r}} \tag{27}$$

pri čemu je:

$$V^t PV = \sum_{i=1}^{k} V_i^t P_i V_i \tag{28}$$

Srednja greška funkcije izravnatih veličina $f = f(L')$, odrediće se po poznatoj relaciji:

$$m_f^2 = \mu^2 \frac{1}{P_f} = \mu^2 Q_{ff} = \mu^2 f^t Q_{L'} f \tag{29}$$

gde je

$$f^t = \left\| \left(\frac{\partial f}{\partial l}\right)_o \right\| = \left\| \left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)_o \left(\frac{\partial f}{\partial l_2}\right)_o \cdots \left(\frac{\partial f}{\partial l_n}\right)_o \right\| \tag{30}$$

a $Q_{L'}$ korelaciona matrica, kojom se definiše međusobna zavisnost izravnatih veličina, proistekla iz izravnanja:

$$Q_{L'} = P^{-1} (E - AN^{-1} A^t P^{-1}) \tag{31}$$

(E — jedinična matrica)

U izrazu (31), potrebno je odrediti matricu N^{-1}, koja je ustvari inverzna matrica sistema normalnih jednačina (16). Krajnji izraz za ovu matricu, do koga se može doći na osnovu nekoliko opšte poznatih postupaka, glasi:

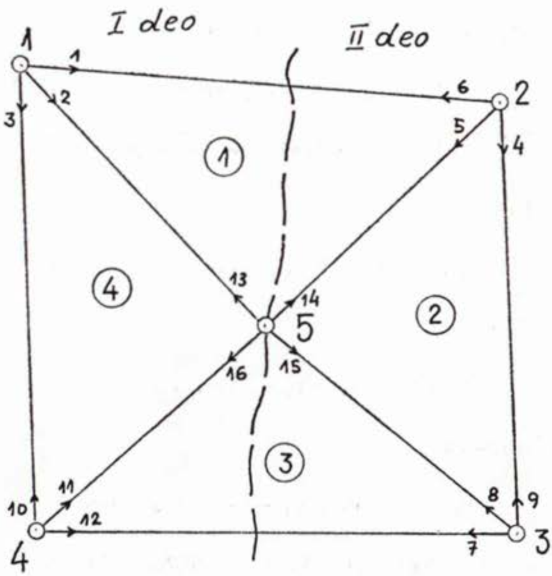
$$
N^{-1} = \begin{Vmatrix} N^{-1}_{A_1A_1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & N^{-1}_{A_2A_2} & \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & N^{-1}_{A_kA_k} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{Vmatrix} +
$$

$$
+ \begin{Vmatrix} F_1 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_1^t & F_1 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_2^t & \cdots & F_1 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_k^t & F_1 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \\ F_2 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_1^t & F_2 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_2^t & \cdots & F_2 \cdot [N_{Bk} \cdot k]^{-1} \cdot F_k^t & F_2 \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \\ \cdot & \cdot & \cdots & & \cdot \\ F_k \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_1^t & F_k \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_2^t & \cdots & F_k \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_k^t & F_k \cdot [N_{BB} \cdot k]^{-1} \\ [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_1^t & [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_2^t & \cdots & [N_{BB} \cdot k]^{-1} \cdot F_k^t & [N_{BB} \cdot k]^{-1} \end{Vmatrix} \tag{32}
$$

Na osnovu krajnjih izraza (26) i (32) je očigledno, da se ovaj način izravnanja može primeniti pri spajanju ranije izravnatih mreža. Pri tom se u potpunosti mogu koristiti ranije dobijeni rezultati, kako izravnanja tako i ocene tačnosti. Pošto je ovo strogi način izravnanja, dobijeni rezultati biće identični onima, koji bi se dobili pri celovitom izravnanju mreže.

B r o j n i p r i m e r :

Centralni sistem (sl. 1), opažan je po pravcima girusnom metodom. Težine pravaca su međusobno jednake. Isprekidanom linijom ova mreža je podeljena u dve grupe.



Sl. 1 Skica mreže

Podaci merenja:

stanica	pravac	merenje
		° ′ ″
1	1	0 00 00
	2	44 52 00
	3	94 24 54
2	4	0 00 00
	5	48 06 11
	6	95 53 43
3	7	0 00 00
	8	40 15 48
	9	80 36 09
4	10	0 00 00
	11	89 05 26
	12	46 35 00
5	13	0 00 00
	14	87 20 36
	15	178 54 02
	16	276 08 00

Vektori merenih veličina za I i II deo mreže su:

$$L_1^t = \| \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_{10} \alpha_{11} \alpha_{12} \alpha_{13} \alpha_{16} \|$$

$$L_2^t = \| \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 \alpha_7 \alpha_8 \alpha_9 \alpha_{14} \alpha_{15} \|$$

Uslovna jednačina I dela glasi:

$$- v_2 + v_3 - v_{10} + v_{11} + v_{13} - v_{16} - 6 = 0$$

Uslovna jednačina II dela:

$$- v_4 + v_5 - v_8 - v_9 - v_{14} + v_{15} - 2 = 0$$

Vezujuće uslovne jednačine:

$$- v_1 + v_2 - v_5 + v_6 - v_{13} + v_{14} + 8 = 0$$

$$- v_7 + v_8 - v_{11} + v_{12} - v_{15} + v_{16} + 12 = 0$$

$$- 2{,}1 v_1 + 3{,}9 v_2 - 1{,}8 v_3 - 1{,}9 v_4 + 3{,}8 v_5 - 1{,}9 v_6 - 2{,}5 v_7 + 5{,}o v_8 - 2{,}5 v_9 - 2{,}o v_{10} +$$

$$+ 4{,}3v_{11} - 2{,}3v_{12} - 20{,}9 = 0$$

Na osnovu ovih podataka mogu se formirati matrice:

$$A_1^t = \| \; 0 \; -1 \; 1 \; -1 \; 1 \; 0 \; 1 \; -1 \; \|$$

$$A_2^t = \| -1 \; 1 \; 0 \; 0 \; -1 \; 1 \; -1 \; 1 \; \|$$

$$B_1^t = \begin{Vmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -2{,}1 & 3{,}9 & -1{,}8 & -2{,}0 & 4{,}3 & -2{,}3 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

$$B_2^t = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1{,}9 & 3{,}8 & -1{,}9 & -2{,}5 & 5{,}0 & -2{,}5 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

$$V_1^t = \| v_1 \; v_2 \; v_3 \; v_{10} \; v_{11} \; v_{12} \; v_{13} \; v_{16} \|$$

$$V_2^t = \| v_4 \; v_5 \; v_6 \; v_7 \; v_8 \; v_9 \; v_{14} \; v_{15} \|$$

$$W_1 = \| -6 \| \qquad W_2 = \| -2 \|$$

$$W_B = \begin{Vmatrix} 8 \\ 12 \\ -20{,}9 \end{Vmatrix}$$

Na osnovu ovih:

$$N_{A_1A_1}^{-1} = \left\| \frac{1}{6} \right\| \qquad N_{A_1A_1}^{-1} = \left\| \frac{1}{6} \right\|$$

$$N_{A_1B_1} = \| -2 \; -2 \; 0{,}6 \; \| \qquad N_{A_2B_2} = \| -2 \; -2 \; -1{,}8 \; \|$$

$$N_{BB} = \begin{Vmatrix} 6 & 0 & -0{,}3 \\ 0 & 6 & 0{,}9 \\ 0{,}3 & 0{,}9 & 109{,}8 \end{Vmatrix}$$

$$[N_{BB} \cdot 2] = \begin{Vmatrix} 4{,}666 & -1{,}334 & -0{,}1 \\ -1{,}334 & 4{,}666 & 0{,}5 \\ -0{,}1 & 0{,}5 & 109{,}2 \end{Vmatrix}$$

$$[W_B \cdot 2] = \begin{Vmatrix} 5{,}332 \\ 9{,}333 \\ -20{,}9 \end{Vmatrix}$$

$$[N_{BB} \cdot 2]^{-1} = \begin{Vmatrix} 0{,}2334 & 0{,}0667 & -0{,}0001 \\ 0{,}0667 & 0{,}2335 & -0{,}0010 \\ -0{,}0001 & -0{,}0010 & 0{,}0092 \end{Vmatrix}$$

$$K_B = \begin{Vmatrix} -1,869 \\ -2,556 \\ 0,202 \end{Vmatrix}$$

$$F_1 = \| 0,333 \; 0.333 \; -0,1 \| \qquad F_2 = \| 0.333 \; 0,333 \; 0,3 \|$$

$$K_1^0 = \| 1 \| \qquad K_2^0 = \| 0,333 \|$$

$$V_1^0 = \begin{Vmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{Vmatrix} \qquad V_2^0 = \begin{Vmatrix} -0,33 \\ 0,33 \\ 0 \\ 0 \\ -0,33 \\ 0,33 \\ -0,33 \\ 0,33 \end{Vmatrix}$$

$$K_1 = \| -0,494 \| \qquad K_2 = \| -1,080 \|$$

$$V_1 = \begin{Vmatrix} 1,4 \\ -0,6 \\ -0,9 \\ 0,1 \\ 2,9 \\ -3,0 \\ 1,4 \\ -2,1 \end{Vmatrix} \qquad V_2 = \begin{Vmatrix} 0,7 \\ 1,6 \\ -2,2 \\ 2,0 \\ -0,5 \\ -1,6 \\ -0,8 \\ 1,5 \end{Vmatrix}$$

Ocena tačnosti

a) Srednja greška jedinice težine određuje se prema (27)

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{26,92 + 17,59}{5}} = 2,98''$$

b) Srednja greška ugla $\sphericalangle$ 14—13

Koleraciona matrica, određena parcijalno na osnovu (31), data je u celini tabelom I.

$$f^t = \| 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 \|$$

$$f^t Q_L' f = \| 1,268 \|$$

$$m^2 \sphericalangle 14 - 13 = \mu^2 f^t Q_L' f = 11,2603$$

$$m \sphericalangle 14 - 13 = \pm 3,35''$$

Tabela I

Korelaciona matrica $Q_L' =$

.727	.210	.063	—.135	.114	.021	—.136	—.032	—.141	—.056	.197	—.113	.055	.057	.128	.040
.210	.585	.208	—.063	—.058	.122	.274	—.101	.113	—.051	—.063	.055	—.105	.050	—.090	—.080
.063	.208	.732	.200	—.058	—.143	—.136	.133	.029	.106	—.134	.057	.051	—.109	—.037	.039
—.135	—.063	.200	.731	.206	.059	.135	—.133	—.103	.035	.068	—.141	.112	.029	.029	—.027
.114	—.058	—.058	.206	.565	.230	—.092	.266	.053	—.096	.043	—.038	—.085	.123	—.056	—.115
.021	.122	—.143	.059	.230	.713	—.036	—.133	.052	.057	—.109	.181	—.032	—.149	.027	.142
—.136	.274	—.136	.135	—.092	—.036	.733	.100	—.036	—.096	.131	.031	—.062	.031	.099	.067
—.032	—.101	.133	—.133	.266	—.133	.100	.733	.034	—.067	.033	.134	—.102	—.034	.067	.100
—.141	.113	.029	—.103	.053	.052	—.036	.034	.726	.214	.061	—.148	—.040	.188	—.138	.140
—.056	—.051	.106	.035	—.096	.057	—.096	—.067	.214	.581	.207	.124	—.074	—.050	.276	—.114
.197	—.063	—.134	.068	.043	—.109	.131	.033	.061	.207	.732	.024	.115	—.139	—.138	—.026
—.113	.055	.057	—.141	—.038	.181	.031	.134	—.148	.124	.024	.714	.236	.051	—.039	—.126
.055	—.105	.051	.112	—.085	—.032	—.062	—.102	—.040	—.074	.115	.236	.536	.228	—.089	.251
.057	.050	—.109	.029	.123	—.149	.031	—.034	.188	—.050	—.139	.051	.228	.720	.128	—.125
.128	—.090	—.037	.029	—.056	.027	.099	.067	—.138	.276	—.138	—.039	—.089	.128	.733	.101
.040	—.080	.039	—.027	—.115	.142	.067	.100	.140	—.114	—.026	—.126	.251	—.126	.101	.732

Literatura

[1] Štemberger, D.: Višegrupno izravnanje geodetskih mreža metodom uslovnih merenja, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Geodetski odsek, Beograd 1977.

KRATKI SADRŽAJ

Pri izravnanju većih geodetskih mreža uz primenu digitalnih elektronskih računara srednje veličine, nameće se problem oskudice u operativnoj memoriji računara. Ovaj se problem, manje ili više efikasno, rešava na razne načine. Vrlo efektno rešenje, pruža već pomalo zaboravljena, teorija višegrupnog izravnanja. U članku je dat jedan model višegrupnog izravnanja po metodi uslovnih merenja, podelom mreže na proizvoljan broj manjih delova. Osim algoritma izravnanja, prikazan je i algoritam ocene tačnosti. Izravnanje i ocena tačnosti, ilustrovani su brojčanim primerom na jednoj minijaturnoj mreži.

ABSTRACT

During adjustment of larger geodetic networks with use of digital middle size computers, occurs problem of insuficient operative memory. This problem can be, more or less efficiently solved by various calculating technics. Very effective result can be obtained by a little forgotten theory of multigrouped adjustment. In this paper is done one model of mutigrouped adjustment using method of conditional measurement by dividing the whole network into selectable number of smaller particles. Except of adjustment algoritm it is also shown algoritm of accuray estimation. Adjustment and accuracy estimation are also illustrated by digital exemple from one miniature network.