

KONTROLA ORIJENTACIONIH ELEMENATA U TERESTRIČKOJ FOTOGRAMetriJI POMOĆU MJERENIH DUŽINA

Mustafa EFENDIĆ, Tuzla*

1. UVOD

Ako iz bilo kakvih razloga nismo u mogućnosti da odredimo nijednu orijentacionu tačku, kontrolu orijentacionih elemenata možemo obezbjeđiti mjerenim dužinama u prostoru stereopara. Dužine su posebno pogodne u primjeni fotogrametrije u industrijske svrhe, gdje je snimanje vezano za kratak vremenski period, a obično se radi o kratkim dužinama koje se jednostavno i brzo mjere s dovoljnom tačnošću. Zahvaljujući najnovijim dostignućima u mjerenju dužina elektro-optičkim daljinomjerima, ovaj način se lako i tačno može primijeniti i za područja s većim dubinskim protezanjem, kao što je npr. čest slučaj pri snimanju fototeodolitom Photo 19/1318.

Radi jednostavnijeg izvođenja jednadžbi pogrešaka treba nastojati da dužine budu približno paralelne s koordinatnim osovinama fotogrametrijskog koordinatnog sistema, što nije teško postići. Osim kontrole samo orijentacionim tačkama ili dužinama, ponekad je zgodno primijeniti kombinaciju ovih dvaju načina.

2. IZVOĐENJE JEDNADŽBI POGREŠAKA

Polazna osnova za izvođenje jednadžbi pogrešaka su izrazi za ispitivanje deformacija optičkog modela i za određivanje nagiba cjelokupnog modela $dx_{i/2}$ i $d\omega_{i/2}$; kod nas su uobičajene oznake K i Ω za nagibe cjelokupnog modela u pravcu x i y osovine, ali su u ovom radu zadržane oznake iz [4]:

$$v_x = \frac{x}{b} \cdot db - \frac{x(x-b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k_2} + \frac{(y^2 + x^2) \cdot (x-b)}{y \cdot b} \cdot d\varphi_1 - \frac{x[y^2 + (x-b)^2]}{y \cdot b} \cdot d\varphi_2 + z \cdot d\alpha_{\frac{1}{2}} \quad (1a)$$

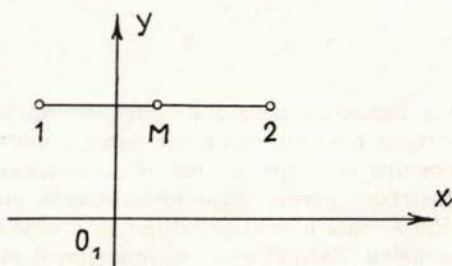
$$v_y = \frac{y}{b} \cdot db - \frac{y(x-b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k_2} + \frac{(y^2 + x^2)}{b} \cdot d\varphi_1 - \frac{y^2 + (x-b)^2}{b} \cdot d\varphi_2 - z \cdot d\omega_{\frac{1}{2}} \quad (1b)$$

*Adresa: Mustafa Efendić dipl. inž., Rudarsko-geološki fakultet, Tuzla.

$$v_z = \frac{z}{b} \cdot db - \frac{z(x-b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k2} + \frac{z(y^2 + x^2 - x \cdot b)}{y \cdot b} \cdot d\varphi_1 - \frac{z[y^2 + (x-b)^2]}{y \cdot b} \cdot d\varphi_2 + y \cdot d\omega_{\frac{1}{2}} - x \cdot d\alpha_{\frac{1}{2}} \quad (1c)$$

Za svaku tačku u prostoru modela mogu se napisati 3 jednadžbe pogrešaka.

2.1. Dužina paralelna sa x-osom



Sl. 1.

Ako usvojimo slične oznake kao u [1], imamo:

$$\left. \begin{aligned} s_x &= x_2 - x_1; & x_1 &= x_M - \frac{s_x}{2}; & x_2 &= x_M + \frac{s_x}{2} \\ y_1 &= y_2 = y; & z_1 &= z_2 = z \\ x_1 + x_2 &= 2x_M; & x_1 \cdot x_2 &= x_M^2 - \frac{s_x^2}{4} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Ako usvojimo orijentacione elemente kojima kontroliramo dužinu:

$$v_{s_x} = f[db, dc_{k2}, d\varphi_1, d\varphi_2] \quad (3)$$

možemo izraz (1a) proširiti na 2 tačke modela:

$$\begin{aligned} v_{s_x} &= \left(\frac{x_2}{b} - \frac{x_1}{b} \right) \cdot db - \left[\frac{x_2 \cdot (x_2 - b)}{b \cdot c_k} - \frac{x_1 \cdot (x_1 - b)}{b \cdot c_k} \right] \cdot dc_{k2} + \\ &+ \left[\frac{(y_2^2 + x_2^2) \cdot (x_2 - b)}{y_2 \cdot b} - \frac{(y_1^2 + x_1^2) \cdot (x_1 - b)}{y_1 \cdot b} \right] \cdot d\varphi_1 - \\ &- \left\{ \frac{x_2 [y_2^2 + (x_2 - b)^2]}{y_2 \cdot b} - \frac{x_1 [y_1^2 + (x_1 - b)^2]}{y_1 \cdot b} \right\} \cdot d\varphi_2 \quad (4) \end{aligned}$$

Uvodeći oznake (2), nakon sređivanja dobijamo konačni izraz za jednadžbu pogrešaka izraženu u funkciji veličine (s_x) i položaja (y , x_M) mjerene dužine u prostoru modela:

$$v_{s_x} = \frac{s}{b} \cdot db - \frac{s_x(2x_M - b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k2} + \frac{s_x \left(y^2 - 2bx_M + 3x_M^2 - \frac{s_x^2}{4} \right)}{y \cdot b} \cdot d\varphi_1 - \frac{s_x \left(y^2 - 4bx_M - b^2 + 3x_M^2 + \frac{s_x^2}{4} \right)}{y \cdot b} \cdot d\varphi_2 \quad (5)$$

Za određivanje $dx_{1/2}$ iz poznate visinske razlike, koju dobijamo brzo i tačno nivelanjem, i mjerene dužine s_x paralelne sa x-osom, možemo napisati izraz:

$$v_{z_{s_x}} = -s_x \cdot dx_{\frac{1}{2}} \quad (5a)$$

2.2. Dužine paralelne sa y-odnosno z-osom

Konačni izrazi izvedeni su na sličan način kao (5) i (5a):

$$v_{s_y} = \frac{s_y}{b} \cdot db - \frac{s_y(x - b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k2} + \frac{s_y \cdot 2y_M}{b} \cdot d\varphi_1 - \frac{s_y \cdot 2y_M}{b} \cdot d\varphi_2 \quad (6)$$

$$v_{z_{s_y}} = s_y \cdot d\omega_{\frac{1}{2}} \quad (6a)$$

$$v_{s_z} = \frac{s_z}{b} \cdot db - \frac{s_z(x - b)}{b \cdot c_k} \cdot dc_{k2} - \frac{s_z(y^2 - x \cdot b)}{y \cdot b} \cdot d\varphi_1 - \frac{s_z[y^2 + (x - b)^2]}{y \cdot b} \cdot d\varphi_2 \quad (7)$$

$$v_{x_{s_z}} = s_z \cdot dx_{\frac{1}{2}}; \quad v_{y_{s_z}} = -s_z \cdot d\omega_{\frac{1}{2}} \quad (7a)$$

Izrazi (7a) predstavljaju jednu mogućnost određivanja $dx_{1/2}$ i $d\omega_{1/2}$ iz približno vertikalnih dužina i njihovih odstupanja od vertikale u pravcima koordinatnih osovina x i y. S obzirom da je ta odstupanja praktično teško izmjeriti dovoljnom tačnošću, izrazi (7a) nisu uzimani u obzir u daljem razmatranju.

2.3. Izvođenje izraza za težine

Uzimajući u obzir srednje greške položaja tačke u modelu [3]:

$$m_x = \pm \frac{x \cdot y}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x}; \quad m_y = \pm \frac{y^2}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x}; \quad m_z = \pm \frac{z \cdot y}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x} \quad (8)$$

te primjenjujući ih na dužine paralelne s pojedinim koordinatnim osovinama, možemo izvesti izraze za težine u funkciji veličine i položaja dužine u fotogrametrijskom koordinatnom sistemu po poznatom izrazu:

$$p_1 = \frac{k}{m_f} \quad (9)$$

Za dužinu paralelnu sa x — osom srednja pogreška dužine biće:

$$m_{s_y} = \pm \sqrt{\left(\frac{x_2 \cdot y_2}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x}\right)^2 + \left(\frac{x_1 \cdot y_1}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x}\right)^2}$$

Uzimajući u obzir (2), dobijamo nakon sređivanja:

$$m_{s_x} = \pm \frac{y}{b \cdot c_k} \cdot m_{p_x} \cdot \sqrt{2x_M^2 + \frac{s_x^2}{2}}$$

Za određeni stereopar možemo staviti

$$\left(\frac{m_{p_x}}{b \cdot c_k}\right)^2 = \text{const.}$$

pa imamo konačne izraze za težine:

$$p_{s_x} = \frac{1}{y^2 \left(2x_M^2 + \frac{s_x^2}{2}\right)} \quad (5, t)$$

$$p_{z_{s_x}} = \frac{1}{2 \cdot z^2 \cdot y^2} \quad (5a, t)$$

$$p_{s_y} = \frac{1}{2y_M^4 + 3y_M^2 s_y^2 + \frac{s_y^4}{8}} \quad (6, t)$$

$$p_{z_{s_y}} = \frac{1}{z^2 \left(2y_M^2 + \frac{s_y^2}{2}\right)} \quad (6a, t)$$

$$p_{s_z} = \frac{1}{y^2 \left(2z_M^2 + \frac{s_z^2}{2}\right)} \quad (7, t)$$

Pošto se slična problematika obrađuje u [3], gdje su umjesto mjerenih dužina upotrebene orijentacione tačke, vrijednosti dobijene po izrazima (5, t) do (7, t) množene su sa $k = \frac{10^6}{1,23}$, da bi se mogli porediti dobijeni rezultati. Sve težine su izražene u funkciji veličine i položaja dužine u fotogrametrijskom koordinatnom sistemu.

3. BROJ I RASPORED MJERENIH DUŽINA

Primjenjujući izvedene izraze na prostor zahvatnog ugla normalnog stereo-para univerzalne mjerne kamere UMK 10/1318 iz odabranih 14 dužina u tom prostoru do $y_{\max}=30$ m, sračunate su srednje greške nepoznanica za 7 varijanti.

Odabrano je 5 dužina paralelnih sa x-osom u horizontalnoj ravni $z=-2$ m, 6 dužina paralelnih sa y-osovinom u istoj horizontalnoj ravni i 3 dužine paralelne sa z-osom u vertikalnoj ravni $y=30$ m.

Raspored izabranih dužina u fotogrametrijskom koordinatnom sistemu, kao i njihove veličine, prikazan je tabelarno.

Dužine u horizontalnoj ravni $z=-2$ m:

paralelne sa x-osom				paralelne sa y-osom			
br.	s_x	x_M	y	br.	s_y	x_M	x
1	10	+ 1,5	12	6	12	24	- 8,5
2	20	+ 1,5	21	7	24	18	+ 1,5
3	40	+ 1,5	30	8	18	21	+ 1,5
4	20	+11,5	30	9	9	16,5	+ 1,5
5	5	+ 4,0	12	10	6	9	+ 1,5
				11	12	24	+11,5

Dužine paralelne sa z-osom u vertikalnoj ravni $y=30$ m:

br.	s_z	x	y	z_M
12	16	-18,5	30	+6
13	16	+ 1,5	30	+6
14	16	+21,5	30	+6

Po izvedenim izrazima (5) do (7), uzimajući $b=3$ m i $c_k=100$ mm, sračunati su koeficijenti jednadžbi pogrešaka za sve dužine, a po izrazima (5, t) do (7, t) odgovarajuće težine (za $m_{px}=\pm 10\mu\text{m}$). Svaka dužina paralelna sa x- i y-osom daje po 2 jednadžbe pogrešaka, a sa z-osom po jednu. Odabrane su nepoznanice: db , dc_{k2} , $d\varphi_s$, $d\omega_{1/2}$ i $dx_{1/2}$.

Odabrano je 7 varijanti s različitim kombinacijama broja i rasporeda izabranih dužina:

Varijanta	Dužina paralelna sa			Broj jednadžbi
	x	y	z	
A	1,2,3,	6,7,10,11,	12,13,14	17
B	1,3	7,10	12,13,14	11
C	4,5	8,9	13	9
D	3,4	7,8,10	—	10
E	—	7,8,10	—	6
F	—	7,10	—	4
G	—	7,10	13	5

Pošto se ovdje radi o teoretskom razmatranju, gdje nemamo stvarnih vrijednosti slobodnih članova, u svim jednadžbama pogrešaka uzete su nule; cilj rješavanja normalnih jednadžbi obrazovanih iz jednadžbi pogrešaka jeste da se dobiju koeficijenti težina nepoznanica Q_{nn} , kako bi se mogle sračunati srednje greške nepoznanica:

$$\left. \begin{aligned} m_n &= \pm m_0 \sqrt{Q_{nn}} && \text{(za translacije)} \\ m_n &= \pm \rho^{cc} m_0 \sqrt{Q_{nn}} && \text{(za rotacije)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Dužina br. 3, paralelna sa x-osom, ima težinu $p_{sx} = 1,1 \approx 1$; odgovarajuća srednja greška $m_{sx} = m_0$ uzeta je za računanje srednjih grešaka nepoznanica po izrazima (10).

Veličine srednjih grešaka nepoznanica, određenih na ovaj način, služe za poređenje pojedinih varijanti s obzirom na tačnost i ekonomičnost.

Varij.	Srednje greške nepoznanica $m_n/mm;cc/:$				
	db	dc _{kz}	dφ _z	dω _{1/2}	dκ _{1/2}
A	0,84	0,005.3	20,7	24,8	19,6
B	0,86	0,005.4	21,5	28,1	22,9
C	1,64	0,011.7	41,0	36,9	45,8
D	2,82	0,012.0	52,2	24,1	24,2
E	3,30	—	77,5	24,1	—
F	3,95	—	102,8	28,1	—
G	3,72	—	88,3	28,1	—
Poređenje ostalih sa varijantom A:					
A	1	1	1	1	1
B	1,02	1,02	1,04	1,13	1,17
C	1,95	2,21	1,98	1,49	2,34
D	3,36	2,27	2,52	0,97	1,24
E	3,93	—	3,75	0,97	—
F	4,70	—	4,97	1,13	—
G	4,43	—	4,27	1,13	—

Analizirajući rezultate poređenja ostalih varijanti sa varijantom A, vidimo da se kontrola orijentacionih elemenata obavlja skoro sa istom tačnošću za A i B varijantu za svih 5 izabranih orijentacionih elemenata. Po broju uzetih dužina, različito raspoređenih u prostoru stereopara, očekivalo se da varijanta A bude najtačnija; zbog toga je i izvršeno poređenje ostalih varijanti s njom. Poredeći varijante A i B vidimo da su dužine 2,6 i 11 nepotrebne u ovoj kombinaciji, jer ne doprinose skoro nikakvom povećanju tačnosti.

Varijanta C, s obzirom na tačnost i ekonomičnost, dala je dobre rezultate; što se tiče tačnosti u prosjeku je dvostruko slabija od varijante A, ali je zato i broj dužina smanjen za polovinu. Varijante D i E imaju po 3 dužine paralelne sa y-osom, što se posebno povoljno odrazilo na orijentacioni element ω_{1/2}.

Opšti zaključak je: za kontrolu orijentacionih elemenata b , c_{k_2} i φ_2 treba nastojati da dužine budu raspoređene u horizontalnoj ravni slično kao u varijanti C, tj. po 2 dužine paralelne sa x- odnosno y-osom. One istovremeno obezbjeđuju i dovoljnu kontrolu poprečnog i uzdužnog nagiba modela. Bitan preduslov je da pomenuti parovi dužina budu raspoređeni na sledeći način:

- paralelno sa x-osom, jedna kratka u prednjem dijelu stereopolja, jedna dugačka u pozadini;
- paralelno sa y-osom, u njenoj blizini, jedna što duža dužina, a druga kratka, u blizini baze.

LITERATURA

- [1] Braum, F.: »Die Beseitigung der Modelldeformationen in Senkrechtaufnahmen durch die Aenderung der relativen oder der innern Orientierung«, ETH-Dissertation, Zürich—Zagreb, (1960).
- [2] Čubranić, N.: »Teorija pogrešaka s računom izjednačenja«, Zagreb, (1967).
- [3] Efendić, M.: »Određivanje i korekcija grešaka podataka unutrašnje i vanjske orijentacije kod terestričkog stereoskopskog snimanja pomoću UMK 10/1318 firme »Carl Zeiss« — Jena kao i numeričke izmjere pomoću preciznog stereokomparatora«, (magistarski rad), Zagreb, (1976).
- [4] Petraš, J.: »Der Einfluss der Orientierungselemente und der Plattendeformation auf die Genauigkeit der terrestrischen Photogrammetrie«, Wiss. Z. Techn. Univers. Dresden 13 (1964) H. 2.

ISPRAVAK

U broju 7—9/1976. na str. 152 1. elemenat, 1. reda posljednje determinante mesto x'_b treba y'_b .

Na str. 154 u poslednjem redu mesto 7 treba 6.

Na str. 155 u 5. redu od dole mesto Y_a , X_a treba Y'_a , X'_a .