

## ULOGA, MJESTO I FUNKCIJE MODELIRANJA U GEODEZIJI

Ladislav Feil — Zagreb\*

U novije vrijeme sve je od većeg značenja izučavanje objektivne stvarnosti na indirektan način — pomoću modela. To ujedno povlači za sobom iznalaženje što djelotvornije metode naučnog izučavanja i transfera znanja. Najuniverzalnijom metodom naučnog izučavanja u zadnje vrijeme smatra se modeliranje.

Široka upotreba modela i modeliranja u svim granama nauke počinje u zadnjih dvadeset godina, uglavnom paralelno sa sve većom matematizacijom znanosti i intenzivnim razvojem kibernetike. Termini model i modeliranje su nešto stariji, u znanstvenom smislu definirani su još u drugoj polovici prošlog stoljeća.

Modeliranje, međutim, ne možemo smatrati novom metodom znanstvenog izučavanja. Poznato je da su ljudi već na početku svoje evolucije nastojali protumačiti mnoge nepoznate pojave tako da su ih usporedili sa poznatima. Komparirajući svojstva poznatih i nepoznatih pojava uočavanjem sličnosti dolazili su do novih spoznaja. Uski krug novih pojava, međutim, često je dovodio do krivih zaključaka ili do površnih analogija. Razvitkom znanosti i tehnike analogije postaju egzaktnije i zaključci sve bolji i bliži objektivnoj stvarnosti.

»Razumljivo je da je čovjek oduvijek težio tome da upozna svoju postojbinu, Zemlju. Prve predodžbe čovjeka bile su da je to ravna ploča okružena morima.« (Čubranić, N. [1974]). Možemo dakle reći da je (u širem značenju termina model) ravna ploča prvi model Zemlje.

Eratosten (276—195 g. p. n. e.) prvi je odredio za Zemljin model kuglu. Do tog rezultata došao je mjerenjem. Daljnji radovi na određivanju oblika i veličine Zemlje također su uzimali za model Zemlje kuglu. Godine 1687. Newton u djelu: »Philosophiae naturalis principia mathematica« postavlja opći zakon o privlačenju masa i prvi gravitacioni model. Newton također razmatra opću teoriju modeliranja, metodologiju modeliranja, te postavlja kriterije sličnosti mehaničkih sistema i principe prenošenja spoznaje sa jednog sistema na drugi. Značajno je da je i on do tih rezultata došao na osnovu Picardovih mjerenja.

Holandski znanstvenik Huygens 1673. godine objavio je djelo o centrifugalnoj sili. Uzimajući u obzir centrifugalnu silu i silu privlačenja dolazi se do zaključka da se za model Zemlje treba uzeti elipsoid, a ne kugla. Od tada vrše se brojna mjerenja koja dokazuju ispravnost ove postavke, odnosno da je model Zemlje zaista elipsoid. Važno je naglasiti da se do modela opet dolazi mjerenjem. Mnogi modeli — elipsoidi još se i danas koriste za aproksimaciju Zemljine površine. Poznati su elipsoidi: Bessela, Clarka, Hayforda i Krasovskog.

\* Ladislav Feil, dipl. inž., Geodetski fakultet Zagreb, Kačićeva 26.

U novije vrijeme u određivanju oblika Zemlje — model elipsoida — koriste se umjetni Zemljini sateliti.

Jedini cilj geodezije, međutim, nije samo određivanju oblika Zemlje. Godine 1880. F. R. Helmert u djelu: »Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche« daje definiciju geodezije, koja se sve do danas zadržala.

»Geodezija je nauka o izmjeri i preslikavanju Zemljine površine.«

Torge, W. (1975) geodeziju dijeli na: — Određivanje oblika Zemlje — Premjer država — Pojedinačna premjeravanja.

U teoriji oblika Zemlje razmatra se Zemlja u njenoj cjelovitosti. Treba odrediti što točniji model — elipsoid za aproksimaciju Zemlje i odstupanja Zemlje od model-elipsoida.

Premjer država obuhvaća površinu Zemlje unutar jedne države sa dovoljnim brojem čvrstih (koordinatama određenih) točaka. Zakrivljenost Zemlje odnosno model-elipsoida treba uzeti u obzir. Dakle, koristimo model-elipsoid, a određujemo novi model — model koordinatama određenih točaka.

Detaljne forme Zemljine površine određujemo pojedinačnim premjeravanjima (inženjerska, topografska, katastarska itd.). Oslanjajući se na model koordinatama određenih točaka stvara se novi model — model zemljišta. Prema određenim potrebama izdvajaju se neka svojstva modela zemljišta i tako dolazimo do modela — karte zemljišta, što je i uglavnom krajnji cilj geodezije.

Upotreba modela u geodeziji, možemo reći, jednako je stara kao i sama geodezija. Modeliranje i u geodeziji nalazi u zadnje vrijeme širu primjenu. Sve su brojniji radovi na tom polju.

U literaturi koja razmatra probleme modela i modeliranja možemo naići na stanovišta da su mjerenja specifične forme modeliranja. Tako Njikičin (1965) ukazuje da se svaki proces mjerenja može smatrati modeliranjem. Kako se u geodeziji do podataka isključivo dolazi mjerenjem možemo zaključiti da su *geodetski procesi doista modeliranja*.

Dosada iznesene činjenice, međutim, ne ukazuju dovoljno na opravdanost primjene modela i modeliranja u geodeziji kao univerzalne znanstvene metode izučavanja. Takav zaključak nemoguće je izvesti bez poznavanja:

1. razloga široke upotrebe te metode u znanosti,
2. mogućnosti i funkciji te metode.

Od naročito je značaja za ispravno korištenje modela i modeliranja u geodeziji upoznati: znanstvenu definiciju modela, strukturu modeliranja i karakteristike modela.

## 1. ULOGA I FUNKCIJE MODELA I MODELIRANJA

Prije svega pokušajmo izložiti činjenice zbog čega model i modeliranje nalazi intenzivnu primjenu.

- A. Nagli razvoj kibernetike, u kojoj postoje najdjelotvornije forme modela, a čija je fundamentalna metoda modeliranja i sve veća matematizacija znanosti najviše doprinosi širenju ove metode u naučnim istraživanjima.
- B. Modeliranje najbolje odgovara specifičnostima suvremenih istraživanja prvenstveno zbog svoje univerzalnosti.

C. Modeliranje kao metoda znanstvenog izučavanja u zadnje vrijeme također je učinila znatan razvoj u smislu metodologije, postavljeni su mnogi uvjeti i zahtjevi čijim se ispunjenjem u velikoj mjeri povećava vjerojatnost točnosti dobivenih spoznaja o predmetu modeliranja. Širenje znanstvene spoznaje, sve dublje prodiranje u najsloženije pojave i procese objektivne stvarnosti zahtjeva zbog svoje kompleksnosti upotrebu već poznatih manje složenih pojava i procesa. Kompariranje kompleksnih pojava i procesa sa poznatim, manje složenim pojavama i procesima često daje mogućnost stvaranja pojednostavljenog modela kompleksnih pojava i procesa, što dovodi do jednostavnijeg rješenja postavljenog problema.

Situacije u kojima model postaje vrijedno (često i jedino moguće) oruđe u istraživanju, najbolje pokazuju uloge i funkcije modela i modeliranja.

U znanosti, općenito (tako i u geodeziji) često nailazimo na situacije da je direktno izučavanje nekog objekta ili procesa otežano ili čak nemoguće. Primjenom odgovarajućeg modela moguće je ipak iznaći traženo rješenje.

Predmet istraživanja može također biti i objekt ili proces koji još realno ne postoji ili neki procesi koji su se dogodili u prošlosti, ali trenutno ne postoje ili će se tek dogoditi u budućnosti. Izučavanje tih problema nezamislivo je bez upotrebe modela.

Kod mnogih pojava u većoj ili manjoj mjeri nedostaju opisni odnosi — skup empiričkih podataka, bez kojih je istraživanje nekog objekta ili procesa nemoguće. U ovom slučaju opravdana je upotreba modela u smislu heurističke funkcije i u smislu stvaranja znanstvene spoznaje (teorije) o razmatranom objektu ili procesu.

Iz svega navedenog vidljive su funkcije koje modeliranje može izvršiti. Posredovati između teorije i objektivne stvarnosti, prakse i teorije, i obrnuto. Nadalje u postupku istraživanja model može poslužiti kao oruđe u upoznavanju nekog objekta ili procesa. Stoga, funkcije modela mogu biti: kognitivne, heuristične, zrcalne, opisne, prediktivne itd. Model također može poslužiti u cilju pojednostavljenja, uspoređivanja, stvaranja hipoteze i znanstvene teorije. Model i modeliranje mogu veoma dobro poslužiti i u demonstracionim zadacima i u transferu znanja.

## 2. DEFINICIJA MODELA I MODELIRANJA

Široka primjena modela i modeliranja na polju znanosti često dovodi do pogrešne upotrebe tih termina. Od naročitog značaja je zbog toga točna definicija modela i modeliranja, prihvatljivija za sve grane nauke tako i za geodeziju.

Označimo sa:

*sistemom O*: skup svih podataka i svojstava predmeta (objekta ili procesa) izučavanja;

*sistemom M*: skup svih poznatih (ili korištenih) podataka i svojstava sistema *O*;

*sistemom M'*: skup svih podataka i svojstva dobivenih izučavanjem sistema *M*;

*sistemom O'*: skup svih novih (do tada nepoznatih) podataka i svojstva predmeta izučavanja.

Suštinu modeliranja Kocsondi (1976) opisuje:

»Modeliranjem istraživač izučava sistem  $O$  pomoću sistema  $M$ . Potrebna istraživanja vrši na sistemu  $M$ . Izučavanjem sistema  $M$  dobivene podatke (sistem  $M'$ ) prenosi na sistem  $O$  i tako dolazi do novih spoznaja o sistemu  $O$ . Modeliranje je dakle takav postupak gdje se sistem  $O'$  u potpunosti ili djelomično dobiva posredno pomoću sistema  $M$ , tako da sistem  $M$  zamjenjuje sistem  $O$  kao predmet istraživanja. Da bi sistem  $M$  mogao zamijeniti sistem  $O$  i postati predmet istraživanja potrebno je da s jedne strane, između elemenata i veza sistema  $O$  i  $M$  postoji utvrđen objektivni odnos, a s druge strane, istraživač mora poznavati taj odnos... Ukoliko sistem  $M$  koristimo za istraživanje sistema  $O$  i do sistema  $O'$  dolazimo posredstvom sistema  $M$ , tada se sistem  $M$  naziva model sistema  $O$ .«

Tako definirani model mora ispuniti neke zahtjeve:

Model mora prvo imati svojstvo da može postati sredstvo istraživanja i zamijeniti predmet modeliranja u procesu modeliranja.

Model se također mora što bolje prilagoditi predmetu modeliranja ali taj odnos ne može biti identitet, jer takav model bio bi jednako nepovoljan za istraživanje kao i sam predmet. Model je općenito uvijek jednostavniji od predmeta modeliranja, pa je tako jedna od glavnih karakteristika modeliranja pojednostavljenje.

Model nadalje uvijek mora pružati nove spoznaje (makar i negativne) o predmetu modeliranja, a to je jedino moguće ukoliko posjeduje sposobnost odražavanja i reprodukcije objektivne stvarnosti. Između modela i predmeta modeliranja mora postojati objektivni odnos kojeg istraživač mora poznavati. Ispitivanje tih odnosa mora u pravilu prethoditi modeliranju i osniva se na do tada poznatim podacima i svojstvima modeliranog predmeta.

Model također mora omogućavati prijenos istraživanjem dobivenih informacija na predmet modeliranja.

Ukoliko se do podataka za modeliranje dolazi mjerenjem, istraživač »... mora biti upoznat kako sa samim pomagalima za mjerenje — instrumentima, tako i s teorijom pogrešaka — računom izjednačenja, kako pogreške nastaju, uzroke pogrešaka, kako će iz relativno pogrešnih mjerenja dobiti što točniji rezultat i konačno, kad će i kod kojih opažanja — argumenata — primijeniti ovu ili onu točnost pri mjerenju.« (Čubranić, N., [1967]).

Postavljanje modela nije svrha sama po sebi. U tom smislu model se često poistovjećuje sa matematičkim opisom objektivne stvarnosti, matematičkim aparatom ili sistemom jednadžbi. Matematički aparat je od velikog značaja u modeliranju, ali on sam po sebi još nije model. Modeliranjem istražujemo ona svojstva predmeta modeliranja koja nisu sadržana u primijenjenom matematičkom aparatu. Jedino u slučaju da matematički aparat ima svojstvo da može poslužiti kao sredstvo u istraživanju predmeta modeliranja postaje model.

### 3. STRUKTURA MODELIRANJA

Struktura modeliranja je skup unutarnjih relacija, odnosno skup veličina, stanja tih veličina i veza između njih.

Struktura prema sadržaju: stanja, zavisnosti, zakonitosti veličina i promjeni stanja sistema može biti dinamična ili statična, već prema tome da li postoje promjene stanja veličina. Dinamična struktura, drugim riječima, je niz statičkih

struktura. Potrebno je poznavati relacije po kojima se taj niz odvija, odnosno unutarnji dinamizam veličina.

### 3.1. Elementi modeliranja

Modeliranje kao metoda znanstvenog izučavanja može imati prema Kocsondi (1976) četiri elementa.

- Objekt (predmet) modeliranja,
- Subjekt modeliranja,
- Model,
- Sredstva istraživanja.

3.1.1. *Objekt modeliranja* je neki objekt ili proces o kojem modeliranjem želimo dobiti nove spoznaje.

3.1.2. *Subjekt modeliranja* je istraživač (ili grupa istraživača) koji izabire model i provodi modeliranje. Uspješnost modeliranja direktno ovisi o iskustvu, sposobnosti i znanju subjekta modeliranja. Subjekt modeliranja je uvijek čovjek, odnosno ljudi.

3.1.3. *Model* smo već definirali ranije. Dodajmo tome samo: model može biti materijalni ili idejni.

3.1.4. *Sredstva istraživanja* su skup svih oruđa koja u modeliranju koristi subjekat modeliranja. Uglavnom to su: instrumenti, oprema, zakonitosti, teoremi, simboli, logični zaključci, itd. Tokom modeliranja ta oruđa koriste se za stvaranje modela, istraživanje modela, prijenos saznanja na predmet modeliranja i za kontrolu točnosti tog prijenosa.

### 3.2. Veze elemenata modeliranja

3.2.1. *Relacije između subjekta i objekta modeliranja* možemo podijeliti u četiri grupe:

- A, relacije promatranja, opažanja, pokusa, opisa, itd. objekta (predmeta) modeliranja. Subjekt definira zadatak i prikuplja podatke i svojstva predmeta izučavanja potrebna za modeliranje.
- B, relacije prijenosa spoznaja dobivenih modeliranjem. Subjekt modeliranja prenosi nove spoznaje na predmet modeliranja.
- C, relacije pomoću kojih subjekt modeliranja kontrolira i dokazuje nove spoznaje.
- D, relacije pomoću kojih subjekt modeliranja ugrađuje nove spoznaje (informacije) u hipotezu predmeta modeliranja.

3.2.2. *Relacije između subjekta modeliranja i modela* možemo podijeliti u pet grupa:

- A, relacije početnih ispitivanja modela, gdje se subjekt modeliranja odlučuje koja će svojstva predmeta modeliranja koristiti za formiranje modela. Iz ove grupe relacija ne mogu se izdvojiti i neke relacije između modela i objekta modeliranja.
- B, relacije pomoću kojih subjekt modeliranja formira (izgrađuje) model predmeta modeliranja.
- C, relacije pomoću kojih subjekt modeliranja praktično provjerava ispravnost izgrađenog modela.

- D, relacije operiranja subjekta modeliranja s modelom kao sredstvom istraživanja.
- E, relacije korekcije modela, kada subjekt dotjeruje model na osnovu novih podataka ili gradi novi, za istraživanje povoljniji model u cilju dobivanja što točnijih spoznaja o predmetu modeliranja.

\*

Sredstva istraživanja nalaze se unutar strukture modeliranja prenoseći upliv subjekta na objekt modeliranja, na model i obrnuto, tj. upliv predmeta modeliranja ili modela na subjekt modeliranja.

3.2.3. *Veze modela i predmeta modeliranja* možemo podijeliti u četiri grupe. Kako predmet modeliranja i model mogu biti idejni ili materijalni, mogu između tih elemenata modeliranja nastupiti slijedeće situacije:

- A. *Idejni model idejnog predmeta modeliranja:*  
ova situacija nastaje kada se, na primjer, opisna teorija jedne oblasti objektivne stvarnosti koristi za istraživanja (modeliranja) opisne teorije neke druge oblasti objektivne stvarnosti.
- B. *Materijalni model idejnog predmeta modeliranja:*  
ova situacija nastupa u slučaju kada se određena teorija koristi za formiranje (izgradnju) neke materijalne konstrukcije ili postavke. U ovom slučaju dokazuje se praktični značaj postavljene teorije.
- C. *Materijalni model materijalnog predmeta modeliranja:*  
ova situacija nastupa u slučaju kada se određena oblast objektivne stvarnosti (materijalni objekt) istražuje pomoću druge oblasti objektivne stvarnosti (drugog materijalnog objekta).
- D. *Idejni model materijalnog predmeta modeliranja:*  
ova situacija nastupa u slučaju kada se određena oblast objektivne stvarnosti (materijalni objekt) istražuje uglavnom pomoću opisne teorije druge oblasti objektivne stvarnosti.

Spona između modela i predmeta modeliranja je subjekt modeliranja. Uloga subjekta modeliranja je od presudnog značaja, jer utječe i na predmet modeliranja i na model. Sam subjekt se tokom modeliranja mijenja prema dotoku novih spoznaja.

Bitan zahtjev modeliranja je da model i predmet modeliranja posjeduju zajednička i slična svojstva. Model se, međutim, u mnogome i razlikuje od predmeta modeliranja, uglavnom u onim svojstvima predmeta modeliranja koji su nepoznati subjektu modeliranja ili ih on ne koristi zbog jednostavnosti ili nevažnosti. Ova dva zahtjeva modeliranja svakako su u suprotnosti. V. A. Stoff (1963) smatra: »ako je model suviše točan (vjeran stvarnosti o. p.) — gubi smisao, ako je međutim netočan — izvor je pogrešaka.«

Odnos modela i predmeta modeliranja dakle nije nikada jednakost. Model mora što bolje odgovarati predmetu modeliranja i to u onim svojstvima koja su bitna za istraživanje. Subjekt modeliranja mora poznavati taj objektivni odnos.

M. B. Hesse (1963) svojstva modela u odnosu prema predmetu modeliranja svrstava u tri grupe:

- »Pozitivne analogije« su svojstva modela koja su slična ili jednaka svojstvima modeliranog predmeta.
- »Negativne analogije« su svojstva modela koja predmet modeliranja ne posjeduje ili obrnuto.
- »Neutralne analogije« su svojstva modela za koja se još nezna da li ih predmet modeliranja posjeduje.

Analogija je sličnost veličina, odnosa veličina i funkcija dva sistema.

Pored analogije koja karakterizira odnos modela i predmeta modeliranja postoji još i izomorfija i homomorfija.

Izomorfiju Kocsondi (1976) definira: »Dva sistema:  $S$  i  $S'$  su izomorfna ako 1.) svakom elementu sistema  $S$  odgovara jedan i samo jedan element sistema  $S'$  i obrnuto, 2.) svakom odnosu sistema  $S$  odgovara jedan i samo jedan odnos sistema  $S'$  i obrnuto, 3.) ako između određenih elemenata sistema  $S$  ( $a, b, c, \dots$ ) postoji utvrđeni odnos  $R$ , tada mora postojati između odgovarajućih elemenata u sistemu  $S'$  ( $a', b', c', \dots$ ) odnos  $R'$ , koji odgovara odnosu  $R$  i obrnuto.« U slučaju izomorfije između modela i predmeta modeliranja postoji simetrija.

Homomorfija je opći slučaj izomorfije. Kod homomorfije nema simetrije između modela i predmeta modeliranja. Definicija homomorfije se dakle poklapa sa definicijom izomorfije, ali ne mora postojati obostrani odnos između sistema  $S$  i  $S'$  već je dovoljan i jednostrani odnos.

### 3.3. Proces modeliranja

Glavne korake procesa modeliranja, kako je vidljivo iz naprijed izloženog, čine:

- utvrđivanje potrebe modeliranja
- priprema za modeliranje
- izbor modela
- istraživanje modela
- prijenos spoznaja na predmet istraživanja
- kontrola i dokazivanje novih spoznaja
- ugrađivanje novih spoznaja u znanstvenu teoriju.

Tokom modeliranja ovi koraci mogu se modificirati, dva ili više koraka stopiti u jedan, itd. Odnosi između nabrojanih koraka procesa modeliranja vidljivi su iz dosada izloženog.

## 4. KLASIFIKACIJA MODELA

Uloga i mjesto modeliranja u znanstvenom istraživanju i tako dobivene nove spoznaje u mnogome ovise o vrsti primijenjenih modela, o prirodi tih modela i konačno o njihovom odnosu prema predmetu modeliranja. Zbog toga potrebno je izvršiti klasifikaciju modela. Uobičajeno je da se klasifikacija vrši prema strukturi i prirodi modela. Tako modele dijelimo na:

- Materijalne modele i
- Idejne modele.

#### 4.1. Materijalni modeli

Ovu grupu modela čine modeli koji realno postoje u objektivnoj stvarnosti. Materijalne modele dijelimo na: geometrijske, fizikalne, matematičke i kibernetičke modele.

##### 4.1.1. Geometrijski modeli

Geometrijske modele karakterizira relacija geometrijske sličnosti modela prema predmetu modeliranja. Dva sistema  $S(a, b, c, \dots, n)$  i  $S'(a', b', c', \dots, n')$  su geometrijski slična ukoliko vrijedi relacija:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{n}{n'} = m$$

$m$  — označava mjerilo, a naziva se još i koeficijent pretvorbe (transformacije). Na osnovu toga možemo pisati da je:

$$a = m \cdot a', \quad b = m \cdot b', \quad c = m \cdot c', \quad \dots \quad n = m \cdot n'$$

##### 4.1.2. Fizikalni modeli

Fizikalne modele karakterizira (pored relacije geometrijske sličnosti) relacija fizikalne sličnosti modela prema predmetu modeliranja. Fizikalnu sličnost definiramo pomoću tri teorema.

Sredinom XIX stoljeća Bertrand postavlja zakon mehaničke sličnosti, koji je kasnije usvojen kao:

##### Prvi teorem sličnosti

Slične pojave imaju iste kriterije sličnosti.

Ovaj teorem Kocsondi (1976) ilustrira: Neka je  $O$  mehanički sistem s masom  $m_0$  pod djelovanjem sile  $f_0$ . Nadalje neka je  $M$  drugi mehanički sistem s masom  $m_M$  pod djelovanjem sile  $f_M$ .

Prema drugom Newtonovom teoremu ubrzanja za sisteme  $O$  i  $M$  su:

$$a_0 = \frac{f_0}{m_0} \quad (1)$$

$$a_M = \frac{f_M}{m_M} \quad (2)$$

Svedemo li ove jednadžbe na bezdimenzionalnu formu imamo:

$$1 = \frac{f_0}{m_0 \cdot a_0} = \frac{f_0 \cdot t_0}{m_0 \cdot v_0} \quad (3)$$

$$1 = \frac{f_M}{m_M \cdot a_M} = \frac{f_M \cdot t_M}{m_M \cdot v_M} \quad (4)$$

gdje je  $t$  — vrijeme, a  $v$  — brzina.

Ukoliko su sistemi  $O$  i  $M$  fizikalno slični tada su koeficijenti pretvorbe iz jednog sistema u drugi jednaki omjeru odgovarajućih veličina sistema, odnosno:

$$k_f = \frac{f_M}{f_0}, \quad k_m = \frac{m_M}{m_0}, \quad k_t = \frac{t_M}{t_0}, \quad k_v = \frac{v_M}{v_0} \quad (5)$$

pa je:

$$f_m = k_f \cdot f_o, \quad m_M = k_m \cdot m_o, \quad t_M = k_t \cdot t_o, \quad v_M = k_v \cdot v_o \quad (6)$$

Na taj način iz jednadžbe (3) možemo dobiti (4) kao:

$$\frac{f_M \cdot t_M}{m_M \cdot v_M} = \frac{k_f \cdot k_t}{k_m \cdot k_v} \cdot \frac{f_o \cdot t_o}{m_o \cdot v_o} \quad (7)$$

Jednadžba (7) odgovarat će drugom Newtonovom teoremu ako je:

$$\frac{k_f \cdot k_t}{k_m \cdot k_v} = 1 \quad (8)$$

Na osnovu (8) jednadžbu (7) možemo pisati:

$$\frac{f_M \cdot t_M}{m_M \cdot v_M} = \frac{f_o \cdot t_o}{m_o \cdot v_o} \quad (9)$$

Bezdimenzionalni izraz  $\frac{f \cdot t}{m \cdot v}$  naziva se kriterij sličnosti.

Predmet modeliranja i model moraju imati jednake kriterije sličnosti, kod ovog primjera  $\frac{f \cdot t}{m \cdot v}$ , ukoliko između njih postoji fizikalna sličnost.

#### *Drugi teorem sličnosti*

Podaci, dobiveni izučavanjem nekog sistema, mogu se prenositi na druge slične sisteme ukoliko se izražavaju u obliku bezdimenzionalnih kriterija.

#### *Treći teorem sličnosti*

Dva sistema su slična ako su uvjeti jednoznačnosti slični, a kriteriji uvjeta jednoznačnosti numerički jednaki.

Po ovom teoremu, kojeg su postavili Kirpičev i Guhmann za graničnu vrijednost sličnosti, veze između parametara modela i parametara predmeta modeliranja čine koeficijenti sličnosti.

Na osnovu toga, možemo reći, da ukoliko se parametri modela izabiru na osnovu kriterija sličnosti tada je jednoznačno uspostavljena sličnost modela i predmeta modeliranja.

#### *4.1.3. Matematički modeli*

Matematičke modele karakterizira relacija matematičkog opisa predmeta modeliranja najčešće pomoću sistema bezdimenzionalnih diferencionalnih jednadžbi. Matematičko modeliranje također karakterizira apstraktno približavanje izučavanoj pojavi. Kod matematičkog modeliranja modeliraju se samo ona svojstva predmeta modeliranja i također izučavaju se samo ona svojstva modela koja se mogu matematički formulirati.

Matematičke modele najčešće dijelimo na:

- determinističke modele i
- stohastičke modele.

Njihovo detaljno razmatranje prelazi okvire ovog članka.

#### 4.1.4. Kibernetički modeli

Kibernetičke modele karakterizira također relacija matematičkog opisa predmeta modeliranja. U ovom slučaju opis se, međutim, vrši pomoću kibernetičkih sistema.

Pomoću kibernetičkih modela izučavaju se sistemi s upravljanjem, a kibernetički modeli su također sistemi s upravljanjem.

Najznačajniji kibernetički modeli su kompjuteri — modeli ljudskog uma. Takav model je univerzalan i može se koristiti za istraživanje bilo koje pojave.

## 4.2. Idejni modeli

Ovu grupu modela čine modeli koji se izgrađuju po subjektu modeliranja na osnovu preslikavanja raznih elemenata objektivne stvarnosti ili pomoću nekih simbola (nosioci informacije), a vladaju se prema logičkim zakonima, a dijele se na: ikonijske i simbolne modele.

### 4.2.1. Ikonijški modeli

Ova vrsta modela izgrađena je po subjektu modeliranja iz preslikanih osnovnih elemenata (ikona) objektivne stvarnosti. Ostvaruju se pomoću čula odnosno zapažanja subjekta modeliranja. Tako dobiveni modeli, međutim, nisu samo rezultati prostog preslikavanja, već i apstraktnog razmišljanja subjekta modeliranja pa se zato nazivaju još i apstraktni modeli. Primjer takvog modela je znanstvena struktura Sunčevog sistema — heliocentrični sustav.

### 4.2.2. Simbolni modeli

Ova vrsta modela izgrađena je po subjektu modeliranja iz sistema simbola pomoću kojih istražujemo strukturu i funkcije predmeta modeliranja.

U praksi se često susrećemo sa kombiniranom formom ikonijskih i simbolnih modela. Takove modele obično nazivamo — mješoviti modeli.

\*

Na osnovu iznesenih činjenica možemo zaključiti da su geodetski procesi doista modeliranja. Poznavanjem uloge i funkcije modela i modeliranja jedino je moguće uočiti u kojim geodetskim problemima model i modeliranje nalazi primjenu.

Strogo uzevši, međutim, nismo odgovorili na pitanje: kako se u određenim geodetskim zadacima konstruiraju modeli?

Modeliranje određenih geodetskih zadataka je dosta raznovrstan posao i u mnogim slučajevima veoma složen problem. Njihovo detaljno razmatranje prelazi okvire ovog članka. Glavne korake modeliranja općenito prikazali smo u strukturi modeliranja. Kako smo tamo već ukazali kod modeliranja određenih problema ovi koraci mogu se modificirati, dva ili više koraka stopiti u jedan itd., ovisno o predmetu izučavanja.

Uspješno modelirati geodetske probleme može samo geodetski stručnjak, koji posjeduje potrebno predznanje o predmetu izučavanja. Proces modeliranja nikada ne počinje stvaranjem modela, već određivanjem potrebe modeliranja,

pripremom za modeliranje i izborom modela. Poznavanje modela i modeliranja je zbog toga prvi preduvjet za dobro modeliranje, u čemu se ogleda i cilj ovog članka.

»Model ostaje uvijek samo oruđe ljudskog razmišljanja pa mora kao takav biti i različiti od objektivne stvarnosti. Uz pomoć prekobrojnih opažanja može se model bolje prilagoditi stvarnosti.« (Tienstra — citat po Wolfu, [1968]).

»Ako je model loše prilagođen stvarnosti tada nastaju u jednakom odnosu pogreške prilagođivanja ili pogreške modela, koje su identične sistematskim pogreškama klasične teorije pogrešaka.« (Ackermann — citat po Wolfu, [1968]).

## MODEL — METHOD, PART, PLACE AND FUNCTION IN GEODESY

*The scientific research of objective reality in indirect way — with models has recently been very important. The significance of models is recognised in every field of science so it is in geodesy too. For correct use of models and model — method it is very important to acquaint: Scientific definition of models, structure of model — method and classification of models. The knowledge of models and model — method is the first prerequisite for making of good model what is the purpose of this article.*

### Literatura

1. Ashby, W. R. (1961): — An introduction to Cybernetics — London.
2. Bunge, M. (1967): — Scientific research — Berlin-Heidelberg—New York.
3. Claycombe, W. W., Sullivan, W. G., (1975): — Foundations of mathematical programming — Reston, Virginia.
4. Čubranić, N. (1967): — Teorija pogrešaka s računom izjednačenja — Zagreb.
5. Čubranić, N. (1974): — Viša geodezija II dio — Zagreb.
6. Fleming, W. H., Rishel, R. W. (1975): — Deterministic and stochastic optimal control — Berlin—Heidelberg—New York.
7. Frey, G. (1960): — Symbolische und ikonische modelle — Synthese.
8. Glinskij, B. A., Grjaznov, B. S., Dünjin, B. S., Njikićin, E. P. (1965): — Modeliranje kao metoda znanstvenog izučavanja — Moskva.
9. Guberinić, S., Matejić, V., Mikić, O., Petrović, R. (1970): — Sistemi, upravljanje sistemima, sistemske discipline, tehnike i metode — Beograd.
10. Hesse, M. (1963): — Models and analogues in science — London—New York.
11. Kocsondi, A. (1976): — Modell módszer — Budapest.
12. Kosten, L. (1973): — Theory of service systems — Oxford—New York—Toronto—Sydney—Braunschweig.
13. Krekó, B. (1972): — Optimum számítás — Budapest.
14. Lawler, E. L., Bell, M. D. (1966): — A method for solving discrete optimization problems — Operation Research 14.
15. Machol, R. E. (1976): — Elementary systems mathematics — New York—St. Louis—San Francisco—Toronto—Sydney.
16. Stoff, V. A. (1963): — Uloga modela u istraživanju — Lenjingrad.
17. Torge, W. (1975): — Geodäsie — Berlin—New York.
18. Wiberg, M. D. (1971): — State Space and Linear Systems — New York—Toronto—Sydney.
19. Wolf, H. (1968): — Ausgleichsrechnung nach der methode der Kleinsten Quadrate — Bonn.