

# PRENUMERACIJA KARTOGRAFSKIH MREŽA ELEKTRONIČKIM RAČUNALIMA I CRTAČIMA

Nedjeljko FRANČULA — Zagreb

Teoriju prenumeracije kartografskih mreža (mreža meridijana i paralela) razvio je krajem trećeg desetljeća ovog stoljeća njemački matematičar K. Siemon [2]. Tim postupkom moguće je od poznatih projekcija razviti mnoge nove varijante. Princip postupka sastoji se u tome da se u nekoj postojećoj kartografskoj mreži prenumerira mreža meridijana i paralela, tj. da se meridijanima i paralelama dadu nove vrijednosti. Tako prenumeriranu mrežu potrebno je vratiti na prvobitno mjerilo pri čemu su još moguća afina istezanja u smjeru obiju koordinatnih osi. Postupak prenumeracije moguće je poopćiti kao što je to uradio Siemon u [3] tako da umjesto linija meridijana i paralela prenumeriramo točke.

Ti postupci koje u kartografskoj terminologiji nazivamo prenumeracijama (njemački das Umbeciffern) zapravo su transformacije kartografskih mreža određenih jednadžbama

$$\begin{aligned}x' &= x'(\varphi', \lambda'), \\y' &= y'(\varphi', \lambda'),\end{aligned}\quad (1)$$

pomoću funkcija oblika

$$\begin{aligned}\varphi' &= \varphi'(\varphi, \lambda), \\ \lambda' &= \lambda'(\varphi, \lambda).\end{aligned}\quad (2)$$

Funkcije (2) mogu se u principu potpuno slobodno birati. Prenumeracija linija meridijana i paralela specijalan je slučaj opće teorije, u kojem meridijani i paralele ishodišne mreže prelaze u meridijane i paralele nove mreže. Potrebe prakse zadovoljava i taj poseban slučaj opće teorije, kojim je moguće razviti dovoljno raznolike varijante. Dodatni uvjet da ishodište ishodišne mreže bude i ishodište prenumerirane mreže, također, nije nikakvo ograničenje što se tiče mogućnosti dobivanja novih varijanata. Uz navedena ograničenja jednadžbe (2) imaju oblik

$$\begin{aligned}\varphi' &= \varphi'(\varphi), \\ \lambda' &= \lambda'(\lambda).\end{aligned}\quad (3)$$

Za razvoj novih varijanata Siemon je koristio površinski proporcionalnu prenumeraciju u kojoj nova projekcija ima u odgovarajućim točkama iste deformacije površina kao i ishodišna projekcija. Znači ako je ishodišna projekcija ekvivalentna onda je i prenumerirana projekcija ekvivalentna. Za površinski proporcionalnu prenumeraciju moraju jednadžbe (3) imati oblik

$$\begin{aligned}\lambda' &= C_n \lambda, \\ \sin \varphi' &= C_m \sin \varphi.\end{aligned}\quad (4)$$

Izvršimo li međutim prenumeraciju supstitucijom

$$\begin{aligned}\lambda' &= C_n \lambda, \\ \varphi' &= C_m \varphi\end{aligned}\quad (5)$$

novo dobivena projekcija izgubit će svojstva (konformnost, ekvivalentnost) ishodišne projekcije. Jednadžbe (5) pretežno se koriste za prenumeraciju uvjetnih projekcija.

Novo dobivena projekcija određena je u oba načina prenumeracije jednadžbama

$$\begin{aligned}x(\varphi, \lambda) &= \frac{x'(\varphi', \lambda')}{C_k \sqrt{C_m C_n}}, \\ y(\varphi, \lambda) &= \frac{C_k y'(\varphi', \lambda')}{\sqrt{C_m C_n}}\end{aligned}\quad (6)$$

gdje su  $C_m$ ,  $C_n$  i  $C_k$  pozitivne konstante. Dijeljenjem s  $\sqrt{C_m C_n}$  vratit ćemo prenumeriranu mrežu na prvobitno mjerilo, a množenjem s  $C_k$  i  $\frac{1}{C_k}$  postizemo recipročno proporcionalno istezanje u smjeru obiju koordinatnih osi.

Konstante  $C_m$  i  $C_n$  najsvrsishodnije je odrediti na slijedeći način: Izdvojimo li u ishodišnoj projekciji područje do paralele sa širinom  $\varphi'_1$  kojoj će u prenumeriranoj projekciji odgovarati paralela sa širinom  $\varphi_1$  odredili smo konstantu  $C_m$ . Kod prenumeracija projekcija za karte svijeta imamo na taj način mogućnost da po volji određujemo dužinu linije pola. Na isti način, omeđimo li područje preslikavanja meridijanom  $\lambda'_1$  kome u prenumeriranoj projekciji odgovara meridijan  $\lambda_1$  odredili smo konstantu  $C_n$ , a time i zakrivljenost paralela kod projekcija s krivolinijskim paralelama.

Da bismo kod prenumeracije projekcija za karte svijeta mogli po volji odrediti odnos dužine srednjeg meridijana prema dužini ekvatora uvodimo konstantu  $C_p$  koja je jednaka odnosu dužine ekvatora i srednjeg meridijana:

$$C_p = \frac{y_0}{x_0} \quad (7)$$

Zadamo li unaprijed  $C_p$  tada iz (7) i (6) slijedi

$$C_k = \sqrt{\frac{C_p x'_0}{y'_0}}$$

gdje je  $y'_0$  dužina ekvatora a  $x'_0$  dužina srednjeg meridijana izdvojenog područja ishodišne projekcije. Promjenom konstante  $C_p$  mijenjaju se deformacije kutova dok deformacije površina ostaju nepromijenjene.

Da bismo imali mogućnost da i deformacije površina po volji mijenjamo uvedimo novu konstantu  $C_a$ . Pomnožimo li ordinate proizvoljno izabranom vrijednošću konstante  $C_a$ , dobit ćemo mjerilo površina u ishodištu, ili ako je ishodišna projekcija ekvivalentna a prenumeraciju vršimo preko (5) na ekvatoru, jednako konstanti  $C_a$ . Novo dobivena projekcija bit će u tom slučaju određena jednadžbama (6) pri čemu je izraz za  $y$  potrebno pomnožiti s  $C_a$ .

Postupkom prenumeracije razvio je Wagner u [4] i [5] iz poznatih projekcija nekoliko novih varijanata. Zbog vrlo obimnih računanja i crtanja potrebnih za analizu, Wagner često nije bio u mogućnosti novo predložene varijante usporediti prema veličini i rasporedu deformacija s već postojećim projekcijama. Primjena elektroničkih računala i crtača (plottera) pruža postupku prenumeracije nove mogućnosti.

Postupak prenumeracije i analizu deformacija novo dobivenih varijanata elektroničkim računalima i crtačima razradio sam i primijenio u [1]. Navedeni postupak bit će ovdje primijenjen za prenumeraciju polikonusne projekcije za karte svijeta s namjerom da se ispita u kojoj se mjeri, pri razvijanju nove varijante, postupkom prenumeracije mogu ispuniti neki unaprijed postavljeni uvjeti.

Smatramo li Zemlju kuglom polumjera  $R = 1$ , pravokutne koordinate u jednostavnoj polikonusnoj projekciji računamo po formulama

$$\begin{aligned} x' &= \varphi' + \operatorname{ctg} \varphi' [1 - \cos(\lambda' \sin \varphi')], \\ y' &= \operatorname{ctg} \varphi' \sin(\lambda' \sin \varphi'). \end{aligned} \quad (8)$$

Vršimo li prenumeraciju preko (5) tada jednadžbe novo dobivenih varijanata imaju oblik

$$\begin{aligned} x &= C_x C_m \varphi + C_x \operatorname{ctg} (C_m \varphi) \{1 - \cos [C_n \lambda \sin(C_m \varphi)]\}, \\ y &= C_x C_y \operatorname{ctg}(C_m \varphi) \sin[C_n \lambda \sin(C_m \varphi)], \end{aligned} \quad (9)$$

gdje pojedine oznake imaju ova značenja

$$C_x = \frac{1}{C_k \sqrt{C_m C_n}} \quad C_y = \frac{C_k}{\sqrt{C_m C_n}} \quad C_k = \sqrt{\frac{C_p \varphi_1}{\lambda_1}} \quad C_m = \frac{\varphi_1}{90^\circ} \quad C_n = \frac{\lambda_1}{180^\circ} \quad (10)$$

Izborom konstanti  $\varphi_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $C_p$  i  $C_n$  imamo mogućnost da mijenjamo: odnos dužine ekvatora prema dužini srednjeg meridijana, dužinu linije pola, zakrivljenost meridijana i paralela i raspored deformacija. Izbor vrijednosti navedenih konstanta možemo izvršiti, ili prema nekim matematičkim kriterijima kao što je to urađeno u [1], ili prema specifičnim zahtjevima sadržaja i namjene pojedine karte.

Da bi se dobila varijanta polikonusne projekcije pogodna kao osnova za izradu opće geografske karte svijeta postavljeni su slijedeći uvjeti: mreža meridijana i paralela treba da je simetrična u odnosu na ekvator i srednji meridijan; meridijani i paralele treba da su blago zakrivljene linije; pol treba da je linija kojeg se dužina prema dužini ekvatora treba da odnosi kao 1:3; dužina srednjeg meridijana prema dužini ekvatora treba da se odnosi kao 1:1,6—2; deformacije površina i kutova treba da su što je moguće manje, a maksimalne deformacije površina u postocima treba da su jednake maksimalnim deformacijama kutova u stupnjevima, pri čemu deformacije površina u ishodištu ne smiju da budu veće od 15—20%.

Za izvršenje navedenog zadatka na raspolaganju su bili elektroničko računalo IBM 7090/1410 i bubanj-crtač CALCOMP Računskog centra Univerziteta u Bonnu. Da bi se traženje varijante koja najbolje odgovara postavljenim uvjetima moglo izvršiti tim elektroničkim računalom i crtačem napisane su FORTRAN programi za iscrtavanje mreže meridijana i paralela s konturama kontinenata i izokolama mjerila površina »p« i maksimalnih deformacija kutova »w«.

Za iscrtavanje mreže meridijana i paralela izračunate su pravokutne koordinate  $y$  i  $x$  za svakih  $5^\circ$  po dužini i širini. Iscrtan je tada svaki drugi meridijan i svaka druga paralela. Time su izbjegnuti vidljivi lomovi linija.

Radi iscrtavanja kontura kontinenata elektroničkim crtačem očitane su s karte svijeta u Mercatorovoj projekciji (mjerila duž ekvatora 1:30 000 000) geografske koordinate 1219 točaka kontura kontinenata. Očitane koordinate izbušene su na kartice i time je stvorena mala »banka podataka« koja omogućuje da se konture kontinenata isrtaju u bilo kojoj projekciji.

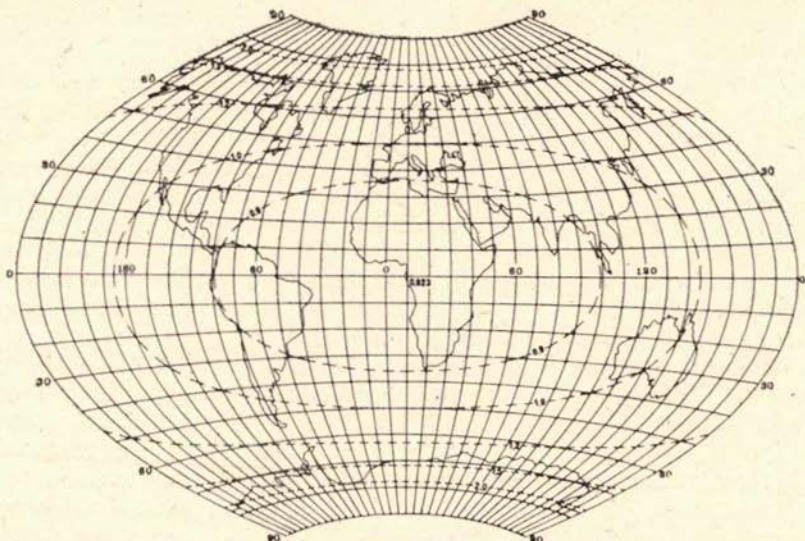
Kako je čitav program za iscrtavanje mreže meridijana i paralela s konturama u polikonusnoj projekciji izbušen na kartice, to prijelaz sa jedne va rijante na drugu zahtijeva promjenu samo jedne od četiriju kartica na kojima su izbušene vrijednosti konstanata.

Da bi se elektroničkim crtačem mogle iscrtati i izokole »p« i »w« potrebne je izračunati pravokutne koordinate presjeka izokola s mrežom meridijana i paralela. U tu svrhu izračunati su mjerilo površina i maksimalne deformacije kutova u svim točkama mreže za  $\Delta\varphi = 5^\circ$  i  $\Delta\lambda = 5^\circ$  i smješteni u memoriji računala u matricama  $P(I, J)$  i  $W(I, J)$ .

Ispitivanjem duž svih kolona i redova matrica ustanovljeno je između kojih točaka prolaze pojedine izokole a zatim su linearnom neterpolacijom, što je zbog gustine mreže od  $5^\circ$  moguće, izračunate geografske koordinate presjeka izokola s mrežom meridijana i paralela, a preko jednadžbi projekcije i pravokutne koordinate tih točaka. Točke su zatim poredane, na svakoj izokoli koja siječe ekvator, po veličini smjernog kuta od ishodišta prema danoj točki.

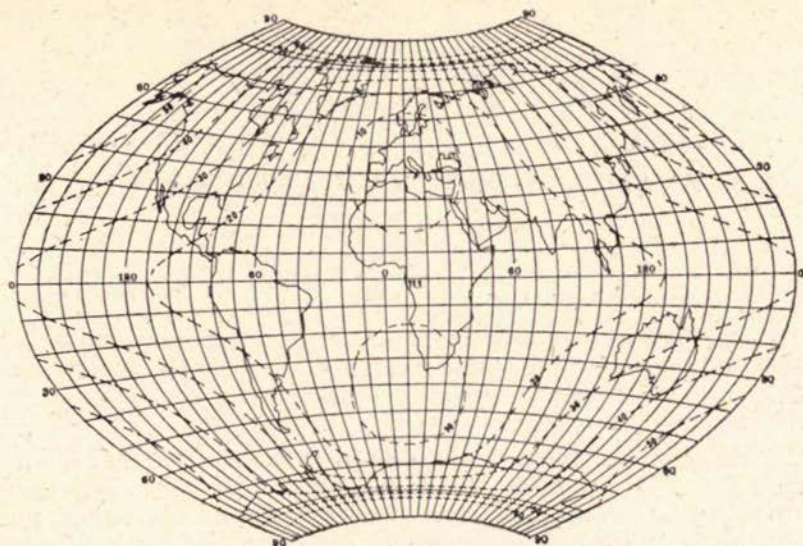
Na izokolama koje ne sijeku ekvator, točke su poredane po veličini smjernog kuta, od jedne točke na srednjem meridijanu unutar izokole, prema danoj točki.

Sve navedene operacije dio su programa, rezultat kojega je paket bušenih kartica, na opisan način izračunatim i sortiranim pravokutnim koordinatama presjeka izokola s mrežom meridijana i paralela, dobiven preko izlazne jedinice bušača kartica. Taj paket bušenih kartica prilaže se programu za iscrtava-



Slika 1a

vanje i kao rezultat dobije se iscrtana mreža meridijana i paralela s konturama kontinenata i izokolama »p« (sl. 1a) i »w« (sl. 1b).



Slika 1b

Na slici je varijanta koja između desetak ispitanih varijanata najbolje odgovara postavljenim zahtjevima. Za pojedine konstante dobiveni su slijedeći iznosi:  $\varphi_1 = 70^\circ$ ,  $\lambda_1 = 50^\circ$ ,  $C_p = 2$ ,  $C_a = 0,832$ . Dužina linije pola prema dužini ekvatora odnosi se kao 1:3,16 a dužina srednjeg meridijana prema dužini ekvatora kao 1:1,65.

Izvršena analiza i dobiveni rezultat pokazuju da je postupkom prenumeracije moguće u velikoj mjeri ispuniti postavljene zahtjeve o izgledu mreže meridijana i paralela, odnosu dužine linije pola i srednjeg meridijana prema dužini ekvatora i rasporedu deformacija.

**ZUSAMMENFASSUNG:** Am Beispiel der polykonischen Abbildung für die Weltkarten wurde untersucht, wie weit man mit dem Umbeziffern von Kartennetzen (mittels elektronischer Rechenmaschinen und Zeichenautomaten) die vorgeschriebenen Bedingungen erfüllen kann.

#### LITERATURA:

- [1] Frančula, N.: Die vorteilhaftesten Abbildungen in der Atlaskartographie (Doktorska disertacija), Bonn 1971.
- [2] Siemon, K.: Flächenproportionales Umgraden von Kartentwürfen. Mitteilungen des Reichsamts für Landesaufnahme 13, 1937, 2, str. 88—102.
- [3] Siemon, K.: Flächenproportionales Umbeziffern der Punkte in Kartenentwürfen. Mitteilungen des Reichsamts für Landesaufnahme 14, 1938, 1, str. 34—41.
- [4] Wagner, Kh.: Neue ökumenische Netzentwürfe für die kartographische Praxis. Jahrbuch der Kartographie Leipzig 1941, str. 176—202.
- [5] Wagner, Kh.: Kartographische Netzentwürfe. Mannheim 1962.