

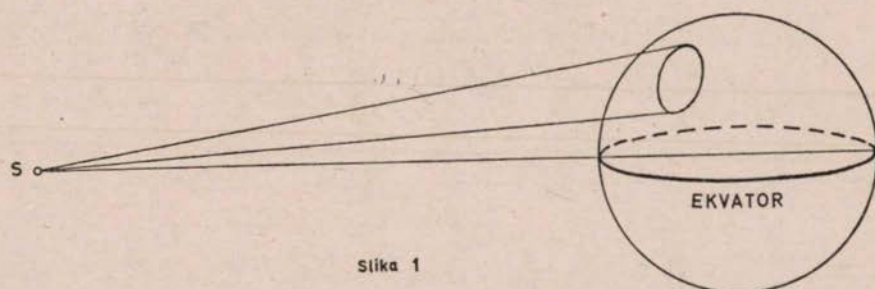
# PRORAČUN OTVORA SNOPA ZA POKRIVANJE JUGOSLAVIJE SA RADIO-DIFUZNIM PROGRAMOM GEOSTACIONIRANOG SATELITA

Ivan KOVAČ — Zagreb

## Uvod

U ovom dokumentu (Com. T (K3) — 23. U.E.R. Union Européenne de Radiodifusion), Bruxelles, 12. siječnja 1973. god. objavljen je moj prilog pod naslovom: »Calcul du faisceau nécessaire pour couvrir la Jugoslavie a partir d'un satellite geostationnaire« u kojem sam iznio niže navedeni proračun, osvrćući se na »BBC Research report 1970/3.«

Originalni, gore navedeni prilog, u ovom članku je u nekoliko izmjenjen, jer se ovdje obračam drugoj vrsti stručnjaka, koja u većini nije imala prilike čitati u BBC-ovom Research reportu »Satellite Broadcasting service areas«. Budući da nisam ponovo radio sve slike, kao ni organigram, to je ostala ona oznaka, koja je uobičajena u stranoj literaturi ove vrste, pa je tako između ostalog geografska širina označena sa  $\theta$ , a dužina sa  $\varnothing$ , umjesto kod nas uobičajenih  $\varphi$  i  $\lambda$ .



Slika 1

Slika 1 — Tipičan slučaj pokrivanja teritorija iz geostacionarnog satelita

Dvije osnovne karakteristike satelita za koje će se ovdje prikazati proračun otvora snopa, a koje saznajemo iz postojeće literature, jesu slijedeće:

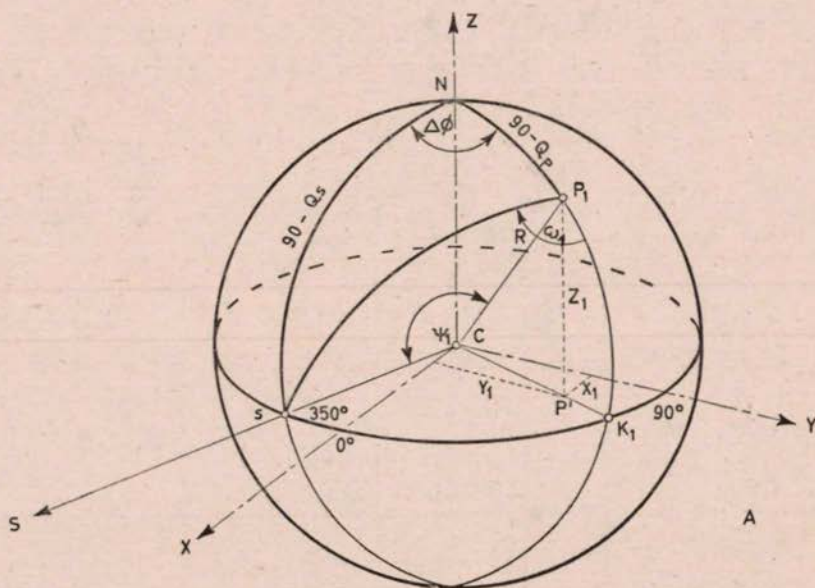
1. Riječ je o geostacionarnom satelitu, što znači da se satelit nalazi u ekvatorijalnoj ravnini i da rotira oko zemlje ne samo u istom smjeru kao zemlja nego i istom kutnom brzinom. Time je u stvari rečeno da za svaku točku na zemlji sa koje se vidi satelit, jedanput postavljeni odnosi, bili bi trajni odnosi, što je od posebne važnosti za međusobno usmjeravanje odgovarajućih antena.

Adresa autora: Ivan Kovač, dipl. inž. Zagreb, Flajpanova 9a





- $s$  — subsatelitska točka;  
 $\zeta_n$  — kut  $Q_2P_1Q_n$  u ravnini  $\Gamma$ ;  
 $\delta_1$  — elevacioni kut iz točke  $P_1$  prema satelitu;  
 $\alpha$  — otvor, apertura snopa isijavanja;  
 $\gamma_w$  — kut kojega čini  $CP_1$  sa  $P_1Q_n$ .  
 Iz slike 3 vidimo:  
 $x_1 = R \cos \Theta_1 \cos \phi_1$   
 $y_1 = R \sin \Theta_1 \sin \phi_1$   
 $z_1 = R \sin \Theta_1$   
 $k_1$  — nalazi se na ekvatoru ravno na jug od  $P_1$  (na istom meridijanu)  
 $S$  — položaj satelita dan je koordinatama:  $x_s = D \cos \phi_s$ ;  $y_s = D \sin \phi_s$ ;  
 $z_s = 0$ .  
 $\phi_s$  — geografska dužina od  $S$   
 $\phi_1$  — geografska dužina  $P_1$   
 $\Theta_1$  — geografska širina  $P_1$   
 $\psi_1$  — kut  $SCP_1$  za kojega ćemo izvesti izraz pomoću kosinusovog sfernog  
 poučka:



Slika 3

- $\cos (s - P_1) = \cos (90 - \theta_s) \cos (90 - \theta_1) + \sin$   
 $(90 - \theta_s) \sin (90 - \theta_1) \cos \Delta\phi$   
 —  $\cos \psi_1 = \sin \theta_s \sin \theta_1 + \cos \theta_s \cos \theta_1 \cos \Delta\phi$   
 — Uvrštivši u ovaj izraz  $\theta_s = 0$ , imamo  $\cos \psi_1 = \cos \theta_1 \cos \Delta\phi$

Iz slike 2. pomoću kosinusovog poučka dolazimo do slijedećeg izraza

$$SP_1^2 = D^2 + R^2 - 2DR \cos \psi_1 \quad (2)$$

Iz slike 2. također imamo:  $SP_1 \sin (90 + \delta_1) = D \sin \psi_1$ , odnosno  $\cos \delta_1 \cdot SP_1 = D \sin \psi_1$ , pa možemo doći do izraza

$$\cos \delta_1 = D \cdot \sin \psi_1 : SP_1 \dots \text{ili} \dots \sin \delta_1 = (D \cos \psi_1 - R) : SP_1 \quad (3)$$

Dobivši izraze za  $\delta_1$  možemo za svaki  $\xi$  izračunati kut  $\gamma_n$ , koji će nam kasnije trebati po formuli:

$$\cos \gamma_n = \cos \delta_1 \cos \xi_n = D \cdot \sin \psi_1 \cdot \cos \xi_n : SP_1 \quad (4)$$

I na kraju ovog dijela iz pravokutnog sfernog trokuta (sl. 3) s,  $K_1$ ,  $P_1$ , možemo reći:

$$\sin \omega_1 = \sin \Delta \phi : \sin \psi_1 \quad (5)$$

Ovime smo u mogućnosti da izračunamo i nacrtamo elipsu pokrivanja kada je riječ o dovoljno malim aperturama, da možemo oblik snopa smatrati valjkom polumjera  $r$ , a teritorij kojeg treba pokriti dijelom tangencijalne ravnine u tački  $P_1$ . Naime, presjek tog valjka sa ravninom  $\Gamma$  jeste kružnica radiusa  $r$ , a njegov presjek sa tangencijalnom ravninom  $\Delta$  je elipsa, čija velika poluos  $a = r \operatorname{cosec} \delta_1$ , a mala poluos  $b = r$ . Odnos velike i male poluosi s obzirom na  $\Theta_1$ , i  $\Delta \phi = \phi_s - \phi_1$  dani su u tabeli 1. ( $a : b$ )

Tabela 1

$\phi_s - \phi_1$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$
$\Theta_1$									
$0^\circ$	1	1.021	1.090	1.220	1.446	1.850	2.673	5.009	42.68
$10^\circ$	1.021	1.043	1.113	1.246	1.477	1.891	2.736	5.153	48.21
$20^\circ$	1.090	1.113	1.188	1.330	1.577	2.022	2.940	5.633	78.25
$30^\circ$	1.220	1.246	1.330	1.489	1.769	2.277	3.344	6.634	—
$40^\circ$	1.446	1.477	1.577	1.769	2.108	2.736	4.098	8.718	—
$50^\circ$	1.850	1.891	2.022	2.277	2.736	3.609	5.633	14.12	—
$60^\circ$	2.673	2.736	2.940	3.344	4.098	5.633	9.789	48.21	—
$70^\circ$	5.009	5.153	5.633	6.634	8.718	14.12	48.21	—	—
$80^\circ$	42.68	48.21	78.25	—	—	—	—	—	—



Smjer velike osi elipse određen je kutom  $\omega_1$ . Unášajući u jednadžbu (5) promjene za svakih  $10^0$  dobili smo tabelu 2.

$\Theta$		$0^0$	$10^0$	$20^0$	$30^0$	$40^0$	$50^0$	$60^0$	$70^0$	$80^0$
$\phi_s - \phi_1$										
$0^0$	—	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	$0^0$
$10^0$	$90^0$	$45^027'$	$27^016\frac{1}{2}'$	$19^025\frac{1}{2}'$	$15^020'$	$12^058'$	$11^030\frac{1}{2}'$	$10^038'$	$10^09'$	
$20^0$	$90^0$	$64^030'$	$46^047'$	$36^03'$	$29^031'$	$25^025'$	$22^048'$	$21^010'$	$20^017'$	
$30^0$	$90^0$	$73^016'$	$59^022'$	$49^06'$	$41^056'$	$37^00'$	$33^041\frac{1}{2}'$	$31^034'$	—	
$40^0$	$90^0$	$78^018\frac{1}{2}'$	$67^049'$	$59^013'$	$52^033'$	$47^036'$	$44^06'$	$41^046'$	—	
$50^0$	$90^0$	$81^042\frac{1}{2}'$	$73^059'$	$67^014\frac{1}{2}'$	$61^039\frac{1}{2}'$	$57^016'$	$54^00'$	$51^045'$	—	
$60^0$	$90^0$	$84^016'$	$78^050'$	$73^054'$	$69^038\frac{1}{2}'$	$66^09'$	$63^026'$	$61^031'$	—	
$70^0$	$90^0$	$86^022\frac{1}{2}'$	$82^054'$	$79^041'$	$76^050'$	$74^025'$	$72^030'$	—	—	
$80^0$	$90^0$	$88^014'$	$86^033'$	—	—	—	—	—	—	

Znači: imamo li zadane koordinate centralne točke snopa ( $\Theta_1, \phi_1$ ), aperturu snopa  $\alpha$ , kao i položaj satelita ( $\Theta, \phi_s$ ), u stanju smo na karti nanijeti elipsu pokrivanja u okolini točke  $P_1$ , uz pretpostavku da je apertura dovoljno mala.

#### Određivanje koordinata točaka $Q_2$ do $Q_n$ u ravni $\Gamma$

Ako u točki  $P_1$  postavimo novi koordinatni sistem čije su osi paralelne s noima iz centra zemlje onda koordinate točke  $Q_n$  s obzirom na novi sistem moraju zadovoljiti:

$$X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2 = r^2 \quad (6)$$

Jednadžba pravca kroz dvije točke (S i  $Q_n$ ) u novom koordinatnom sistemu glasi:

$$(x_s - x_1) X_n + (y - y_1) Y_n + (0 - z_1) Z_n = 0 \quad (7)$$

$$(D \cos \phi_s - R \cos \Theta_1 \cos \phi_1) X_n + (D \sin \phi_s - R \cos \Theta_1 \sin \phi_1) Y_n - R \sin \Theta_1 Z_n = 0 \quad (8)$$

Uzevši u obzir da  $CP_1$  čini sa  $P_1Q_n$  kut  $\gamma$ , koji je određen jednadžbom (4) možemo napisati:

$$\cos \Theta_1 \cos \phi_1 X_n + \cos \Theta_1 \sin \phi_1 Y_n + \sin \Theta_1 Z_n = r D \sin \psi_1 \cos \xi_n : SP_1 \quad (9)$$

tako da smo (za  $\phi_1 = \phi_s$ ) iz (6), (8) i (9) u stanju dobiti izraz:

$$Z_n^2 \sin^2 \psi_1 - 2r Z_n \cos \xi_n \sin \Theta_1 \sin \psi_1 (D - \cos \psi_1) : SP_1 + r^2 [\sin^2 \Theta_1 - \sin^2 \phi_1 \sin^2 \xi_n - (R^2 \sin^2 \Theta_1 \sin^2 \psi_1 \cos^2 \xi_n : SP_1^2)] = 0 \quad (10)$$

Kako je izraz (10) kvadratna jednadžba to će uvrštavanjem vrijednosti za  $\xi$  od  $0^0 - 180^0$   $Z_1$  biti koordinata za prvu polovicu kruga a  $Z_2$  za drugu polovicu. Dalje imamo:

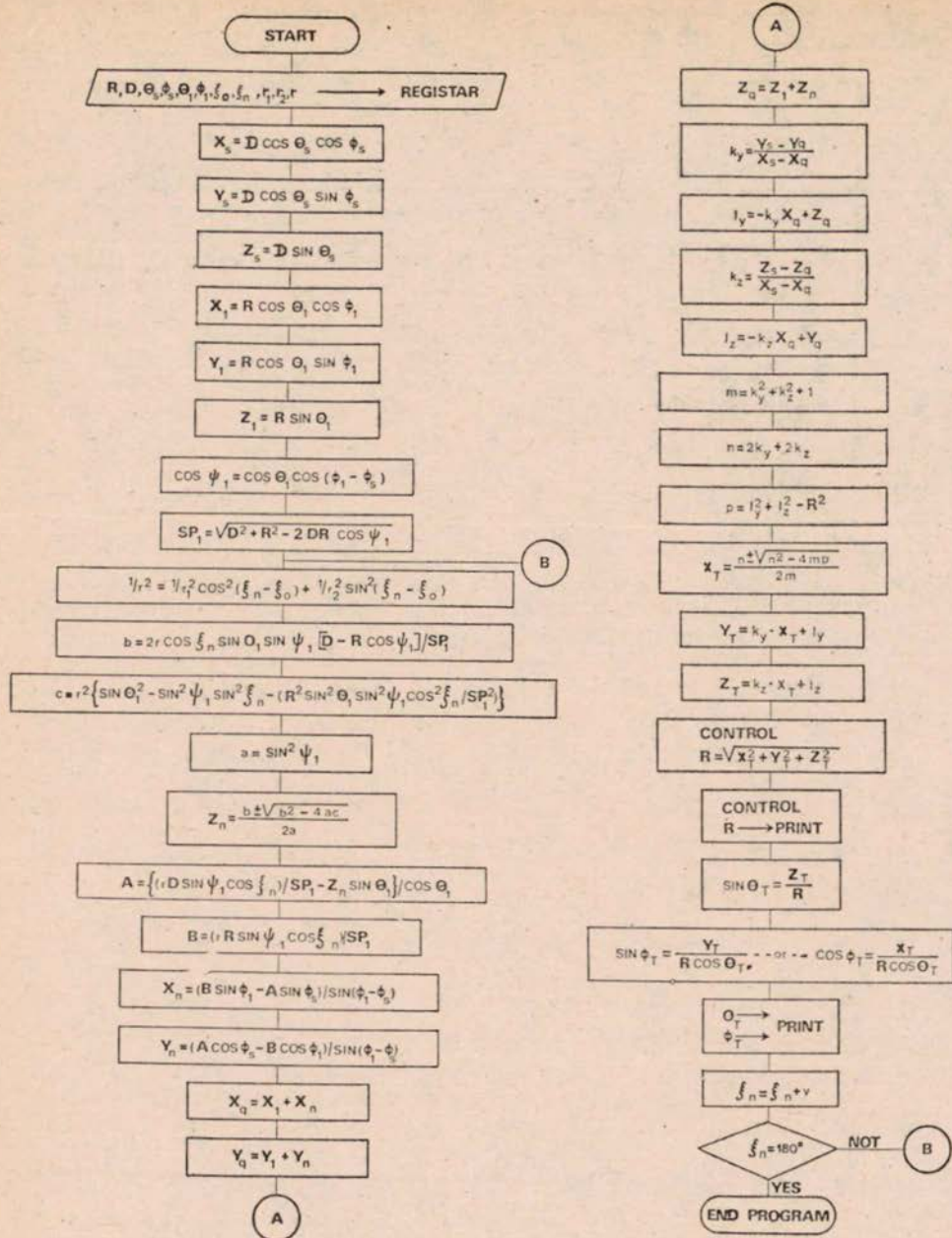
$$X_n = (B \sin \phi_1 - A \sin \phi_s) : \sin \Delta\phi$$

$$Y_n = (A \cos \phi_3 - B \cos \phi_1) : \sin \Delta\phi$$

gdje je:

$$A = [(u D \sin \phi_1 \cos \Theta_1) : SP_1 - Z_n \sin \Theta_1] : \cos \Theta_1$$

$$B = (r R \sin \phi_1 \cos \Theta_1) : SP_1$$



I konačno da dobijemo pravokutne koordinate tačke  $Q_n$  čiji je ugao centar zemaljske kugle treba samo još zbrojiti koordinate tako da  $Q_n$  ima koordinate  $x_1 + X_n$ ,  $y + Y_n$ ,  $z_1 + Z_n$ .

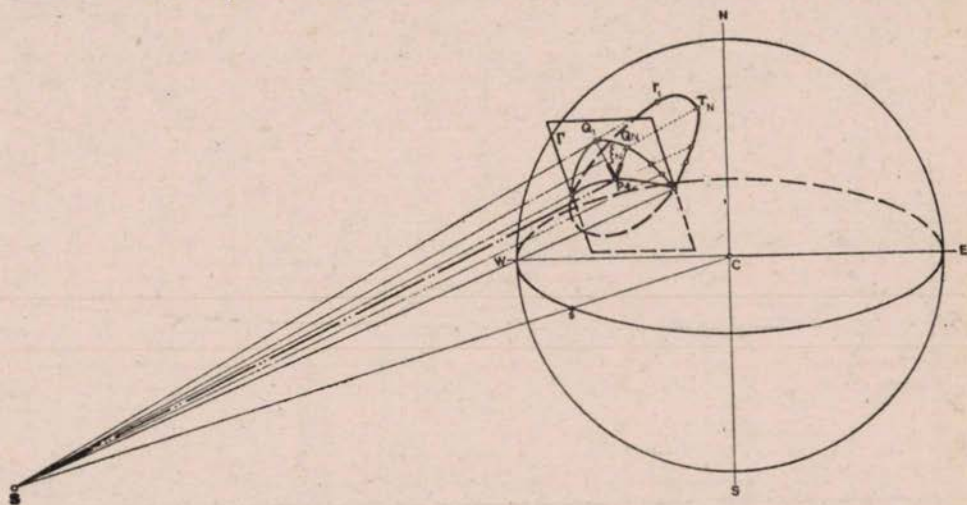


## Rješavanje zadataka za potrebe Jugoslavije

Iz dosada izloženog može se lako zaključiti da će granica pokrivenog područja koja treba zadovoljiti potrebe Jugoslavije imati izgled vrlo sličan elipsi. Znači, na nama je da odredimo gdje će biti centar te elipse t. j. (centralna točka snopa). Već na prvi pogled bilo je lako se odlučiti za okrugle koordinate u blizini Sarajeva. ( $\Theta_1 = 44^\circ$ ;  $\phi_1 = 18,5^\circ$ ). Položaj satelita je zadan sa geografskom dužinom  $10^\circ$  zapadno od Greenwicha. Redoslijed računanja lako se prati iz organigrama.

1. Računanje pravokutnih koordinata satelita
2. Računanje pravokutne koordinate centralne točke snopa
3. Računanje  $\psi$ , te udaljenosti satelita od centra zemlje.

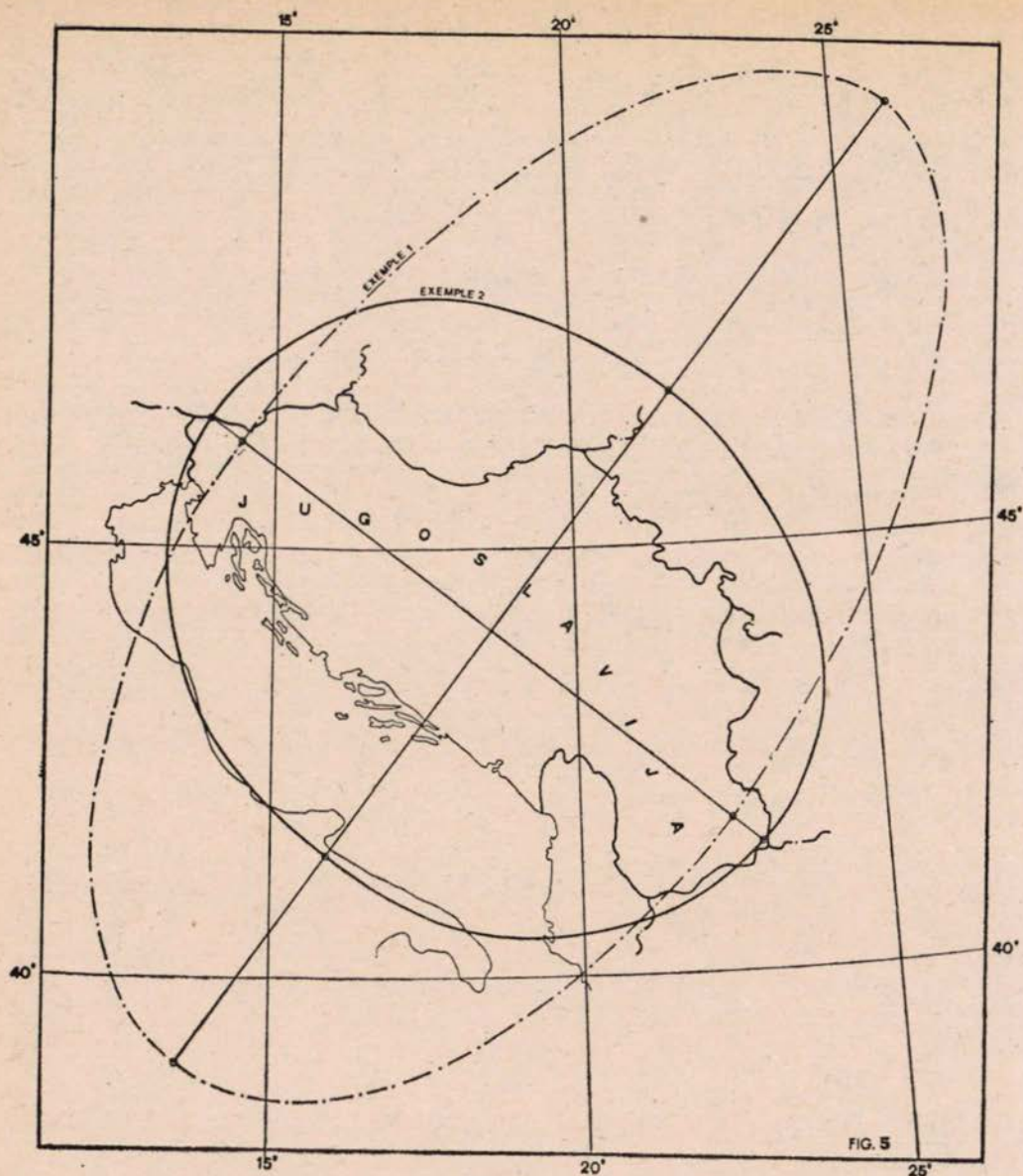
Zatim je trebalo za  $r$  odrediti neku početnu vrijednost. Bez nekih naročitih razloga uzeta početna vrijednost aperture ( $\alpha = 1,2^\circ$ ), u želji samo da ne bude prevelika, da se može lijepo ucrtati na kartu koja prikazuje Jugoslaviju sa susjednim državama. Iz toga se dobije  $r$  ( $r = SP_1 \operatorname{tg} \alpha/2$ ), kojega uvrštavamo dalje u račun za dobivanje koordinata točaka od  $Q_2$  do  $Q_n$ . Ovdje valja reći da je kut  $\xi$  povećanvan za po  $10^\circ$  što je omogućilo prikazivanje elipse pomoću 36 točaka. Sada, kad imamo definirano 36 točaka ( $Q_1 - Q_{36}$ ) pravilno rasprostrtih na kružnici polumjera  $r$  u ravnini  $\Gamma$  (slika 4), polazimo iz satelita pravce kroz točke  $T_1 - T_{36}$  i probodišta tih pravaca sa



Slika 4

kuglom su upravo tražene točke  $T_1 - T_{36}$ . Pretvorivši pravokutne koordinate  $x_t, y_t, z_t$  u geodetske koordinate  $Q_t$  i  $\phi_t$  (vidi »Tabela 3«) te nanijevši ih na kartu dobili smo elipsu »Exemple 1«. (slika 5).

Promatrajući sliku 5 elipsu vidimo da je mala os elipse premala, te čitanjem iz karte možemo odrediti veličinu male poluose elipse 1 ( $b = r_2 = 460$  km). Veliku poluosu elipse 1, očito moramo smanjiti koliko god je dozvoljeno. Preporučeno je da omjer osi ne treba biti veći od 2 : 1. Za to je uzeto  $a = r_1 = 200$  km.



Slika 5

Uvrstivši te vrijednosti u izraz:  $1/r^2 = 1/r_1 \cos^2 \xi_n + 1/r_2 \sin^2 \xi_n$  te nakon ponovljenog računanja dobili smo vrijednosti u Tabeli 4 a time i elipse »Exemple 2«.

U organigramu naveden je izraz:  $1/r^2 = 1/r_1^2 \cos^2 (\xi_n - \xi_0) + 1/r_2^2 \sin^2 (\xi_n - \xi_0)$  koji omogućuje osim promjena veličina osi elipse i rotaciju elipse za vrijednost  $\xi_0$ . Kako za teritorij Jugoslavije uz zadani položaj satelita ta rotacija ne bi ništa poboljšala oblik pokrivenog područja, to je za naše potrebe  $\xi_0 = 0$ .



T A B E L A 3

n	X	Y	Z	$\Theta$	$\Phi$
0	3677.820	1799.804	4879.676	49.999	26.075
10.0	3678.331	1731.161	4904.065	50.342	25.203
20.0	3701.641	1653.515	4913.312	50.472	24.070
30.0	3745.863	1569.646	4907.302	50.387	22.735
40.0	3808.013	1482.614	4886.490	50.095	21.272
50.0	3884.469	1395.554	4851.827	49.611	19.761
60.0	3971.395	1311.502	4804.672	48.961	18.275
70.0	4065.057	1233.256	4746.713	48.173	16.876
80.0	4162.014	1163.282	4679.883	47.279	15.615
90.0	4259.206	1103.646	4606.302	46.313	14.526
100.0	4353.975	1055.991	4528.209	45.305	13.632
110.0	4444.041	1021.517	4447.909	44.287	12.945
120.0	4527.469	1000.981	4367.717	43.288	12.467
130.0	4602.626	994.714	4289.903	42.334	12.195
140.0	4669.138	1002.630	4216.647	41.449	12.121
150.0	4722.862	1024.258	4149.983	40.653	12.236
160.0	4765.859	1058.770	4091.758	39.967	12.525
170.0	4796.376	1105.014	4043.589	39.404	12.973
180.0	4813.836	1161.555	4006.827	38.977	13.565
0	3677.820	1799.804	4879.676	49.999	26.075
10.0	3678.331	1731.161	4904.065	50.342	25.203
20.0	3701.641	1653.515	4913.312	50.472	24.070
30.0	3745.863	1569.646	4907.302	50.387	22.735
40.0	3808.013	1482.614	4886.490	50.095	21.272
50.0	3884.469	1395.554	4851.827	49.611	19.761
60.0	3971.395	1311.502	4804.672	48.961	18.275
70.0	4065.057	1233.256	4746.713	48.173	16.876
80.0	4162.014	1163.282	4679.883	47.279	15.615
90.0	4259.206	1103.646	4606.302	46.313	14.526
100.0	4353.975	1055.991	4528.209	45.305	13.632
110.0	4444.041	1021.517	4447.909	44.287	12.945
120.0	4527.469	1000.981	4367.717	43.288	12.467
130.0	4602.626	994.714	4289.903	42.334	12.195
140.0	4669.138	1002.630	4216.647	41.449	12.121
150.0	4722.862	1024.258	4149.983	40.653	12.236
160.0	4765.859	1058.770	4091.758	39.967	12.525
170.0	4796.376	1105.014	4043.589	39.404	12.973
180.0	4813.836	1161.555	4006.827	38.977	13.565

TABELA 4

n	X	Y	Z	$\Theta$	$\phi$
0	4048.668	1616.463	4644.591	46.813	21.764
10.0	4043.894	1584.687	4659.675	47.012	21.398
20.0	4040.525	1550.523	4674.069	47.202	20.993
30.0	4038.799	1512.081	4688.134	47.389	20.525
40.0	4039.474	1466.756	4701.932	47.572	19.956
50.0	4044.320	1410.832	4714.861	47.745	19.230
60.0	4057.262	1339.327	4724.586	47.875	18.268
70.0	4086.559	1247.848	4724.383	47.873	16.980
80.0	4146.029	1141.998	4699.273	47.537	15.399
90.0	4243.096	1054.710	4632.560	46.656	13.959
100.0	4352.718	1026.773	4536.130	45.406	13.273
110.0	4439.056	1050.435	4446.151	44.265	13.313
120.0	4495.353	1092.849	4378.855	43.426	13.663
130.0	4530.793	1136.086	4331.063	42.837	14.076
140.0	4553.851	1175.353	4296.263	42.411	14.472
150.0	4569.615	1210.597	4269.656	42.088	14.838
160.0	4580.899	1242.936	4248.219	41.829	15.180
170.0	4589.252	1273.648	4230.068	41.610	15.510
180.0	4 595.520	1303.990	4213.988	41.417	15.841
0	4048.668	1616.463	4644.591	46.813	21.764
10.0	4043.894	1584.687	4659.675	47.012	21.398
20.0	4040.525	1550.523	4674.069	47.202	20.993
30.0	4038.799	1512.081	4688.134	47.389	20.525
40.0	4039.474	1466.756	4701.932	47.572	19.956
50.0	4044.320	1410.832	4714.861	47.745	19.230
60.0	4057.262	1339.327	4724.586	47.875	18.268
70.0	4086.559	1247.848	4724.383	47.873	16.980
80.0	4146.029	1141.998	4699.273	47.537	15.399
90.0	4243.096	1054.710	4632.560	46.656	13.959
100.0	4352.718	1026.773	4536.130	45.406	13.273
110.0	4439.056	1050.435	4446.151	44.265	13.313
120.0	4495.353	1092.849	4378.855	43.426	13.663
130.0	4530.793	1136.086	4331.063	42.837	14.076
140.0	4553.851	1175.353	4296.263	42.411	14.472
150.0	4569.615	1210.597	4269.656	42.088	14.838
160.0	4580.899	1242.936	4248.219	41.829	15.180
170.0	4589.252	1273.648	4230.068	41.610	15.510
180.0	4 595.520	1303.990	4213.988	41.417	15.841