

MODEL OPTIMALNE RAVNI ZA RAVNANJE ZEMIŠTA U VEZI S TRANSPORTOM ZEMLJE

Marko GOSTOVIĆ — Subotica*
Aleksandar KOŠUTIĆ — Bor*

1. UVOD

U okviru radova na navodnjavanju zemljišta u Iraku, koje izvodi vodo-privredno preduzeće »Dunav—Tisa—Dunav« iz Novog Sada, učestvovali smo u izradi modela ravnjanja zemljišta. U prvoj etapi predviđa se ravnjanje kompleksa od 7 000 ha, a ukupna površina radova iznosi 70 000 ha.

Na početku rada smo želeli da damo rešenje pogodno za korišćenje računara — obzirom na veliku površinu radova. Izučavajući već date postupke ravnjanja i na osnovu naših istraživanja, došli smo do rešenja, u pojedinim elementima i u celini, za koja smatramo da su originalna i da se mogu koristiti u praksi. Pri tome imamo u vidu da će se uskoro i kod nas za potrebe navodnjavanja i odvodnjavanja zemljišta, obzirom na dostignuti nivo razvoja poljoprivrede, izvoditi obimniji radovi na ravnjanju. Radi celine izlaganja, osvrnuli smo se na primenu ravnjanja i ukratko dali poznate metode.

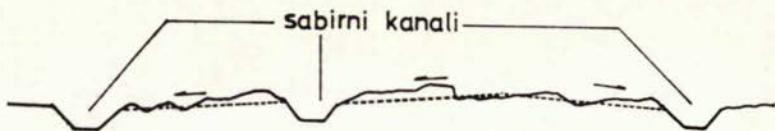
1.1. Primena ravnjanja zemljišta

Potreba za ravnjanjem zemljišta javlja se u različitim slučajevima. To može biti prilikom izgradnje industrijskih objekata, stambenih zgrada, sportskih terena, izvođenja hidromelioracionih radova i dr. Najobimniji radovi se vrše za potrebe navodnjavanja i odvodnjavanja. Tu se ravnjanje izvodi na površinama od nekoliko hektara do više desetina hiljada hektara.

U slučaju odvodnjavanja zemljišta, ravnjanje se vrši pri izgradnji sistema za odvođenje površinskih voda. Potreba za ovom vrstom odvodnjavanja javlja se usled nemogućnosti slobodnog oticanja suvišne vode po površini zemljišta. Takvi uslovi obično nastaju na: a) izrazito ravnim površinama bez nagiba i s plitkim vodonepropusnim slojevima, b) površinama s plitkim depresijama u kojima se zadržava voda i c) površinama nizija ili terasa s ravnim zemljištem, na koje se sliva voda s viših terena [9].

Cilj ravnjanja je otklanjanje manjih depresija, zagonskih brazda, uzvišica i drugih prepreka koje ometaju prirodno oticanje vode do recipijenta. Kad površina terena ima dovoljan pad prema kanalu, potrebno je samo otkloniti

* Adrese autora: Prof. dr Marko Gostović, Subotica, Građevinski fakultet. Aleksandar Košutić, dipl. inž., Bor, Institut za bakar.



Sl. 1. Ravnanje zemljišta za površinsko odvodnjavanje, uz давање једностраних двостраног пада терена

неравнине обликованијем землjiшта. На површинама без пада, осим обликованија, потребно је дати и вештачки пад — једнострани или двострани (сл. 1).

Землjiште се може наводњавати на разне начине:

1. површино наводњавање — довођена вода на заливну парцелу отиче или стоји на површини и временом се упира,
2. вештачка киша — слично природној киши, млаз воде под притиском разбира се у капљице и пада на земљу и
3. подземно влаžење землjiшта — вода се кроз систем дренова или на други начин подземно доноси у близину кореновог система биљака.

Први од ових начина редовно захтева припрему землjiшта, где спада и равњање землjiшта. Равњање зависи од начина доношења воде; он се може бити: а) преливанjem (кроз окна или преко природних падина), б) потапањем и с) заливанијем кроз бразде. При томе се обично користе следећи падови:

	prelivanjem	Navodnjavanje potapanjem	kroz brazde
у правцу наводњавања управно на правач наводњавања	0,001—0,003 0,000—0,0005	0,0005—0,001 0,000 —0,0005	0,000—0,004 0,000—0,001

Овај рад припремљен је за равњање землjiшта које се наводњавати преливанjem.

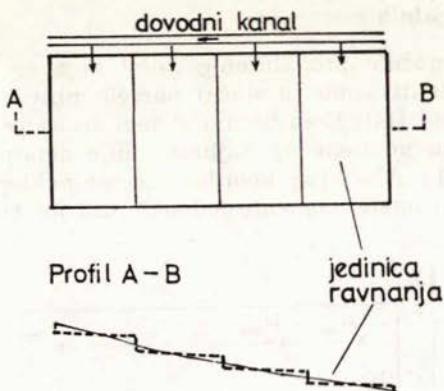
1.2. Korišćeni izrazi

Zalivna parcella је део наводњаване површине ограничен сталним каналима, путевима и другим сталним линијама и наводњава се из једног довођника.

Jedinica ravnanja је најмања површина јединица у оквиру које се врши изравњање земљаних радова. У случају изузетно рavnог землjiшта, цела заливна парцела може да чини једну јединицу равњања. Уколико је запремина радова већа од неке предвиђене величине, парцела се дели на више јединица равњања, водећи рачуна о датој минималној ширини јединице. Тада између pojedinih јединица равњања постоји висинска разлика, која исто мора бити у предвиђеним границама (сл. 2).

Površina terena је одређена координатама детаљних тачака $M_i(x_i, v_i, z_i)$. Ове тачке су обично распоређене на теменима правилних фигура које покривају заливну парцелу.

Regresiona ravan (R_{rg}) је рачунски одређена раван по методи најмањих квадрата. Коeficijenti њene једначице I_x и I_y представљају generalne падове терена у изабраном координатном систему XOY.



Sl. 2. Zalivna parcela podeljena na jedinice ravnjanja

Projektovana ravan (R_{pr}) je ravan dobijena od regresione okretanjem oko njenog težišta. Koeficijenti jednačine ravni su projektovani padovi I_{xp} i I_{yp} .

Vertikalno pomerana projektovana ravan (R_{pv}) je projektovana ravan R_{pr} pomerana paralelno sebi po vertikali za veličinu Δz_i .

Optimalna ravan (R_{opt}) je ravan dobijena pomeranjem ravni R_{pv} za prirastaje koeficijenata dI_x , dI_y i dz .

2. POZNATE METODE RAVNANJA

Za ravnjanje se koriste razne metode. One se međusobno razlikuju po položaju dobijene projektovane ravni i postupku određivanja tog položaja, kao i po tom kako rešavaju transport zemlje. Iz toga sledi da se pojedina rešenja razlikuju po obimnosti posla samog projektovanja, ali još više po ukupnim troškovima koji proizlaze iz položaja projektovane ravni.

Pojedine metode ravnjanja, u koje smo dobili uvid na osnovu dostupne nam literature i dokumentacije, ukratko će se izložiti.

2.1. Metoda srednje visine

Ovo je najjednostavniji način ravnjanja. Može se primeniti za ravnjanje manjih površina i kad se ne vodi strogo računa o količini zemljanih radova, a projektovani padovi su dati bez tolerancije. Na osnovu koordinata detaljnih tačaka pravilne mreže, prvo se računa položaj težišta $T(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$:

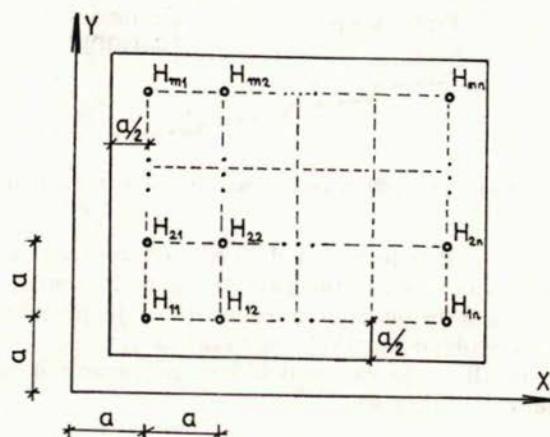
$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i;$$

gde je n — broj detaljnih tačaka.

Zatim se kroz težište položi ravan s projektovanim padovima u pravcu X i Y ose. Na osnovu položaja ove ravni računaju se radne kote — razlike kota nivela i terena, i zapremine skidanja i nasipanja. Za izvršenje radova, na situaciju se označe pravci premeštanja zemlje.

2.2. Metoda diferencijalnih momenata

Ova metoda omogućuje pronađenje ravni koja se najbolje prilagođava terenu. Može se koristiti samo za slučaj parcele pravilnog oblika i pravilne detaljne mreže na njoj [14]. Koordinatni sistem treba postaviti izvan parcele, tako da obe ose budu udaljene od najbliže linije detaljne mreže za veličinu strane kvadrata (sl. 3.). Ako bi se koordinatne ose poklopile s prvim linijama mreže, te dve linije bi imale momente jednake nuli jer bi rastojanje bilo nula.



Sl. 3. Parcela i položaj koordinatnog sistema kod primene metode diferencijalnih momenata

Tražena ravan prolazi kroz težište i ima padove I_x i I_y . Oni se računaju pomoću momenata pojedinih linija detaljne mreže, paralelnih s koordinatnim osama. Momenți su jednaki proizvodu zbiru kota linije i njenog rastojanja od koordinatne ose. Za linije paralelne s X osom biće

$$y_1 (H_{11} + H_{12} + \dots + H_{1n}) = M_{y1}$$

$$y_2 (H_{21} + H_{22} + \dots + H_{2n}) = M_{y2}$$

.

.

.

$$y_m (H_{m1} + H_{m2} + \dots + H_{mn}) = M_{ym}$$

Slično je i za M_{xi}

$$x_1 (H_{11} + H_{21} + \dots + H_{m1}) = M_{x1}$$

$$x_2 (H_{12} + H_{22} + \dots + H_{m2}) = M_{x2}$$

.

.

$$x_n (H_{1n} + H_{2n} + \dots + H_{mn}) = M_{xn}$$

Padovi se računaju po jednačinama

$$I_x = \frac{\sum_{i=1}^n M_{xi} - \bar{x} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m H_{ij}}{F_x}; \quad I_y = \frac{\sum_{j=1}^m M_{yj} - \bar{y} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m H_{ij}}{F_y};$$

gde je

$$F_x = m \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \quad F_y = n \sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y})^2.$$

Vrednosti za F_x i F_y uzimaju se iz tablica, izrađenih za ovu svrhu. Ukoliko ovako izračunati padovi ne odgovaraju, ravan se naginje prema projektovanim padovima. Posle toga se računaju radne kote i zapremine zemljanih radova. Uz metod nije dato rešenje transporta zemlje. Kao što će se kasnije videti, ravan s padovima I_x i I_y identična je regresionej ravni.

2.3. Metoda najmanjih kvadrata

Ovde će se navesti dva rada koji ravnjanje rešavaju primenom metode najmanjih kvadrata. Korabočkin se služi ekonomsko-matematičkim metodama i koristi računar [8]. Ravnjanje je vršeno za zalivne parcele veličine do 40 ha. Zadatak je rešen vodeći strogo računa o postizanju minimalnih zemljanih radova, a zatim troškova transporta.

Izloženi način ravnjanja predviđa pravilnu parcelu. Zbog toga se polazna nepravilna parcela pretvara u pravilnu dajući tačkama izvan pravilne mreže nultu oznaku. Iz tehničkog opisa projekta ravnjanja 27 000 ha rejonu Balikh Basin (Irak), vidi se da je zadatak isto rešen metodom najmanjih kvadrata, uz korišćenje računara [13]). Korištene su ove oznake:

- H_{ij} — kote terena u središtu kvadrata,
- i — 1, 2, ..., N,
- N — broj vrsta matrice H_{ij} ,
- j — 1, 2, ..., M,
- M — broj kolona matrice H_{ij} ,
- A — projektovani nagib u pravcu i,
- B — projektovani nagib u pravcu j,
- F_{ij} — radne kote,
- Z_{ij} — projektovane kote,
- 1 — 20 m (strana kvadrata).

Rešenje se sastoji iz tri faze, analitički opisane:

1. Računaju se ekonomični nagibi. Ti nagibi su koeficijenti A i B u jednacini ravni

$$Z = Ax + By + C,$$

gde je

- A = $\operatorname{tg}\beta$
- B = $\operatorname{tg}\gamma$
- C = odsečak na Z osi.

Postavljena je jednačina

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (H_{ij} - Ax_{ij} - B_{ij} - C)^2,$$

pa su koeficijenti A, B i C određeni iz uslova da funkcija S ima minimalnu vrednost, tj.

$$\frac{\partial S}{\partial A} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial B} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial C} = 0.$$

Parcijalni izvodi daju jednačine čija rešenja su traženi koeficijenti. Dobijena ravan daje minimalne zemljane radove.

2. Od dobijenih nagiba prelazi se na projektovane, uz uslove

$$I_i \min < A < I_i \max,$$

$$I_j \min < B < I_j \max,$$

i to tako da se u slučaju

$$A < I_i \min, \text{ usvaja } A = I_i \min,$$

odnosno, u slučaju

$$A > I_i \max, \text{ usvaja } A = I_i \max.$$

Slično je i za I_j .

Pošto se izračunavaju radne kote

$$F_{ij} = Z_{ij} - H_{ij},$$

računaju se ukupne zapremine skidanja W_1 i nasipanja W_2

$$W_1 = 1^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M F_{ij} \quad \text{za } F_{ij} < 0,$$

$$W_2 = 1^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M F_{ij} \quad \text{za } F_{ij} > 0.$$

3. Kote nivelete se koriguju zbog izostavljanja iz računa manjih zapremina i za dopunske zemljane radove (nasipanje napuštenih kanala, rasprostiranje zemlje iz novih kanala i sl.).

Osnovni zemljani radovi se dele u dve grupe:

- nasipanje i skidanje do h_{\min} i
- nasipanje i skidanje preko h_{\min}
(usvojeno je $h_{\min} = 4 \text{ cm}$).

Prvi radovi su isključeni iz ravnjanja jer se njihovo izvođenje predviđa uz završno, precizno ravnjanje. Za drugu grupu se računaju zapremine W_{11} i W_{22} , po istim jednačinama kao W_1 i W_2 . Da bi se održala ravnoteža skidanja i nasipanja, uvodi se popravka

$$\Delta z = \frac{\sum F_{ij}}{M \cdot N},$$

gde je ΣF_{ij} — suma izostavljenih radnih kota.

Zbog uvođenja dopunskih zemljanih radova, a da bi se održala ravnoteža radova, uvodi se popravka

$$\Delta z_i = \frac{V_{dop}}{P}, \quad \text{gde je } P \text{ — površina.}$$

Metodu je moguće primeniti samo za pravilne parcele. Optimizacija transporta nije vršena.

3. MATEMATIČKI MODEL RAVNANJA S MINIMALNIM ZEMLJANIM RADOVIMA I TROŠKOVIMA TRANSPORTA

U tekstu koji sledi biće opisan postupak ravnjanja koji je prezentiran vodo-privrednoj organizaciji »Dunav-Tisa-Dunav«.

Pri računanju optimalne ravni, do njenog položaja se dolazi postupno. Pošto se radi o blagim nagibima terena, već pri malom pomeranju ravni menjaju se površine preseka te ravni s terenom a time i zapremine.

Zbog toga je važno početni položaj izabrati što približnije definitivnom, kako bi što brže došlo do traženog rešenja.* U tom cilju prvo se određuje položaj regresione ravni.

3.1. Računanje regresione i projektovane ravni

Svaka detaljna tačka $M_i(x_i, y_i, z_i)$ ima tri koordinate, odnosno položaj tačke je određen u trodimenzionalnom prostoru. Potražiće se ravan najmanje udaljena od tačaka M_i . Napišimo jednačinu ravni u opštem obliku

$$AX + BY + CZ + D = 0. \quad (1)$$

Tražena ravan je regresiona ravan, koja, slično jednačini prave kod jednostrukе korelacije, prolazi kroz težište $T(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, pa jednačina ravni kroz težište glasi

$$A\bar{x} + B\bar{y} + C\bar{z} + D = 0. \quad (2)$$

Oduzimanjem jednačine (2) od (1) dobija se

$$A(X - \bar{x}) + B(Y - \bar{y}) + C(Z - \bar{z}) = 0. \quad (3)$$

Koeficijenti regresione ravni se određuju tako da zbir kvadrata odstojanja detaljnih tačaka u pravcu X, Y ili Z ose bude minimum, odnosno moguće je odrediti tri regresione ravni. Od ovih ravni, za ravnjanje treba ona kod koje će zbir kvadrata odstojanja u pravcu Z ose biti najmanji. Ta ravan je, na osnovu (3)

$$Z - \bar{z} = -\frac{A}{C}(X - \bar{x}) - \frac{B}{C}(Y - \bar{y}).$$

* Problem je sličan računanju koordinata trigonometrijskih tačaka. Ukoliko su približne koordinate uzete dosta grubo, nakon izravnjanja ostaće neko neslaganje (usled zanemarivanja članova višeg reda pri razvijanju funkcije u Tajlorov red). Zbog toga bi sračunate koordinate trebalo uzeti za približne i ponovo izvršiti izravnanje.

Kad se uvedu oznake [6]

$$-\frac{A}{C} = b_{zx,y}, \quad -\frac{B}{C} = b_{zy,x},$$

tada je jednačina regresione ravnih

$$Z - \bar{z} = b_{zx,y}(X - \bar{x}) + b_{zy,x}(Y - \bar{y}). \quad (4)$$

Koeficijenti $b_{zx,y}$ i $b_{zy,x}$ su delimični regresioni koeficijenti, odnosno to su nagibni regresione ravnih u pravcu X i Y ose

$$\begin{aligned} b_{zx,y} &= \operatorname{tg} \alpha = I_x, & (\text{OX}, R_{tg}); \\ b_{zy,x} &= \operatorname{tg} \beta = I_y, & (\text{OY}, R_{tg}). \end{aligned}$$

Ovi koeficijenti se određuju, kao što je pomenuto, tako da suma kvadrata odstupanja tačaka terena i ravni u pravcu Z ose, tj. izraz

$$E[(Z - \bar{z}) - b_{zx,y}(X - \bar{x}) - b_{zy,x}(Y - \bar{y})]^2 \quad (5)$$

dostigne svoj minimum. Da bi to postigli, treba parcijalni izvodi izraza (5) po promenljivima $b_{zx,y}$ i $b_{zy,x}$ da budu jednakim nulama

$$\frac{\partial E}{\partial b_{zx,y}} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial b_{zy,x}} = 0.$$

Parcijalni izvodi daju normalne jednačine

$$\begin{aligned} -2E[(Z - \bar{z}) + b_{zx,y}(X - \bar{x}) - b_{zy,x}(Y - \bar{y})(X - \bar{x})] &= 0 \\ -2E[(Z - \bar{z}) - b_{zx,y}(X - \bar{x}) - b_{zy,x}(Y - \bar{y})(Y - \bar{y})] &= 0. \end{aligned}$$

Rešenja ovih jednačina su

$$b_{zx,y} = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \frac{r_{xx} - r_{xy} r_{yx}}{1 - r_{xy}^2}; \quad b_{zy,x} = \frac{z}{y} \frac{r_{zy} - r_{zx} r_{yx}}{1 - r_{xy}^2}, \quad (6)$$

gde su σ_x , σ_y i σ_z — standardne devijacije promenljivih X , Y i Z ,

r_{xy} , r_{xz} i r_{yz} — koeficijenti odgovarajućih promenljivih*.

Od jednačina (6) mogu se dobiti izrazi za padove I_x i I_y ravni određene metodom diferencijalnih momenata. U ove jednačine treba staviti $r_{xy} = 0$, pošto su kod pravilne detaljne mreže uglovi između linija 90° .

Regresiona ravan ima ove osobine (sl. 4.):

1. Najbolje aproksimira teren i njeni koeficijenti I_x i I_y predstavljaju generalne padove terena u izabranom koordinatnom sistemu XOY .
2. Sume pozitivnih i negativnih popravki visina su jednake. Izraz za popravke je

$$\Delta z = z_n - z_t,$$

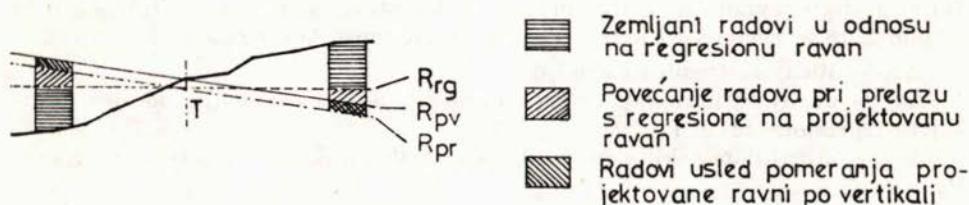
gde su z_n — kote nivelete,
 z_t — kote terena.

Iz uslova minimuma $[\Delta z \cdot \Delta z] = \min$, sledi da je

$$[\Delta z] = 0.$$

* Uzeto je $r_{xx} = r_{yy} = r_{zz} = 1$ i $r_{xy} = r_{yx}$; $r_{xz} = r_{zx}$... [11]

- Zapremine skidanja i nasipanja nisu međusobno jednake. Razlika potiče od nejednakosti površina sa znakom + i —, koje se dobijaju presekom terena i ravni. Ovaj uslov jednakosti nije ni postavljen pri određivanju položaja ravni, jer nije potreban, kao što će se kasnije pokazati.
- Položaj regresione ravni, pošto najbolje aproksimira teren, daje mogućnost da se najrealnije oceni ispresecanost terena, ili, za potrebe ravnjanja — povoljnost nekog terena za razne tehnike navodnjavanja.



Sl. 4. Zemljani radovi u odnosu na razne položaje projektovane ravni

Položaj regresione ravni je određen njenim padovima I_x i I_y . Kad se toleranca pada u pravcu X ose označi sa ΔI_{xp} , tada je granična vrednost padova u pravcu X ose

$$I_{xp} \min = I_{xp} - \Delta I_{xp}, \quad I_{xp} \max = I_{xp} + \Delta I_{xp}.$$

Ako se pad regresione ravni nalazi u granicama padova projektovane ravni, tj. ako je

$$I_{xp} \min < I_x < I_{xp} \max,$$

projektovana ravan uzima pad

$$I_{xp} = I_x,$$

a ako je izvan granica, usvaja se bliži granični pad. To znači, ako je $I_x < I_{xp} \min$, usvaja se

$$I_{xp} = I_{xp} \min,$$

a u slučaju $I_x > I_{xp} \max$, usvaja se

$$I_{xp} = I_{xp} \max.$$

Slično je i za pad u pravcu Y ose. Usvojeni granični padovi označiće se I_{yg} i I_{yrg} .

Osobine projektovane ravni su:

1. Zapremine skidanja i nasipanja nisu u ravnoteži u odnosu na položaj regresione ravni,
2. ako se ravan izdiže ili spušta paralelno sebi, menja se odnos između zapremina skidanja i nasipanja.

Zapremine skidanja i nasipanja određene položajem projektovane ravni nisu u ravnoteži iz više razloga:

- zbog rastresanja skinut zemlje: uvodi se koeficijent $k = 1,10 - 1,20$, зависно od vrste zemlje,
- položaj regresione ravni već daje neravnotežu zemljanih radova i često je potrebno vršiti dopunske zemljane radove.

Da bi postigli ravnotežu zemljanih radova, koristi se osobina projektovane ravni pod 2, te se ravan vertikalno pomera za vrednost Δz_1 . Neka bude

Δz_k — uticaj rastresitosti zemlje,

Δz_v — uticaj od neravnoteže zapremina skidanja i nasipanja, dobijen položajem regresione ravni i

Δz_d — uticaj dopunskih zemljanih radova V_d na površini jedinice ravnjanja P.

Tada je

$$\Delta z_1 = \Delta z_k + \Delta z_v + \Delta z_d,$$

gde su

$$\Delta z_k = \frac{V_s (k - 1)}{P}, \quad \Delta z_v = \frac{V_s - V_N}{P}, \quad \Delta z_d = \frac{V_d}{P}.$$

Ova ravan, dobijena vertikalnim pomeranjem, označiće se s R_{pv} . Njena jednacina, obzirom na usvojene padove i da ne prolazi kroz težiste, a na osnovu (4), glasi

$$Z = I_{xp}(X - \bar{x}) + I_{yp}(Y - \bar{y}) + \bar{z} + \Delta z_1 \quad (7)$$

3.2. Podela parcele na jedinice ravnjanja

Obim zemljanih radova na parceli zavisi od izraženosti zemljišnih oblika i glavnih nagiba terena. Da bi smanjili radove, parcela se deli na više delova — jedinica ravnjanja, pa se ravnjanje vrši posebno za svaku jedinicu. Zbog toga je potrebno odrediti kriterijum za deljenje parcele.

Parcela se deli u pravcu navodnjavanja te treba razmotriti pad upravan na ovaj pravac, tj. I_x . Neka razlika padova projektovane ravni i generalnog pada terena bude δ ; pošto se radi o malim uglovima, može se napisati

$$\delta = I_{xp} - I_x.$$

Taj ugao se koristi za postavljanje traženog kriterija. Najmanja dozvoljena širina jedinice ravnjanja označiće se d_{min} i neka ona iznosi ceo broj dužina strane kvadrata

$$d_{min} = e \cdot l,$$

gde je: $e = 1, 2, 3, \dots$

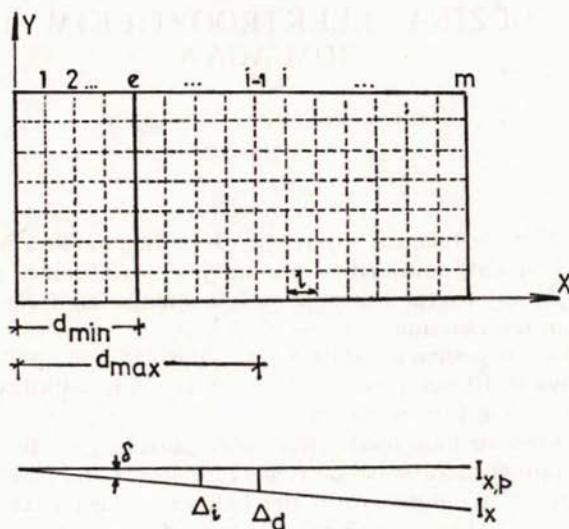
l = dužina strane kvadrata

Potrebno je računati veličinu

$$\Delta_i = \delta \cdot l \cdot i \quad (i = e+1, e+2, \dots, m),$$

pa ukoliko se dobije da je za neko i vrednost Δ_i veće od usvojene vrednosti Δ_d , uzima se prethodna vrednost, pa je

$$d = (i - 1) \cdot l.$$



Sl. 5. Delenje parcele na jedinice ravnjanja

(Nastaviti će se)