

IZJEDNAČENJE NIVELMANSKE I POLIGONOMETRIJSKE MREŽE POSTUPNIM PRIBLIŽAVANJEM

(kraj)

Boris FILATOV — Zagreb

IZJEDNAČENJE POLIGONOMETRIJSKE MREŽE⁶

Kao što smo već rekli, poligonometrijska mreža izjednačuje se približnim načinom: Najprije se izjednače sume poligonskih kuteva, koji su izmjereni u pojedinim vlakovima mreže. Zatim se u svakom vlakvu s popravljenim poligon-
skim kutevima određuju smjerni kutevi, a onda pomoću njih i izmjerenih dužina stranica računaju se ordinate i apcise razlike te njihove sume. Poslije toga izjednačuju se posebno sume ordinatnih i posebno sume apcispnih razlika.

Izjednačimo, na primjer, poligonometrijsku mrežu, koja je prikazana na sl. 3. Ova mreža s numeričkim podacima uzeta je iz knjige prof. M. Jankovića [7]. U toj knjizi mreža je također izjednačena približno, ali sume kuteva i suma ordinatnih i apcispnih razlika izjednačene su načinom korelata. Prema tome postoji mogućnost uspoređivanja rezultata dobivenih jednim i drugim načinom.

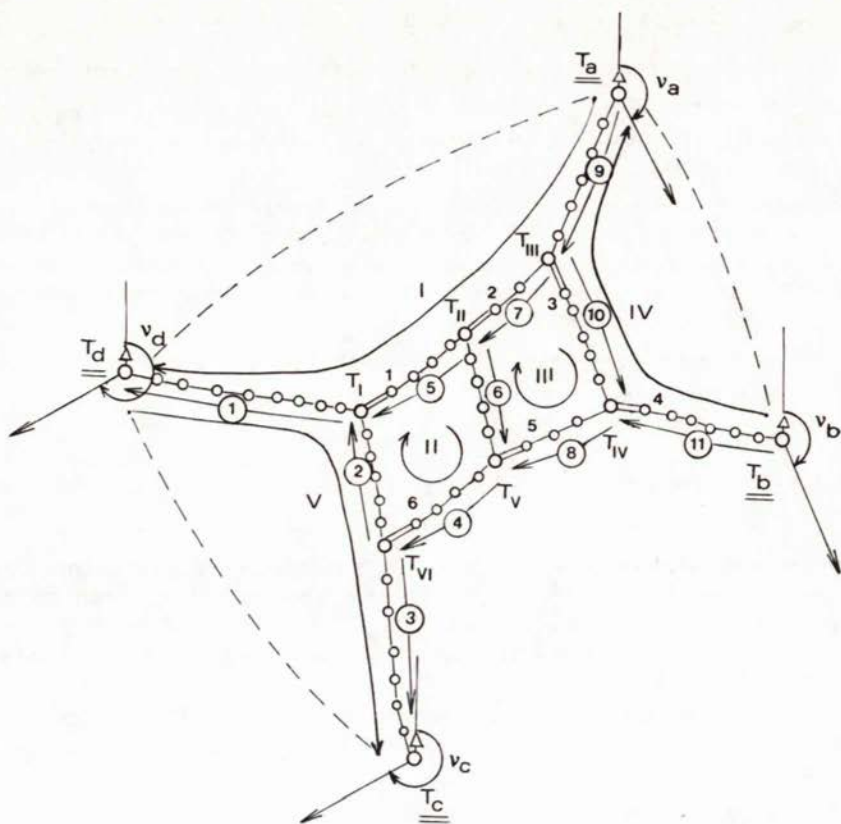
Prikazana mreža je priključena na četiri trigonometrijske točke T_a, T_b, T_c i T_d , koordinate kojih su zadane. U ovim točkama zadani su i smjerni kutovi ν_a, ν_b, ν_c i ν_d priključnih trigonometrijskih strana.

U mreži ima 11 vlakova i 6 čvornih točaka $T_I, T_{II}, \dots, T_{VI}$. Prema tome u izjednačenje treba uzeti $r = 11 - 6 = 5$ nezavisnih poligona i to 2 zatvorena poligona i $4 - 1 = 3$ umetnuta poligona. Od umetnutih poligona uzimaju se oni koji su kraći. Na sl. 3. odabrani poligoni numeriraju se od I — VI onim redom kojim će se izjednačivati. (Za I poligon uzet je onaj koji ima najviše zajedničkih vlakova sa ostalim poligonima). Svi poligoni obilaze se u smjeru kazala na satu. Smjer obilaska poligona kao i obično je označen na slici strelicom uz broj poligona.

Vlakovi se numeriraju od 1 — 11, a njihov smjer računanja (u trig. form. br. 19) označuju na slici strelicom. Smjer računanja vlakova uzima se isti kao i poligona, pri čemu se počelo od I poligona, a onda nastavilo redom do VI poligona.

U čvornim točkama odaberu se i označe dvostrukom crtom zajedničke stranice $T_I-1, T_{II}-2, \dots, T_{VI}-6$. Ove zajedničke stranice zajedno s priključnim trigonometrijskim stranama ili su početne ili završne stranice vlakova.

⁶ Valja napomenuti, da u današnje vrijeme s pojavom malih elektromagnetskih daljinomjera na kraće udaljenosti primjena poligonometrijskih mreža je u praksi znatno porasla, a s time i potreba njihovog izjednačenja.



Slika 3

N. pr. u 1. vlaku 1— T_I je početna, a priključna trigonometrijska strana u točki T_d je završna stranica; u 2. vlaku 6— T_{VI} je početna, a T_I —1 je završna stranica itd.

IZJEDNAČENJE SUMA KUTEVA

Numerički podaci:

v_i	$[\beta']$	n	$p=1/n$	v_i	$[\beta']$	n	$p=1/n$	v_i	$[\beta']$	n	$p=1/n$		
$v_a = 157^\circ 54' 03''$	1	1801	$06' 08''$	10	0,10	5	$897^\circ 10' 12''$	5	0,20	9	$1077^\circ 48' 19''$	7	0,14
$v_b = 158^\circ 36' 46''$	2	1441	$29' 44''$	7	0,14	6	$895^\circ 10' 51''$	6	0,17	10	$1039^\circ 19' 50''$	6	0,17
$v_c = 238^\circ 09' 49''$	3	1442	$28' 04''$	8	0,13	7	$444^\circ 17' 59''$	3	0,33	11	$1216^\circ 26' 03''$	7	0,14
$v_d = 238^\circ 17' 57''$	4	900	$28' 29''$	5	0,20	8	$660^\circ 09' 51''$	4	0,25				

gdje je $[\beta']$ suma izmjerenih lijevih (prema smjeru računanja vlaka) poligon-skih kuteva pomoću kojih se smjerni kut početne stranice vlaka prenosi na završnu stranicu tog vlaka, a »n« je broj tih prenosnih kuteva.

Računanje je prikazano u tablici br. 4.

U 1., 3. i 2. stupcu upisuju se brojevi poligona, vlakova i graničnih poligona.

U 4. i 5. stupcu se najprije upisuje za svaki vlak poligona suma prenosnih kuteva $[\beta]'$ i njihov broj »n« te suma tih kuteva u poligonu [n], a zatim se računaju nesuglasice f_β poligona.

Ako je smjer računanja vlaka suprotan od smjera obilaska poligona, onda se upisuje dopuna $[\beta]'$ do n. 360° . Npr. u II poligonu za 5. vlak, kojega je smjer računanja suprotan od smjera obilaska poligona upisano je $5.360^\circ - 897^\circ 10' 02'' = 902^\circ 49' 58''$. Da bi se takvi vlakovi mogli uočiti stavi se u 3. stupcu kod njihovog broja indeks »d« (dopuna),

Nesuglasice f_β poligona računaju se po formulama:

Za zatvoreni poligon

$$f_\beta = \Sigma [\beta]' - (i + 2) \cdot 180^\circ$$

Za umetnuti poligon

$$f_\beta = (v_{\text{počet.}} + \Sigma [\beta]') - (v_{\text{završ.}} + i \cdot 180^\circ)$$

gdje je »i« broj točaka u poligonu. Broj »i« je manji od sume prenosnih kuteva u poligonu [n] za broj »zajedničkih« stranica koje se nalaze izvan poligona. Npr. u I poligonu imamo jednu zajedničku stranicu $T_{III} - 3$ izvan poligona i prema tome $i = 25 - 1 = 24$, a u II poligonu dvije takve stranice $T_{II} - 2$ i $T_V - 5$, dakle $i = 23 - 2 = 21$ itd.

Valja još napomenuti, da su se sjerni kutevi priključnih trigonometrijskih strana v_a, v_b, \dots promijenjeni za $\pm 180^\circ$ označili u 3. stupcu s v^a, v^b, \dots dakle s indeksom gore.

Nesuglasicu f_β izražava se u sekundama.

Težinu sume prenosnih kuteva $[\beta]'$ u vlaku određuje se recipročno njihovom broju »n«.

Za stupce od 6 — 9 nije potrebno nikakvo posebno tumačenje, samo se napominje da su se u 7. stupcu popravci određivali u sekundama.⁷⁾

U 10. stupcu upisane su izjednačene vrijednosti smjernih kuteva zajedničkih strana i njihove približne težine i srednje pogreške.

Određivanje recipročne težine i srednje pogreške izjednačene sume kutova $[\beta]'$ po 6. vlaku

U tablici br. 5. odredili smo popravak težine po 6. vlaku $q_6 = -3$.

Prema tome recipročna težina izjednačene $[\beta]'_6$ će biti:

$$1/P_6 = 1/p_6 + q_6 = n_6 + q_6 = 6 - 3 = 3$$

Srednja pogreška:

$$M_{[\beta]'_6} = m_0 \sqrt{1/p_6} = 12'' \sqrt{3} = \pm 21''$$

⁷⁾ Za sporedne poligonske mreže može se nesuglasica f_β i popravci v određivati, izraziti u desetinkama minute. Međutim popravci pojedinih poligonskih kuteva u vlakovima određuju se izraženo u sekundama.

Ovrštena poligonometrijska mreža (Sl.3)

Izjednačenje suma kuteva odredjenih po vlakovima mreže.

Tablica br.4

Poligon	(*) Granični poligon	Vlak	Dobivene sume kuteva $[\beta]'$		Bros] prenosnih kuteva n	n [n] = K	Odredjivanje popravaka v u sekundama približavanjem												Izjednane sume kuteva	v^2/n pvv	Izjednač. smjer. kutovi u čvor-nim točkama i njihove približne sr. pogreške												
			Nesuglasica				1		2		3		4		5		6					$[v] = [v]'$ + v											
			o	f			f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f															
			o	f			f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'	f'															
1	2	3	4	5	6	7												8	9	10													
I	y ^a	337	54	03	10	0,40	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	-86	337	54	03	$v_{I'} = 57^{\circ}11'22''$ $v_{II'} = 60^{\circ}01'15''$ $v_{III'} = 155^{\circ}42'59''$ $v_{IV} = 115^{\circ}02'47''$ $v_{V'} = 55^{\circ}12'36''$										
		-V	1	1801			06	08	0	+35	+35	+20	+8	+28	+24	+3	+27	+25	+2	+27	+26	+1		+27	+26	+1	+27	1801	06	35			
		-II	5	897			10	02	5	0,20	0	+17	+17	+1	+4	+5	+3	+2	+5	+4	+1	+5		+5	0	+5	+5	0	+5	897	10	07	
		-III	7	444			17	59	3	0,12	0	+10	+10	+13	+3	+16	+16	+1	+17	+16	+1	+17		+17	0	+17	+17	0	+17	444	18	16	
		-IV	9	1077			48	19	7	0,28	0	+24	+24	+31	+6	+37	+35	+2	+37	+36	+1	+37		+36	+1	+37	+37	0	+37	1077	48	56	
		4558	16	31	25	1,00	-86	+86	0	-21	+21	0	-8	+8	0	-5	+5	0	-2	+2	0	-1	+1	0	4558	17	57						
24.180°+	v _d	4558	17	57																													
		f = - 86																															
II	-V	2	1441	29	44	7	0,30	0	+23	+23	+12	+2	+14	+11	+1	+12	+11	+1	+12	+11	+1	+12	+12	0	+12	1441	29	56	21 $v_{VI} = 55^{\circ}41'26''$ $[P]_I = 0,44$ $[P]_{II} = 0,70$ $[P]_{III} = 0,64$ $[P]_{IV} = 0,56$ $[P]_V = 0,62$ $[P]_{VI} = 0,47$				
		4	900	28	29	5	0,22	0	+16	+16	+16	+2	+18	+18	+1	+19	+19	+1	+20	+20	+1	+21	+21	0	+21	900	28	50					
		-I	5 _d	902	49	58	5	0,22	-17	+16	-1	-5	+2	-3	-5	+1	-4	-5	0	-5	-5	0	-5	-5	0	-5	902	49		53			
		-III	6	895	10	51	6	0,26	0	+20	+20	+27	+2	+29	+30	+1	+31	+30	+1	+31	+30	+0	+30	+30	0	+30	895	11		21			
				4139	59	02	23	1,00	-75	+75	0	-8	+8	0	-4	+4	0	-3	+3	0	-2	+2	0	0	0	0	4140	00		00			
		(21+2) · 180°		4140	00	00																											
		f = - 58																															
III	-II	6 _d	1264	49	09	6	0,315	-20	-7	-27	-29	-1	-30	-31	+1	-30	-31	+1	-30	-30	0	-30	-30	0	-30	1264	48	39	1 $P'_I = 0,34$ $P'_{II} = 0,39$ $P'_{III} = 0,43$ $P'_{IV} = 0,41$ $P'_{V} = 0,38$ $P'_{VI} = 0,36$				
		-I	7 _a	635	42	01	3	0,16	-10	-3	-13	-16	0	-16	-17	+1	-16	-17	0	-17	-17	0	-17	-17	0	-17	635	41		44			
		8	660	09	51	4	0,21	0	-4	-4	-4	0	-4	-4	+1	-3	-3	+1	-2	-2	0	-2	-2	0	-2	660	09	49					
		-IV	10	1039	19	50	6	0,315	0	-7	-7	-1	0	-1	-3	+1	-2	-3	+1	-2	-2	0	-2	-2	0	-2	1039	19		48			
				3600	00	51	19	1,00	+21	-21	0	+1	-1	0	-4	+4	0	-3	+3	0	0	0	0	0	0	0	0	3600		00	00		
(18+2) · 180°		3600	00	00																													
		f = + 51																															
IV	y ^b	338	36	46	7	0,35	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	+37	338	36	46	1 $M'_I = \pm 21''$ $M'_{II} = \pm 19''$ $M'_{III} = \pm 18''$ $M'_{IV} = \pm 19''$ $M'_V = \pm 19''$ $M'_{VI} = \pm 20''$				
		-I	9 _d	1442			11	41	-24	-7	-31	-37	+2	-35	-37	+1	-36	-37	+1	-36	-37	0	-37	-37	0	-37	-37	0		-37	1442	11	04
		-III	10 _d	1120			40	10	6	0,30	+7	-6	+1	+1	+2	+3	+2	+1	+3	+2	0	+2	+2	0	+2	+2	0	+2		1120	40	12	
		11	1216	26			03	7	0,35	0	-7	-7	-7	+2	-5	-5	+1	-4	-4	+1	-3	-3	+1	-2	-2	0	-2	1216		26	01		
				4117			54	40	20	1,00	+20	-20	0	-6	+6	0	-3	+3	0	-2	+2	0	-1	+1	0	0	0	0		4117	54	03	
		20 · 180°+	v _a	4117			54	03																									
		f = + 37																															
23 · 180°+	y ^d	58	17	57	25	1,00	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	58	17	57	$m_0 = \pm \sqrt{\frac{677}{5}} = \pm 12''$				
		-I	1 _d	1798			53	52	-35	+15	-20	-28	+4	-24	-27	+2	-25	-27	+1	-26	-27	+1	-26	-27	0	-27	1798	53		25			
		-II	2 _d	1078			30	16	7	0,28	-23	+11	-12	-14	+3	-11	-12	+1	-11	-12	+1	-11	-12	0	-12	-12	0	-12		1078	30	04	
		-III	3	1442			28	04	8	0,32	0	+12	+12	+12	+3	+15	+15	+1	+16	+16	+1	+17	+17	+1	+18	+18	+1	+19		1442	28	23	
				4378			10	09	25	1,00	-38	+38	0	-10	+10	0	-4	+4	0	-3	+3	0	-2	+2	0	-1	+1	0		4378	09	49	
		23 · 180°+	v _c	4378			09	49																									
		f = + 20																															

(*) Minus kada je smjer obilaska vlakova u graničnom poligonu suprotan i plus - kada je isti.

Izjednačenje suma koordinatnih razlika

Numerički podaci:

	Vl.	$[\Delta y]'$	$[\Delta x]'$	d	$p=s/d$
$y_a = 74\,766,88$ m	1	— 1 416,52 m	+ 473,23 m	1,6 km	0,63
$y_b = 75\,575,25$	2	— 232,58	+ 813,98	0,9	1,11
$y_c = 73\,131,11$	3	— 85,00	— 1 543,10	1,6	0,63
$y_d = 71\,566,88$	4	— 746,86	— 442,71	0,9	1,11
	5	— 787,44	— 521,04	0,9	1,11
$x_a = 71\,490,57$ m	6	+ 191,98	— 892,34	0,9	1,11
$x_b = 69\,536,58$	7	— 639,56	— 400,72	0,7	1,43
$x_c = 67\,586,02$	8	— 573,08	— 233,54	0,6	1,67
$x_d = 70\,416,10$	9	— 356,32	— 625,90	0,7	1,43
	10	— 125,30	— 1 059,30	1,1	0,91
	11	— 1 039,23	+ 268,69	1,1	0,91

gdje su sume koordinatnih razlika $[\Delta y]'$ i $[\Delta x]'$ uzete u smjeru računanja vlakova.

Izjednačenje suma koordinatnih razlika ni u čemu se ne razlikuje od izjednačenja visinskih razlika u nivelmanskoj mreži. Valja samo umjesto visina zadanih repera uzeti koordinate zadanih trigonometrijskih točaka, a umjesto visinskih razlika — sume koordinatnih razlika.

Negativne sume koordinatnih razlika uzimaju se izražene u dekadskoj dopuni ili u apsolutnoj vrijednosti s predznakom minus.

Određivanje popravaka težine q_6 po vlaku 6

Ako je smjer računanja vlaka suprotan od smjera obilaska poligona onda se sume koordinatnih razlika uzimaju sa suprotnim predznakom. Brojevi takvih vlakova označuju se s indeksom »s« (suprotan).

Nesuglasice f u poligonima izražavaju se u centrimetrima. Težine sume koordinatnih razlika određuju se recipročno dužini vlaka d_{km} . Međutim za težinu može se uzeti recipročnu vrijednost kvadrata dopuštene linearne pogreške Δ_l^2 [11]⁸⁾ u vlaku.

Izjednačenje suma *ordinatnih* razlika prikazano je u tablici br. 6.

Ovdje su se popravci za sume *ordinatnih* razlika odredili u 7. stupcu izražene u milimetrima, i zaokruženi na centrimetre.

Napominjemo da suma popravaka zaokruženih na cm. u II i III poligonu nije jednaka nesuglasici f tog poligona. Zato je u II poligonu popravak od +1cm dobiven po 4. vlaku promijenjen u +2cm, a u III poligonu dobiveni popravak po 8. vlaku od +3cm promijenjen je u +2cm.

Ako će se nesuglasice f uvesti u izjednačenje (u 7. stupac) izražene u cm, tj. onakve kakve su dobivene (a ne u mm) onda će za određivanje popravaka v u cm biti potrebno *tri* približavanja. Radi uspoređivanja navode se vrijednosti

⁸⁾ Ako [11] nije pri ruci onda se Δl može lako izračunati po formulama:

$$\begin{aligned} \text{I kat terena } \Delta l_{cm} &= 11 \sqrt{d_{km}} + 20d_{km} + 5 \\ \text{II kat terena } \Delta l_{cm} &= 14 \sqrt{d_{km}} + 30d_{km} + 5 \\ \text{III kat terena } \Delta l_{cm} &= 19 \sqrt{d_{km}} + 40d_{km} + 5 \end{aligned}$$

Mjerenje povećane točnosti:

$$\Delta l_{cm} = 3 \sqrt{d_{km}} + 12d_{km} + 3$$

Pol. 9.	gram. Pol. 9.	Vlak	(x) 1/p=n prenosn. vlaka	1/p =n	K	Približavanje					
						1		2			
1	2	3	4	5	6	7					
I						0		0	0		0
	—V	1	.	10	0,40	0	0	0	+1	-1	0
	—II	5	.	5	0,20	0	0	0	+1	0	+1
	—III	7	.	3	0,12	0	0	0	-1	0	-1
	—IV	9	.	7	0,28	0	0	0	0	0	0
		W = 0		25	1,00	0	0	0	+1	-1	0
II						+6		+6	+6		+6
	—V	2	.	7	0,30	0	-2	-2	-2	0	-2
	.	4	.	5	0,22	0	-1	-1	-1	+1	0
	—I	5	.	5	0,22	0	-1	-1	-1	0	-1
	—III	6	+6	6	0,26	0	-2	-2	-3	0	-3
		W = +6		23	1,00	+6	-6	0	-1	+1	0
III						-6		-6	-6		-6
	—II	6	-6	6	0,315	+2	+1	+3	+3	0	+3
	—I	7	.	3	0,16	0	+1	+1	+1	0	+1
	.	8	.	4	0,21	0	+1	+1	+1	0	+1
	—IV	10	.	6	0,315	0	+1	+1	+1	0	+1
		W = -6		19	1,00	-4	+4	0	0	0	0
IV						0		0	0		0
	—I	9	.	7	0,35	0	0	0	0	0	0
	—III	10	.	6	0,30	-1	0	-1	-1	0	-1
	.	11	.	7	0,35	0	+1	+1	+1	0	+1
		W = 0		20	1,00	-1	+1	0	0	0	0
V						0		0	0		0
	—I	1	.	10	0,40	0	-1	-1	0	0	0
	—II	2	.	7	0,28	+2	0	+2	+2	0	+2
	.	3	.	8	0,32	0	-1	-1	-1	-1	-2
		W = 0			1,00	+2	-2	0	0	-1	0

(x) Plus kada se smjer puta prenašanja podudara sa smjerom obilaska poligona i minus — kada je suprotan.

popravaka dobivenih izjednačenjem u centrimetrima: $v_1 = -7$, $v_2 = -1$, $v_3 = 5$, $v_4 = +1$, $v_5 = -4$, $v_6 = -2$, $v_7 = -5$, $v_8 = +3$, $v_9 = 0$, $v_{10} = +10$, $v_{11} = -6$

U tablici br. 7 izjednačene su sume apscisnih razlika. Ovdje su se popravci za sume apscisnih razlika izjednačili u 7. stupcu izražene u centrimetrima. Pri

Uvrštena poligonometrijska mreža (Slika 3)

Izjednačenje suma ordinatnih razlika određenih po vlakovima mreže.

Tablica br.6

Poligon	(*) Granični poligon	Vlak	Dobivene sume ordinatnih razlika [y'] Nesuglasica f _{cm}	Dužina vlaka u km	Kategorija terena Δ _h	Rv. dobiveno u porazima Δ ₂ = K	Određivanje popravaka v u mm približavanjem															Zaokružen v cm	hačme c. raz- l. f = +tv	v ² d ili v ² Δ ₂ = pvv	Izjednačene ordinate čvornih točaka i njihove približne srednje pogreške										
							1					2					3									4					5				
							f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f					f	f	f	f	f	f	f	f	f	f
I		y _a	74 766,88				+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	56,88											
	-V	1	x 8 583,48 1,6	0,41	0	-66	-66	-89	+9	-80	-90	+8	-82	-85	+1	-84	-85	+1	-84	-88	+8	-83	-40	40,1	y _I	=72983,48									
	-II	5	x 212,56 0,9	0,23	0	-37	-37	-33	+5	-28	-44	+4	-40	-40	+1	-39	-39	0	-39	-4	0	-39	-4	12,52	17,8	y _{II}	=73770,56								
	-III	7	x 360,44 0,7	0,18	0	-29	-29	-64	+4	-60	-54	+3	-51	-51	+1	-50	-50	0	-50	-5	0	-50	-5	50,39	35,7	y _{III}	=74410,97								
	-IV	9	x 643,68 0,7	0,18	0	-28	-28	+4	+4	+8	+10	+3	+13	+12	+1	+13	+13	0	+13	+13	0	+13	+1	13,69	1,4	y _{IV}	=74535,97								
			71 567,04 3,9	1,00	+160	-160	0	-22	+22	0	-18	+18	0	-4	+4	0	-1	+1	0	0	0	0	0	56,88		X _V	=73962,91								
		y _d	71 566,88																						y _{VI}	=73216,07									
			f = + 16																																
II							-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20			[P] _I	= 2,85								
	-V	2	x 767,42 0,9	0,25	0	-4	-4	-17	+16	-1	-6	0	-6	-8	+1	-7	-7	0	-7	-1	0	-7	-1	57,41	1,1	[P] _{II}	= 3,65								
		4	x 253,14 0,9	0,25	0	-5	-5	-5	+16	+11	+11	+1	+12	+12	+1	+13	+13	+1	+14	+2	0	+14	+2	53,16	4,4	[P] _{III}	= 3,77								
	-I	5 _s	787,44 0,9	0,25	+37	-4	+33	+28	+16	+44	+40	0	+40	+39	0	+39	+39	0	+39	+4	0	+39	+4	87,68		[P] _{IV}	= 3,49								
	-III	6	191,98 0,9	0,25	0	-4	-4	-50	+16	-34	-26	0	-26	-26	+1	-25	-26	0	-26	-3	0	-26	-3	91,95	10,0	[P] _V	= 3,89								
			x 999,98 3,6	1,00	+17	-17	0	-64	+64	0	-1	+1	0	-3	+3	0	-1	+1	0	0	0	0	0	0,00		[P] _{VI}	= 2,85								
			f = - 2																																
III							-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200												
	-II	6 _s	x 808,02 0,9	0,275	+4	+46	+50	+34	-8	+26	+26	0	+26	+25	+1	+26	+26	0	+26	+3	0	+26	+3	38,05		P' _I	= 2,06								
	-I	7 _s	639,56 0,7	0,21	+29	+35	+64	+60	-6	+54	+51	0	+51	+50	0	+50	+50	0	+50	+5	0	+50	+5	39,61		P' _{II}	= 2,36								
		8	x 426,92 0,6	0,18	0	+30	+30	+30	-6	+24	+24	0	+24	+24	+1	+25	+25	+1	+26	+2	0	+26	+2	26,94	677	P' _{III}	= 2,97								
	-IV	10	125,30 1,1	0,335	0	+56	+56	+160	-10	+96	+98	+1	+99	+98	+1	+99	+98	0	+98	+10	0	+98	+10	25,40	90,0	P' _{IV}	= 2,55								
			x 999,80 3,3	1,00	-167	+167	0	+30	-30	0	-1	+1	0	-3	+3	0	-1	+1	0	0	0	0	0	0,00		P' _V	= 2,32								
			f = - 20																						P' _{VI}	= 2,10									
IV		y _b	75 575,25				+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160	+160												
	-I	9 _s	356,32 0,7	0,24	+28	-32	-4	-8	-2	-10	-13	+1	-12	-13	0	-13	-13	0	-13	-1	0	-13	-1	56,31		M' _I	= ± 4,8cm								
	-III	10 _s	x 874,70 1,1	0,38	-56	-50	-106	-96	-2	-98	-99	+1	-98	-99	+1	-98	-98	0	-98	-10	0	-98	-10	74,60		M' _{II}	= ± 4,5								
		11	x 8 960,77 1,1	0,38	0	-50	-50	-50	-2	-52	-52	+2	-50	-50	+1	-49	-49	0	-49	-5	0	-49	-5	50,72	22,7	M' _{III}	= ± 4,0								
			74 767,04 2,9	1,00	+132	-132	0	+6	-6	0	-4	+4	0	-2	+2	0	0	0	0	0	0	0	0	56,88		M' _{IV}	= ± 4,3								
		y _a	74 766,88																						M' _V	= ± 4,5									
			f = + 16																						M' _{VI}	= ± 4,8									
V		y _d	71 566,88				-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130	-130												
	-I	1 _s	1 416,52 1,6	0,39	+66	+23	+89	+80	+10	+90	+82	+3	+85	+84	+1	+85	+84	0	+84	+8	0	+84	+8	16,60		M' _I	= ± 4,8								
	-II	2 _s	232,58 0,9	0,22	+4	+13	+17	+1	+5	+6	+6	+2	+8	+7	0	+7	+7	0	+7	+1	0	+7	+1	32,59		M' _{II}	= ± 4,8								
		3	x15,00 1,6	0,39	0	+24	+24	+24	+10	+34	+34	+3	+37	+37	+1	+38	+38	+1	+39	+4	0	+39	+4	15,04	10,0										
			73 130,98 4,1	1,00	-60	+60	0	-25	+25	0	-8	+8	0	-2	+2	0	-1	+1	0	0	0	0	0	31,11	240,8										
		y _c	73 131,11																																
			f = - 13																							m _o _y = ±√2 ± 6,9 cm/cm									

(*) Minus kada je smjer obilaska vlaka u graničnom poligonu suprotan i plus - kada je isti.

Poligon	(*) Granični poligon	Vlak	Dobivene sume apscisne razlike [x'] Nesuglasica f _{cm}	Dužina vlaka d km	d [d] = K	Određivanje popravaka v u cm približavanjem									Izjednačenje sume apscisnih razlika [Δx'] + v m	v ² / d = pvv	Izjednačenje apscise čvornih točaka i njihove približne srednje pogreške
						1			2			3					
						f/v _{gr}	-f'/k	f/v	f/v _{gr}	-f'/k	f/v	f/v _{gr}	-f'/k	f/v			
f'	-f'	0	f'	-f'	0	f'	-f'	0									
1	2	3	4	5	6	7									8	9	10
I	x _a		71 490,57			+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	71 490,57					
-V	1		+ 473,23	1,6	0,41	0	- 1	- 1	-10	+ 1	- 9	- 9	0	- 9	+ 473,14	50,6 x _I = 69942,96	
-II	5		- 521,04	0,9	0,23	0	- 1	- 1	- 1	+ 1	0	0	0	0	- 521,04	0,0 x _{II} = 70464,00	
-III	7		- 400,72	0,7	0,18	0	- 1	- 1	+ 4	+ 1	+ 5	+ 5	0	+ 5	- 400,67	35,7 x _{III} = 70864,67	
-IV	9		- 625,90	0,7	0,18	0	- 1	- 1	- 1	+ 1	0	0	0	0	- 625,00	0,0 x _{IV} = 69805,30	
			70 416,14	3,9	1,00	+ 4	- 4	0	- 4	+ 4	0	0	- 0	0	70 416,10	x _V = 69571,72	
	x _d		70 416,10													x _{VI} = 69129,02	
			f = + 4														
II						- 3	- 3	- 3	- 3	- 3	- 3						
-V	2		+ 813,98	0,9		0	+ 1	+ 1	- 4	0	- 4	- 4	0	- 4	+ 813,94	17,8 Iz tab.br.6	
	4		- 442,71	0,9		0	+ 1	+ 1	+ 1	0	+ 1	+ 1	0	+ 1	- 442,70	1,1 [P] _I ...[P] _{VI}	
-I	5 _s		+ 521,04	0,9		+ 1	0	+ 1	0	0	0	0	0	0	+ 521,04	40,0 P' _I ...P' _{VI}	
-III	6		- 892,34	0,9		0	0	0	+ 6	0	+ 6	+ 6	0	+ 6	- 892,28		
			- 0,03	3,6		- 2	+ 2	0	0	0	0	0	0	0	0,00		
			f = - 3														
III						+ 22	+ 22	+ 22	+ 22	+ 22	+ 22						
-II	6 _s		+ 892,34	0,9	0,275	0	- 6	- 6	- 6	0	- 6	- 6	0	- 6	+ 892,28	M' _x = 5,3cm	
-I	7 _s		+ 400,72	0,7	0,21	+ 1	- 5	- 4	- 5	0	- 5	- 5	0	- 5	+ 400,67	M' _{II} = 4,9	
	8		- 233,54	0,6	0,18	0	- 4	- 4	- 4	0	- 4	- 4	0	- 4	- 233,58	26,7	
-IV	10		- 1 059,30	1,1	0,335	0	- 8	- 8	- 8	+ 1	- 7	- 8	+ 1	- 7	- 1 059,37	44,6 M' _{III} = 4,4	
			+ 0,22	3,3	1,00	+ 23	- 23	0	- 1	+ 1	0	- 1	+ 1	0	0,00	M' _{IV} = 4,8	
			f = + 22														
IV	x _c		69 536,58			- 10	- 10	- 10	- 10	- 10	- 10						
-I	9 _s		+ 625,90	0,7	0,24	+ 1	0	+ 1	0	0	0	0	0	0	+ 625,90	M' _x = 5,0	
-III	10 _s		+ 1 059,30	1,1	0,38	+ 8	0	+ 8	+ 7	+ 1	+ 8	+ 7	0	+ 7	+ 1 059,37	M' _{VI} = 5,2	
	11		+ 268,69	1,1	0,38	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2	+ 2	+ 1	+ 3	+ 268,72	8,2	
			71 490,47	2,9	1,00	- 1	+ 1	0	- 2	+ 2	0	- 1	+ 1	0	71 490,57	M' _I = 7,2cm	
	x _a		71 490,57													M' _{II} = 6,7	
			f = - 10														
V	x _d		70 416,10			- 23	- 23	- 23	- 23	- 23	- 23						
-I	1 _s		- 473,23	1,6	0,39	+ 1	+ 9	+ 10	+ 9	0	+ 9	+ 9	0	+ 9	- 473,14	M' _{III} = 5,9	
-II	2 _s		- 813,98	0,9	0,22	- 1	+ 5	+ 4	+ 4	0	+ 4	+ 4	0	+ 4	- 813,94	M' _{IV} = 6,4	
	3		- 1 543,79	1,6	0,39	0	+ 9	+ 9	+ 9	+ 1	+ 10	+ 10	0	+ 10	- 1 543,00	M' _V = 6,7	
			67 585,79	4,1	1,00	- 23	+ 23	0	- 1	+ 1	0	0	0	0	67 586,02	62,5	
	x _c		67 586,02													287,2	
			f = - 23														
												$m_{c_x} = \pm \sqrt{\frac{287,2}{5}} = \pm 7,6 \text{ cm/km}$					

(*) Minus kada je smjer chilaska vlaka u graničnom poligonu suprotan i plus - kada je isti.

 tome s_x na dnu 10. stupca upisane približne srednje pogreške položaja čvornih točaka. Ove pogreške odredile su se po formuli

$$M'_N = \pm \sqrt{M'^2_{N_y} + M'^2_{N_x}}$$

gdje je N broj čvorne točke.

Poligon	Gran. Polig.	Vlak	(x) 1/p=d prensn. vlaka	1/p =d km	K	Približavanje					
						1		2			
1	2	3	4	5	6	7					
I						0,0		0,0	0,0		0,0
	—V	1	.	1,6	0,41	0,0	0,0	0,0	+0,1	-0,1	0,0
	—II	5	.	0,9	0,23	0,0	0,0	0,0	+0,2	0,0	+0,2
	—III	7	.	0,7	0,18	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,0	-0,1
	—IV	9	.	0,7	0,18	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,0	-0,1
			W= 0,0	3,9	1,00	0,0	0,0	0,0	+0,1	-0,1	0,0
II						+0,9		+0,9	+0,9		+0,9
	—V	2	.	0,9	0,25	0,0	-0,2	-0,2	-0,2	+0,1	-0,1
	.	4	.	0,9	0,25	0,0	-0,3	-0,3	-0,3	+0,1	-0,2
	—I	5	.	0,9	0,25	0,0	-0,2	-0,2	-0,2	0,0	-0,2
	—III	6	+0,9	0,9	0,25	0,0	-0,2	-0,2	-0,4	0,0	-0,4
			W= +0,9	3,6	1,00	+0,9	-0,9	0,0	-0,2	+0,2	0,0
III						-0,9		-0,9	-0,9		-0,9
	—II	6	-0,9	0,9	0,275	+0,2	+0,2	+0,4	+0,4	0,0	+0,4
	—I	7	.	0,7	0,21	0,0	+0,1	+0,1	+0,1	0,0	+0,1
	.	8	.	0,6	0,18	0,0	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,2
	—IV	10	.	1,1	0,335	0,0	+0,3	=0,3	+0,2	0,0	+0,2
			W=-0,9	3,3	1,00	-0,7	+0,7	0,0	-0,1	+0,1	0,0
IV						0,0		0,0	0,0		0,0
	—I	9	.	0,7	0,24	0,0	+0,1	+0,1	+0,1	0,0	+0,1
	—III	10	.	0,1	0,38	-0,3	+0,1	-0,2	-0,2	0,0	-0,2
	.	11	.	1,1	0,38	0,0	+0,1	+0,1	+0,1	0,0	+0,1
			W= 0,0	1,9	1,00	-0,3	+0,3	0,0	0,0	0,0	0,0
V						0,0		0,0	0,0		0,0
	—I	1	.	1,6	0,39	0,0	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,0
	—II	2	.	0,9	0,22	+0,2	0,0	+0,2	+0,1	0,0	+0,1
	.	3	.	1,6	0,39	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	-0,1
			W= 0,0	4,1	1,00	+0,2	-0,2	0,0	0,0	0,0	0,0

(x) Plus kada se smjer puta prenašanja podudara sa smjerom obilaska poligona i minus — kada je suprotan.

Određivanje recipročne težine i srednje pogreške izjednačenih suma koordinatnih razlika po 6. vlaku

U tablici br. 8 određen je popravak težine $q_6 = -0,4$ po 6. vlaku. Prema tome će recipročna težina izjednačenih $[\Delta y']_6$ i $[\Delta x']_6$ biti

$$1/P_6 = 1/p_6 + q_6 = d_6 + q_6 = 0,9 - 0,4 = 0,5$$

Srednja pogreška izjednačene $[\Delta y']_6$:

$$M_{[\Delta y']_6} = m_{0y} \sqrt{1/P_6} = 6,9 \sqrt{0,5} = \pm 4,9 \text{ cm}$$

Srednja pogreška izjednačene $[\Delta x']_6$:

$$M_{[\Delta x']_6} = m_{0x} \sqrt{1/P_6} = 7,6 \sqrt{0,5} = \pm 5,4 \text{ cm}$$

Ako se usporede rezultati izjednačenja poligonometrijske mreže dobivene ovdje, s onima koji su određeni u [7], onda ćemo vidjeti da se oni međusobno praktički ne razlikuju.

NAPOMENA:

Preporuča se, radi eventualnog smanjivanja broja približavanja uvesti u izjednačenje pored »r« nezavisnih poligona još i neke dopunske zavisne poligone, npr. za slobodne mreže — vanjski zatvoreni poligon, a za uvrštene mreže — prekobrojni umetnuti poligon.

L I T E R A T U R A

- [1] Anér, H.: *Ausgleichung durch Anwendung des arithmetischen Mittels*, Z. f. Vermessungswesen S. 65, Stuttgart, 1926.
- [2] Burmistrov, G. A.: *Osnovi sposoba naimenših kvadratov*, Moskva 1963.
- [3] Filatov, B.: *Izjednačenje nivelmanske mreže metodom postupnih približavanja*, Geodetski list, br. 5-8 str. 152 Zagreb, 1954.
- [4] Filatov, B.: *Izjednačenje nivelmanskih i poligonskih višestrukih čvornih točaka metodom postupnog približavanja*, Geodetski list, br. 1-2-3 str. 3, Zagreb 1958.
- [5] Filatov, B.: *Račun izjednačenja (Prvi dio) III izdanje*, Zagreb 1973.
- [6] Grossmann, .: *Grundzüge der Ausgleichsrechnung*, Berlin, 1961.
- [7] Janković, M.: *Inženjerska geodezija, Prvi dio*, Zagreb, 1968.
- [8] Kozlov, V. P.: *K voprosu o vičislenii približennih značenij vesov otmetok v niveliranih setjah*
- [9] Marzahn, K.: *Berechnung von Funktionsgewichten in Nivellementsnetzen nach Verfahren der schrittweisen Annäherung von Gauss-Vogler*, Z. f. Vermessungswesen S. 121, Stuttgart, 1956.
- [10] Popov, V. V.: *Uravnovešavanje poligonov*, 8-e izdanje Moskva 1954.
- [11] *Pravilnik za državni premer II deo*, Beograd, 1958.
- [12] Vogler, Ch. A.: *Abhandlung im Taschenbuch der Landmessung und Kultur — — technik*, S. 177, Stuttgart, 1918.