PRILOG RAZMATRANJU METODA NUMERIČKE OBRADE MIKROTRIANGULACIONIH MREŽA

*Mladen BOLT, Eduard KRIŽAJ — Zagreb**

Mikrotriangulacionu mrežu čini niz svrsishodno povezanih točaka koje moraju osigurati solidnu geodetsku osnovu u fazi projektiranja, izvođenja i kontrole zamašnijih građevinskih objekata. U skladu s namjenom takva mreža treba da zadovolji redovito vrlo velike zahtjeve u pogledu točnosti. Broj točaka koje mikromreža sadrži, te površina koju ona obuhvaća ovise o dimenzijama budućeg objekta kao i o lokalnim terenskim uvjetima.

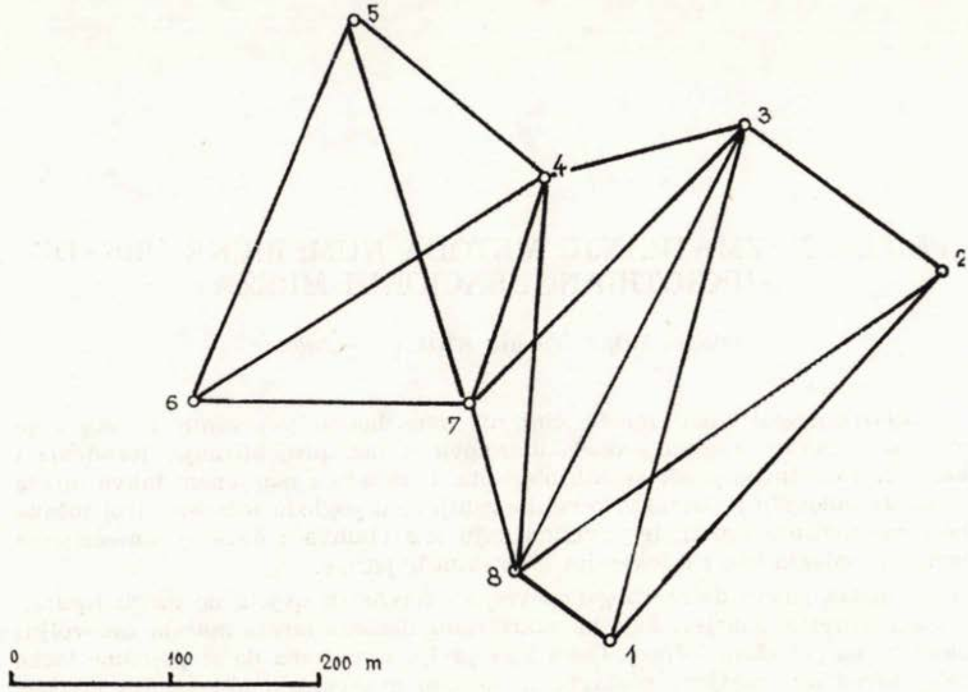
Nije rijedak slučaj da se zbog nepovoljnih terenskih uvjeta ne mogu ispuniti svi oni teoretski zahtjevi koje bi mikrotriangulaciona mreža morala zadovoljiti obzirom na potrebnu točnost. Osim toga javlja se potreba da se pojedine točke zbog određenih zahtjeva postavljaju na sam građevinski objekt, što također otežava formiranje optimalnog oblika mreže.

Ako ne možemo zadovoljiti zahtjeve u pogledu oblika mreže i međusobnog rasporeda točaka, onda ove nedostatke nastojimo kompenzirati izborom kvalitetnih instrumenata i točnijih metoda mjerenja. Svaka mikromreža, obzirom na namjenu i okolnosti pod kojima se izvodi i obrađuje, predstavlja gotovo uvijek specifičan zadatak. Raspoloživ instrumentarij za realizaciju projekta na terenu, obradu podataka mjerenja i analizu dobivenih rezultata uvjetuje metodologiju cjelokupnog rada. U nastavku ćemo se pobliže osvrnuti na dio problematike vezan uz računsku obradu i analizu podataka mjerenja.

Nagli razvoj elektronike, pojava sve novijih i novijih elektroničkih računala omogućuje, da se mnogi zadaci s područja obrade raznih podataka mjerenja rješavaju razmjerno lako i brzo. No, realno gledajući, nisu nam svima uvijek na raspolagnju računala velikog kapaciteta, a ako i jesu, ne možemo ih uvijek koristiti kako bismo željeli i upravo kada su nam potrebna. Zbog toga su danas već mnoge organizacije snabdjevene stolnim računalima razmjerno velikih mogućnosti i malih dimenzija, karakteristike kojih bez obzira na porijeklo i proizvođača omogućuju rješavanje mnogih uobičajenih, a također i posebnih problema iz prakse.

Uobičajeno je da se mikrotriangulacione mreže obrađuju kao samostalne, lokalne mreže. Također je uobičajeno da se mikromreže — najviše zbog razloga ekonomičnosti — izjednačuju metodom uvjetnih mjerenja. Posebno je zanimljiv slučaj mreža koje se zbog utvrđivanja stabilnosti objekata opažaju uvijek ponovno u kraćim ili duljim vremenskim intervalima. Jasno je da će

* Mladen Bolt, dipl. inž., Eduard Križaj, dipl. inž., Zavod za fotogrametriju Zagreb, Borongajska 71.



Sl. 1

se prilikom izjednačenja takvih serija opažanja mijenjati samo nesuglasice u uvjetnim jednadžbama. Iz ovog proizlazi da se koeficijenti jednom formiranih normalnih jednadžbi korelata za određenu mrežu neće mijenjati, već će se rješavajući normalne jednadžbe morati računati samo reducirane koeficijente u stupcu nesuglasica, tj. ω_1, $[\omega_2 \cdot 1]$, $[\omega_3 \cdot 2]$ itd. Račun korelata, račun popravaka pravaca, nužne kontrole i ocjenu točnosti morat će se uvijek nanovo računati za svaku novu seriju opažanja.

Promotrimo kako je koncipiran i programski riješen problem izjednačenja mikromreže (slika 1) metodom uvjetnih mjerenja za računalo Hewlett Packard 9830. Obzirom da je izjednačenje provedeno po pravcima, ova mreža sadrži devet figurnih i tri sinusna uvjeta. Od osam točaka koje čine mrežu točka 7 predstavlja izmaknuto ishodište lokalnog koordinatnog sustava, a smjer osi X paralelan je spojnici točaka 7 i 6. Također je poznata udaljenost ovih točaka, čime je određeno mjerilo mikromreže.

Koristeći simbole matričnog računa možemo uvjetne jednadžbe izraziti u slijedećem obliku:

$$A^T v + w = 0$$

A_T je transponirana matrica koeficijenata uvjetnih jednadžbi. Vektor v sačinjavaju nepoznanice, tj. popravci pravaca, a vektor w sačinjavaju nesuglasice uvjetnih jednadžbi. Brojne vrijednosti elemenata matrice i vektora navedeni su u prilogu 1. Koeficijenti sinusnih uvjetnih jednadžbi izračunati su na uobičajen način. Na temelju elemenata matrice A računamo koeficijente normalnih jednadžbi korelata koji tvore matricu N (prilog 2), odnosno, normalne jednadžbe možemo izraziti:

$$A^T A k + w = N k + w = 0.$$

Korelate dobivamo na temelju izraza:

$$k = -N^{-1} w,$$

a nakon toga računamo popravke pravaca:

$$v = A k$$

Inverzijom matrice N dobivamo matricu N^{-1} (prilog 3).

Programirano izjednačenje ove mikromreže zamišljeno je i ostvareno tako, da se nakon sređivanja podataka mjerenja (trig. obr. br. 2) unesu vrijednosti svih pravaca, te se nakon izvođenja programa dobivaju sređeni rezultati izjednačenja i koordinate točaka. Svi potrebni elementi (koeficijenti uvjetnih jednadžbi koji su prethodno izračunati izvan programa, dužina između točaka 6 i 7, koordinate točke 7, te početni smjernjak) sadržani su u programskim koracima, tj. uključeni su u programski tok.

Prilog 4 sadrži ispisanu listu unijetih mjerenih podataka zbog kolacioniranja. Prilog 5 sadrži ispis nesuglasica figurnih (u sekundama) i sinusnih uvjeta (u jedinicama sedmog decimalnog mjesta), korelata i sumu $k \cdot \omega$. U daljnjim prilozima 6, 7, 8 i 9 prikazani su rezultati izjednačenja uključujući račun definitivnih dužina, koordinata te ocjenu točnosti. Obzirom da je oblik ispisa uvjetovan širinom papirnate trake elektroničkog računala, radi bolje preglednosti u prilozima 2 i 3 podvučeni su elementi na glavnim dijagonalama.

Treba uočiti da je za ovakvo izjednačenje mikromreže potrebno izvršiti vrlo malo predradnji, tj. treba samo srediti trig. obr. br. 2., obzirom da neposredno odavde uzimamo ulazne podatke, koje unosimo ručno u računalo.

Na drugom primjeru prikazat ćemo kako je programski riješeno izjednačenje mikromreže (slika 2) metodom posrednih mjerenja. U ovoj mreži izmjerena su 42 pravca pa će biti potrebno postaviti isto toliko jednadžbi pogrešaka. Točke II i VII zadane su koordinatama, pa je na taj način definiran koordinatni sustav mikromreže. Izjednačenjem treba odrediti koordinate preostalih šest točaka. Jednadžbe pogrešaka sastavljamo prema izrazima:

a) za pravac koji je opažan sa tražene točke »i« na traženu točku »r«

$$v_{ir} = a_{ir} \Delta x_i + b_{ir} \Delta y_i + a_{ri} \Delta x_r + b_{ri} \Delta y_r + \Delta z_i + f_{ir}$$

i obratno

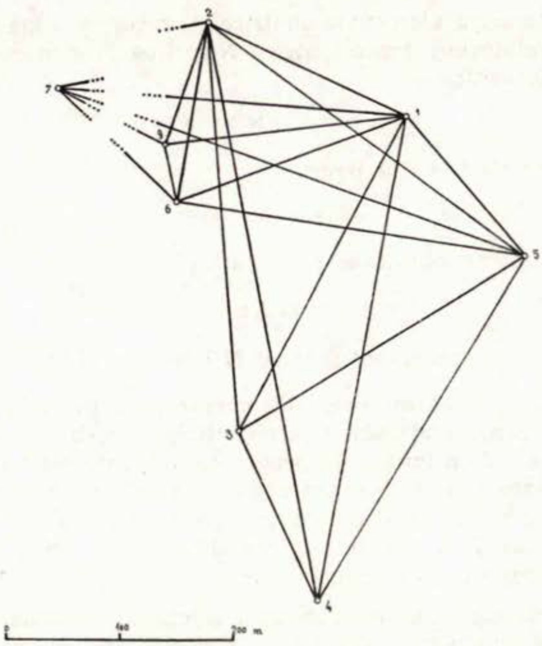
$$v_{ri} = a_{ri} \Delta x_r + b_{ri} \Delta x_r + a_{ir} \Delta x_i + b_{ir} \Delta y_i + \Delta z_r + f_{ri};$$

b) za pravac koji je opažan sa zadane točke »n« na traženu točku »r«

$$v_{nr} = a_{rn} \Delta x_r + b_{\ n} \Delta y_r + \Delta z_n + f_{nr}$$

i obratno

$$\Lambda_{rn} = a_{rn} \Delta x_r + b_{rn} \Delta y_r + \Delta z_r + f_{rn}, \text{ jer je } \Delta x_n = \Delta y_n = 0;$$



Sl. 2

c) za pravac opažan sa zadane točke »n« na zadanu točku »m«

$$v_{nm} = \Delta z_n + f_{nm}$$

i obratno

$$v_{m-} = \Delta z_m + f_{mn}, \text{ jer je } \Delta x_n = \Delta y_n = \Delta x_m = \Delta y_m = 0.$$

U ovim izrazima »a« i »b« su koeficijenti uz nepoznanice u jednadžbama pogrešaka, Δz je popravak orijentacije na određenom stajalištu, a »f« je slobodni član. Očito je da se za određenu mrežu koeficijenti uz nepoznanice u jednadžbama pogrešaka neće mijenjati ako u odabranim vremenskim razmacima ponavljamo opažanja cjelokupne mikromreže, već će se mijenjati samo slobodni članovi. Iz ovog proizlazi — pojednostavljeno govoreći — da će biti potrebno za svaku novu seriju opažanja izračunati slobodne članove jednadžbi pogrešaka, unijeti ih u svrsishodno sastavljen program izjednačenja kako bi se nakon izvođenja programa dobili konačni i sređeni rezultati izjedačenja.

Privremena orijentacija mjerenih pravaca na svim stajalištima izvršena je u trig. obr. br. 5 gdje su također računati slobodni članovi. U isti obrazac unijeti su pripadajući koeficijenti jednadžbi pogrešaka (prilog 10) koji su prethodno izračunati na poznati način. Na temelju ovih elemenata sastavljamo jendžbe pogrešaka:

$$v^1 = -\Delta z_1 \quad + 820{,}9\,\Delta x_1 + 1048{,}8\,\Delta y_1 - 820{,}9\,\Delta x_5 - 1048{,}8\,\Delta y_5 \pm 0$$

$$\vdots$$

$$v^{42} = \quad -\Delta z_9 - 1474{,}0\,\Delta x_6 - 3745{,}3\,\Delta y_6 + 1474{,}0\,\Delta x_9 + 3745{,}3\,\Delta y_9 - 0{,}65.$$

Koristeći se simbolikom matričnog računa jednadžbe pogrešaka možemo izraziti:

$$v = A \cdot x + f,$$

gdje je A matrica koeficijenata jednadžbi pogrešaka, x je vektor popravaka i f vektor slobodnih članova. Normalne jednadžbe dobit ćemo na temelju izraza:

$$A^T A x + A^T f = 0.$$

Ako uvedemo oznake:

$$A^T A = N \quad i \quad A^T f = n$$

normalne jednadžbe možemo prikazati na slijedeći način:

$$N x + n = 0,$$

a odavde možemo odrediti vektor nepoznanica:

$$x = - N^{-1} \cdot n = - Q \cdot n.$$

Matricu N čine elementi [aa], [ab] .... dok je vektor n sastavljen od elemenata [af], [bf] ....

Elementi matrice Q ovise o obliku mreže, tj. za odabranu mrežu oni su konstantni. Elementi na glavnoj dijagonali su koeficijenti težina nepoznanica te pomoću njih možemo računati srednje pogreške svih nepoznanica kao i položajne pogreške pojedinih točaka. Osim toga možemo — koristeći se elementima matrice Q — računati elemente elipsi pogrešaka. Ovu okolnost možemo svrsishodno koristiti u fazi projektiranja mreže.

Očito je da rezultati ovako provedenog izjednačenja mikromreže metodom posrednih opažanja pružaju šire mogućnosti u pogledu ocjene postignute točnosti i analize eventualnih položajnih pomicanja pojedinih točaka.

Kada smo na temelju izjednačenja odredili popravke koordinata, tada preostaje još računanje popravaka mjerenih pravaca kao i definitivna orijentacija pravaca na svim stajalištima.

Da bismo za svaku seriju opažanja mogli dobiti rezultate izjednačenja što brže i jednostavnije, moramo u programski tok unijeti koeficijente jednadžbi pogrešaka upravo zbog tora, što su nam potrebni za računanje popravaka pravaca. Za samo računanje popravaka koordinata zadovoljili bi nas jednom dobijeni koeficijenti inverzne matrice Q. Pretpostavimo li mogućnost da u svakoj seriji opažanja neće biti izmjereni uvijek svi pravci, moći ćemo obaviti izjednačenje mikromreže uz izvjesne preinake programa. Bit će potrebno poništiti sve koeficijente u jednadžbama pogrešaka za pravce koji nisu opažani, a za slobodne članove u odgovarajućim jednadžbama unijet ćemo ništice. Na izlaznoj listi popravci pravaca koji nisu opažani bit će ništice. Također će biti potrebno da se prilagodi onaj dio programa, koji se odnosi na račun srednje pogreške mjerenog pravca te na definitivnu orijentaciju pravaca. U odnosu na izjednačenje metodom uvjetnih mjerenja gdje ispuštanje pojedinih pravaca smanjuje broj uvjeta i zahtijeva znatnije promjene utvrđenog programskog toka — posredno izjednačenje ima izvjesnih prednosti.

Ocjena točnosti izvršena je na temelju slijedećih formula:

— srednja pogreška mjerenog pravca

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n - 3U - D}}$$

gdje je »n« broj svih opažanih pravaca, »U« broj traženih točaka i »D« broj zadanih točaka na kojima su opažani pravci;

— srednja pogreška nepoznanica

$$m_x = \pm m \sqrt{Q_{xx}}$$

$$m_y = \pm m \sqrt{Q_{yy}};$$

— srednja pogreška položaja točke

$$M = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2}.$$

Elementi elipsi pogrešaka računati su prema formulama:

— kut Θ što ga velika poluos A zatvara s osi X

$$\operatorname{tg} 2\,\Theta = \frac{2\,Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}};$$

— velika poluos

$$A^2 = \frac{m^2}{2}(Q_{xx} + Q_{yy} + K);$$

— mala poluos

$$B^2 = \frac{m^2}{2}(Q_{xx} + Q_{yy} - K);$$

$$K = \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4\,Q_{xy}^2}.$$

Kako broj normalnih jednadžbi do izvjesnog broja ne igra ulogu kada je riječ o stolnom računalu HP 9830 s kapacitetom 8000 riječi, prilikom formiranja jednadžbi pogrešaka nije izvršena eliminacija popravaka orijentacionog kuta tvorbom reduciranih koeficijenata. Također nije izvršeno spajanje jednadžbi pogrešaka primjenom Schreiberovih pravila. Kad ne bismo imali na raspolaganju odgovarajuća pomagala morali bismo se koristiti pogodnostima koje pruža primjena spomenutih pravila radi smanjenja opsega računskog posla. Kako je već prije spomenuto, za svaku seriju opažanja treba izvršiti privremenu orijentaciju pravaca, odnosno računanje slobodnih članova jednadžbi pogrešaka te ih ručno uvesti u računalo. Nakon izvođenja programa dobivaju se rezultati u obliku sistematiziranog ispisa kako je to vidljivo iz priloga.

ZUSAMMENFASSUNG

Verwendung der elektronischen Tischrechner ermöglicht die Lösung verchiedener Probleme aus täglicher Praxis. Es wird die Programmkonzeption der Ausgleichung von freien Kleintriangulationsnetzen nach bedingten und vermittelnden Beobachtungen an Hand von HP 9830 Rechner ausgelegt, mit zwei nummerichen Beispielen. Die Vorteile der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen werden betont.

$$
A=\begin{vmatrix}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.04 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +0.81 & 0 & 0 \\
+1 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +0.23 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.52 & 0 & 0 \\
+1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +10.22 & 0 & 0 \\
0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.70 & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.33 & 0 & 0 \\
0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +9.74 & 0 & 0 \\
0 & +1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -9.41 & -7.23 & 0 \\
0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +10.72 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.49 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1.18 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +10.64 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -11.82 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2.84 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & +3.57 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & -0.73 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -3.01 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & +6.26 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 & 0 & -3.25 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & +0.57 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +3.22 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.79 \\
0 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.20 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +7.70 & 0 \\
0 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.50 & 0 \\
-1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

$$
W^T=\begin{vmatrix} 1.04 & 2.83 & 3.80 & 0.85 & 1.85 & 1.35 & -0.42 & -0.12 & 0.24 & 7.22 & 24.16 & 1.37 \end{vmatrix}
$$

PRILOG 1

6.000000	-2.000000	2.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	21.010000
0.000000	0.000000			
-2.000000	6.000000	2.000000	-2.000000	0.000000
-2.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-20.000000
-4.730000	0.000000			
2.000000	2.000000	6.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	18.310000
0.000000	0.000000			
0.000000	-2.000000	0.000000	6.000000	-2.000000
2.000000	0.000000	0.000000	0.000000	9.410000
20.650000	0.000000			
0.000000	0.000000	0.000000	-2.000000	6.000000
2.000000	-2.000000	0.000000	0.000000	0.000000
-27.210000	3.790000			
0.000000	-2.000000	0.000000	2.000000	2.000000
6.000000	0.000000	0.000000	0.000000	9.410000
3.000000	0.000000			
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-2.000000
0.000000	6.000000	-2.000000	2.000000	0.000000
11.820000	-13.870000			
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	-2.000000	6.000000	2.000000	0.000000
0.000000	11.380000			
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	2.000000	2.000000	6.000000	0.000000
0.000000	-1.890000			
21.010000	-20.000000	18.310000	9.410000	0.000000
9.410000	0.000000	0.000000	0.000000	380.884000
68.034300	0.000000			
0.000000	-4.730000	0.000000	20.650000	-27.210000
3.000000	11.820000	0.000000	0.000000	68.034300
526.265800	0.000000			
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.790000
0.000000	-13.870000	11.380000	-1.890000	0.000000
0.000000	105.211000			

PRILOG 2

INVERSE MATRIX:

0.271984	0.155895	-0.135489	0.042127	-0.001054
0.042068	0.000375	-0.000007	-0.000095	-0.002339
-0.000252	0.000086			
0.155895	0.449638	-0.277098	0.090192	-0.017780
0.089195	0.006323	-0.000123	-0.001607	0.024660
-0.004255	0.001458			
-0.135489	-0.277098	0.375776	-0.047348	0.014833
-0.046516	-0.005275	0.000102	0.001341	-0.023456
0.003550	-0.001217			
0.042127	0.090192	-0.047348	0.299920	0.146330
-0.117915	0.089781	0.042133	-0.043586	0.001062
-0.004874	0.001224			
-0.001054	-0.017780	0.014833	0.146330	0.383707
-0.184231	0.147183	0.084895	-0.078940	-0.002804
0.012044	-0.005020			
0.042068	0.089195	-0.046516	-0.117915	-0.184231
0.297793	-0.076302	-0.042395	0.040159	0.000905
-0.004198	0.001885			
0.000375	0.006323	-0.005275	0.089781	0.147183
-0.076302	0.388840	0.128945	-0.163436	0.000997
-0.004283	0.029076			
-0.000007	-0.000123	0.000102	0.042133	0.084895
-0.042395	0.128945	0.299602	-0.149512	-0.000019
0.000083	-0.021151			
-0.000095	-0.001607	0.001341	-0.043586	-0.078940
0.040159	-0.163436	-0.149512	0.271723	-0.000253
0.001089	0.002351			
-0.002339	0.024660	-0.023456	0.001062	-0.002804
0.000905	0.000997	-0.000019	-0.000253	0.005248
-0.000671	0.000230			
-0.000252	-0.004255	0.003550	-0.004874	0.012044
-0.004198	-0.004283	0.000083	0.001089	-0.000671
0.002883	-0.000988			
0.000086	0.001458	-0.001217	0.001224	-0.005020
0.001885	0.029076	-0.021151	0.002351	0.000230
-0.000988	0.015849			

PRILOG 3

OPAZANI PRAVCI
****

BROJ PRAVCA	MJERENI PRAVAC
1	0 0 0.00
2	69 3 10.40
3	96 6 45.15
30	0 0 0.00
31	27 20 33.05
32	98 45 35.52

RACUNANJE NESUGLASICA UVJETNIH JEDNADZBI
****

A/ NESUGLASICE FIGURNIH UVJETNIH JEDNADZBI:

W 1= 1.04
W 2= 2.83

W 9= 0.24

B/ NESUGLASICE SINUSNIH UVJETNIH JEDNADZBI

W 10= 7.22
W 11= 24.16
W 12= 1.37

VRIJEDNOSTI KORELACIJSKIH KOEFICIJENATA
****

K 1= -0.276796
K 2= -0.620043

K 11= -0.079146
K 12= 0.015703

SUMA K.W= -6.979928

PRILOG 4 i PRILOG 5

PREGLED REZULTATA IZJEDNACENJA

MJERENI PRAVAC				POPRAVAK	POPRAVLJENI PRAVAC		
1	0	0	0.00	0.27	0	0	0.27
2	69	3	10.40	0.35	69	3	10.75
3	96	6	45.15	-0.62	96	6	44.53
4	0	0	0.00	0.59	0	0	0.59
5	12	28	13.42	0.38	12	28	13.80
6	84	5	25.25	-0.97	84	5	24.28
7	0	0	0.00	0.96	0	0	0.96
8	68	51	3.80	-0.31	68	51	3.49
9	81	2	17.95	0.28	81	2	18.23
10	97	16	12.28	-0.41	97	16	11.87
11	128	18	30.42	-0.52	128	18	29.90
12	143	51	3.52	0.70	143	51	4.22
13	251	52	3.70	-0.88	251	52	2.82
14	263	3	44.10	0.14	263	3	44.24
15	305	7	31.08	0.01	305	7	31.09
16	19	17	29.22	0.02	19	17	29.24
17	0	0	0.00	-0.06	359	59	59.94
18	30	32	12.58	0.11	30	32	12.69
19	70	50	51.78	-0.05	70	50	51.73
20	80	47	24.26	-0.01	80	47	24.25
21	115	46	34.22	0.09	115	46	34.31
22	148	41	54.38	-0.07	148	41	54.31
23	288	13	9.08	0.03	288	13	9.11
24	0	0	0.00	-0.00	359	59	60.00
25	33	14	1.52	0.73	33	14	2.25
26	62	59	4.65	-0.44	62	59	4.21
27	186	44	39.12	-0.32	186	44	38.80
28	319	59	27.95	0.74	319	59	28.69
29	335	17	11.30	-0.57	335	17	10.73
30	0	0	0.00	0.46	0	0	0.46
31	27	20	33.05	-0.34	27	20	32.71
32	98	45	35.52	-0.28	98	45	35.24

SUMA V= -0.00
SUMA VV= 6.979910

SREDNJA GRESKA IZJEDNACENOG PRAVCA

M= 0.763

PRILOG 6

ZAVRSNE KONTROLE
****

A/ NESUGLASICE FIGURNIH UVJETNIH JEDNADZBI NAKON IZJEDNACENJA:

W 1=	0.00
W 2=	0.00
W 3=	0.00
W 4=	0.00
W 5=	0.00
W 6=	0.00
W 7=	0.00
W 8=	0.00
W 9=	0.00

B/ NESUGLASICE SINUSNIH UVJETNIH JEDNADZBI NAKON IZJEDNACENJA:

W 10=	0.00
W 11=	0.00
W 12=	0.01

PRILOG 7

RACUN DEFINITIVNIH DUZINA
****

TOCKA A	- TOCKA B	DUZINA
1	2	329.194
2	3	160.570
3	4	145.855
⋮		
7	4	151.553
6	4	269.327
7	5	267.566

PRILOG 8

RACUN POLIGONSKOG VLAKA
****

TOCKA	PRELOMNI KUTEVI	SMJERNI KUTEVI	DUZINA	KOORDINATE Y	KOORDINATE X
6					
		180 0 0.00			
7	258 31 29.69			500.0000	500.0000
		258 31 29.69	111.542		
8	138 46 6.55			390.6878	477.8097
		217 17 36.24	74.994		
1	96 6 44.26			345.2492	418.1488
		133 24 20.50	329.194		
2	84 5 23.69			584.4105	191.9401
		37 29 44.19	160.570		
3	128 18 28.94			682.1497	319.3365
		345 48 13.13	145.855		
4	235 26 25.02			646.3793	460.7374
		41 14 38.15	163.475		
5	70 50 51.79			754.1526	583.6555
		292 5 29.94	274.290		
6	67 54 30.06			500.0000	686.8130
		180 0 0.00	186.813		
7	258 31 29.69			500.0000	500.0000

PREGLEDNI SPISAK TRIANGULACIJE

broj pravca	Vizurna tačka	Da li su pravci jedno ili obostrano opaženi	Koordinate i direkcioni uglovi uzeti su iz obrasca	Definitivni direkcioni uglovi v. Θ °	'	"	Pravci su uzeti	Opažani pravci °	'	"	Razlike v − a, Θ − v, Sred. orij. ugao $O = \frac{[v-a]}{k}$, $O = \frac{[\Theta-a]}{k}$ °	'	"	Orijentisani pravci φ − a + O °	'	"	Popravka v = = Θ − φ ili v − φ +	−
	1	2	3	4			5	6			7			8			9	
		a_{ik}	b_{ik}					Privremena			orijentacija							
	(k)							Stajalište			⊙	1	(i)					
				Y_0=	2		503	632,3				X_0=	1	919	356,7			
1	⊙ 5	820,9	1048,8	141	56	58,11	2.2	243	32	10,00	258	24	48,11	141	56	58,11	0	0
2	⊙ 4	−92,0	474.5	190	58	08.49	"	292	33	20,93		24	47.56	190	58	09.04		0,55
3	⊙ 3	−331,7	608.6	208	35	37.69	"	310	10	52,83		24	44,86	208	35	40,94		3,25
4	⊙ 6	−938.9	330.2	250	37	29.51	"	352	12	42,83		24	46,68	250	37	30.94		1,43
5	⊙ 9	−953,4	93,7	264	23	04.26	2.20	5	58	10,83		24	53,43	264	22	58.94	5,32	
6	⊙ 7	−399,3	−63.9	279	05	50,11	2.2	20	41	00,47		24	49,64	279	05	48,58	1,53	
7	⊙ 2	−958,5	−432,3	294	16	27.69	"	35	51	41,17		24	46,52	294	16	29,28		1,59
					53	35.86			59	59,06		53	36,80		53	35,83	6,85	6,82
					59	59,06			53	36,77	258	24	48,11					
					53	36,80			53	35,83								

PRILOG 9 i 10

SLOBODNI CLANOVI JEDNADZBI POGRESAKA
****

BROJ PRAVCA	VRIJEDNOSTI SL. CLANOVA
1	0.00
2	-0.55
3	-3.25
4	-1.43
5	5.32
6	1.53
7	-1.59
40	-0.21
41	0.36
42	-0.65

PRILOG 11

POPRAVCI PRAVACA NAKON IZJEDNACENJA
****

BROJ PRAVCA	POPRAVAK
1	-0.10
2	0.55
3	0.04
4	-1.70
5	2.22
6	-0.32
7	-0.69
40	-2.45
41	-0.35
42	2.89

PRILOG 13

RACUN DEFINITIVNIH KOORDINATA
****

TOCKA	KOORDINATE PRIJE IZJEDNACENJA Y	X	POPRAVCI KOORDINATA NAKON IZJEDNACENJA DY	DX	KOORDINATE NAKON IZJEDNACENJA Y	X
I	2503.632	1919.356	-0.0089	0.0009	2503.6231	1919.3569
II	2324.812	2000.000			2324.8120	2000.0000
III	2361.218	1658.083	0.0076	-0.0193	2361.2104	1658.1023
IV	2422.425	1500.373	0.0118	-0.0201	2422.4132	1500.3931
V	2599.087	1797.401	0.0146	-0.0058	2599.0724	1797.4068
VI	2308.118	1850.600	0.0010	-0.0056	2308.1170	1850.6056
VII	2000.000	2000.000			2000.0000	2000.0000
IX	2289.350	1898.287	-0.0017	-0.0009	2289.3517	1898.2879

OCJENA TOCNOSTI
****

SUMA VV= 68.26014
SUMA VV= 68.24893

SREDNJA POGRESKA MJERENOG PRAVCA = 1.761 SEK

TOCKA	SREDNJE POGRESKE NEPOZNANICA MM	MM	SREDNJE POGRESKE POLOZAJA MM	ELEMENTI ELIPSI POGRESAKA MM	MM	STUP
	MX	MY	M	A	B	THETA
I	2.15	3.98	4.52	4.3	1.3	29.21
II						
III	7.48	2.23	7.81	7.5	2.2	90.65
IV	11.35	3.12	11.78	11.4	2.9	96.00
V	4.94	5.95	7.73	7.5	1.9	66.77
VI	2.62	0.93	2.78	2.6	0.8	9.31
VII						
IX	1.69	0.93	1.93	1.8	0.7	26.06

PRILOG 12

DEFINITIVNA ORIJENTACIJA

STAJALISTE: 1

Y= 2503.6231 X= 1919.3569

TOCKA	NI	PRAVAC	ORIJENTACIJA	FI	POPR
5	141 57 0.06	243 32 10.00	258 24 50.06	141 57 0.16	-0.10
4	190 58 11.65	292 33 20.93	258 24 50.72	190 58 11.09	0.56
3	208 35 43.04	310 10 52.83	258 24 50.21	208 35 42.99	0.04
6	250 37 31.29	352 12 42.83	258 24 48.46	250 37 32.99	-1.70
9	264 23 3.21	5 58 10.83	258 24 52.38	264 23 0.99	2.22
7	279 5 50.31	20 41 0.47	258 24 49.84	279 5 50.63	-0.33
2	294 16 30.64	35 51 41.17	258 24 49.47	294 16 31.33	-0.69

SREDINA= 258 24 50.16

PRILOG 14