

# TRIGONOMETRIJSKA MREŽA SA IZMJERENIM STRANAMA I KUTOVIMA

*Nihad KAPETANOVIĆ — Sarajevo*

UVOD Mjerenje velikih dužina u geodeziji koje bi istovremeno zadovoljavalo zahtjeve tačnosti, ekonomičnosti i brzine izvođenja dugo je predstavljalo gotovo nerješiv problem. Tako se, na primjer, u trigonometrijskim mrežama mjerio samo ograničen broj osnovica, dok su se kutna mjerenja izvodila masovno. Pojavom elektronskih daljinomjera situacija se bitno izmijenila. Elektronski daljinomjeri omogućavaju brzo, efikasno i udobno mjerenje dužina s velikom tačnošću; nema više stvarnih razloga da se kutnim mjerenjima daje prednost u odnosu na linearna.

Može se slobodno reći da je pojava elektronskih daljinomjera izmijenila dosadašnju tehnologiju rada, Razumljivo je da se mjerenjem većeg broja linearnih elemenata u trigonometrijskoj mreži, naporedo s kutnim, popravljaju njen kvalitet a obrada podataka računskim automatima omogućava da se pri izjednačenju koristimo velikim brojem izmjerenih elemenata bez posljedica na ekonomičnost i brzinu izvođenja.

S druge strane, pojava elektronskih daljinomjera i stim u vezi sve masovnije mjerenje dužina, naročito većih, nameće geodetskim stručnjacima nove zadatke. Jedan od njih nesumnjivo predstavlja problem usklađivanja pojedinih, bilo linearnih, bilo kombiniranih (linearnih i kutnih) mjerenja. Drugim riječima, postavlja se problem pravilnog izbora težina pojedinih mjerenja. Ovaj problem tretira se u stručnoj literaturi, ali se ne može reći da je do kraja riješen. U svijetu još uvijek postoje različita mišljenja o tom problemu.

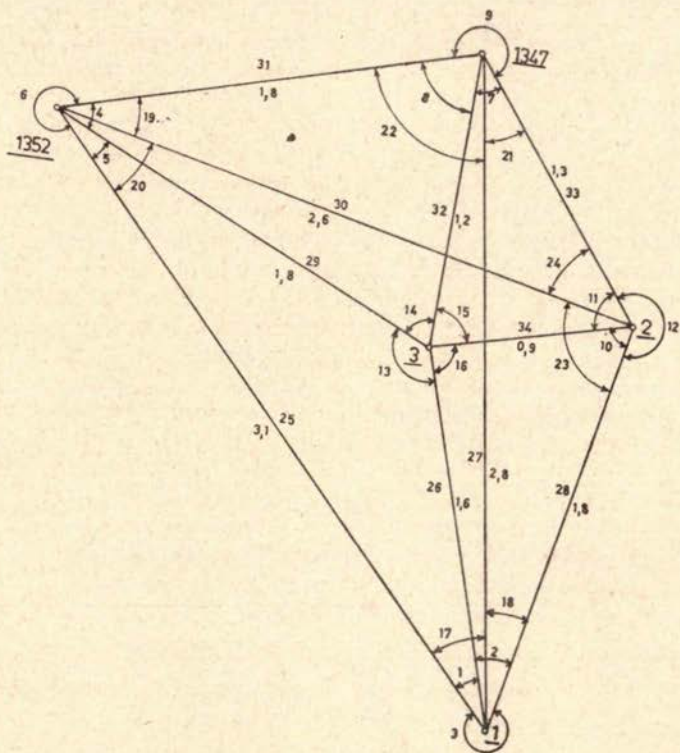
U svrhu ispitivanja optimalnog odnosa težina pojedinih elemenata razvijena je u gradu Sarajevu jedna manja, samostalna trigonometrijska mreža. U septembru i oktobru 1971 g. izvršena su mjerenja njenih linearnih i kutnih elemenata. Zatim je izvršeno izjednačenje pomenute mreže u različitim težinskim kombinacijama, što znači da su težine pojedinih elemenata varirane.

U ovom radu želio bih prikazati mjerenja, poglavito linearnih elemenata, u mreži, dok bih rezultate izjednačenja u različitim težinskim kombinacijama prikazao u posebnom radu.

## 1. IZBOR MREŽE

Odabrana trigonometrijska mreža (sl. 1) sastoji se od ukupno pet tačaka od kojih su dvije (1347 i 1352) tačke gradske trigonometrijske mreže Sarajeva, a ostale su novopostavljene tačke. Tačka 1347 stabilizirana je be-

tonskim stubom kao stajalištem instrumenta, dok su tačke 1352, 1 i 3 stabilizirane propisanim betonskim biljegama s podzemnim centrima. Tačka 2 nalazi se na terasi 14-katnog nebodera. Mreža je odabrana tako da se svaka tačka dogleda sa svim preostalim, što znači da je bilo moguće obostrano izmjeriti svih deset strana. Osim strana, izmjerena su 24 horizontalna kuta, tako da su u mreži izmjerena ukupno 34 elementa. Izmjereni elementi reducirani su na Gauss-Krügerovu projekciju. Za redukciju izmjerenih kosih dužina na horizont potrebne nadmorske visine tačka mreže određene sa ni-



Sl. 1. Skica trigonometrijske mreže

veliranjem od najbližih repera gradske nivelmanske mreže, izuzetak predstavlja tačka 2 čija je nadmorska visina određena trigonometrijski, kao opća aritmetička sredina od svih ostalih tačaka mreže.

Način mjerenja i postignuti rezultati prvenstveno za linearna i sasvim kratko za kutna mjerenja biće izloženi u nastavku.

## 2. LINEARNA MJERENJA U TRIGONOMETRIJSKOJ MREŽI

Linearna mjerenja izvršena su elektrooptičkim daljinomjerom EOS firme Carl Zeiss iz Jene br. 192455 vlasništvo Građevinskog fakulteta u Sarajevu. Prije mjerenja u mreži izvršena su mjerenja za kalibraciju pomenutog daljinomjera.

### 2. 1. Princip rada elektrooptičkog daljinomjera EOS

EOS spada u red elektrooptičkih daljinomjera srednjeg dometa a radi na principu faznog postupka, što znači da se mjeri fazna diferencija između referentnog signala (koji je ostao u daljinomjeru) i mjernog signala (koji je prevalio dvostruki put — tamo i nazad — uzduž mjerene strane).

Daljinomjer je proizveden 1966 godine što, gledano u relacijama automatizacije, znači pred relativno dosta dugo vremena. Stoga se, za razliku od novijih tipova kod kojih se dužine očitavaju digitalno, ovim daljinomjerom mjere se fazni kutovi (fazne diferencije) između referentnog i mjernog signala, na osnovu kojih se računa dužina. Mjerenje faznih kuteva traje, u srednjem, oko 15 minuta za jednu seriju. Isto toliko vremena potrebno je uvježbanom kalkulatoru da sračuna dužinu računskim strojem. Naravno, moguće je računanje vršiti i pomoću računskih automata, a firma isporučuje i posebne tablice za lakše računanje na terenu.

Oprema za mjerenje sastoji se od četiri osnovna dijela: samog daljinomjera, transvertera za proizvodnju visokog napona, izvora energije i reflektora. Prva tri elementa postavljaju se na glavnoj, a reflektor na pomoćnoj stanici. Reflektor se sastoji od sedam penta prizama na jednom kućištu. Uz jedan daljinomjer isporučuju se po tri reflektora, što omogućava dobijanje veće refleksne površine kod mjerenja većih dužina, dok se za manje dužine na taj način ubrzava mjerni proces, pošto se mogu istovremeno oformiti jedna glavna i tri pomoćne stanice.

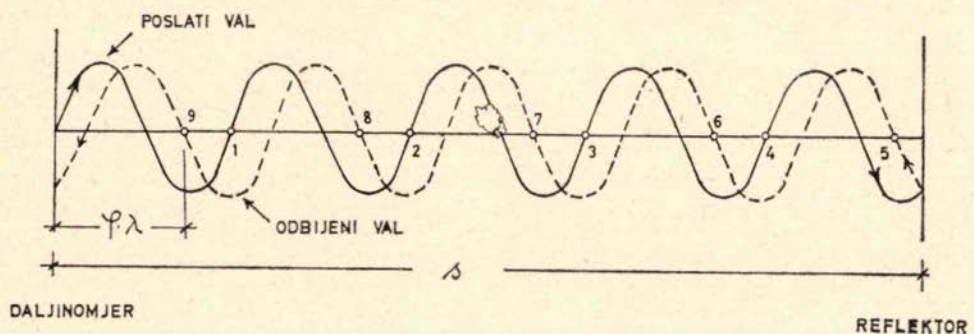
Pod optimalnim uvjetima, uz korišćenje svih mogućnosti daljinomjera može se postići domet danju do 15, a noću i do 25 km. Pri tome je potrebno da daljinomjer bude dobro justiran, vremenske prilike veoma povoljne, a na pomoćnoj stanici treba postaviti tri reflektora.

Daljinomjer i oprema dosta su teški, težina samog daljinomjera bez upravljača i stativa iznosi 32, a sa sandukom za transport 50 kg. Uz to je potreban i izvor energije, kojega firma ne isporučuje, a koji mora proizvoditi istosmjernu struju konstantnog napona (12V).

Žarulja daljinomjera proizvodi vidljive elektrooptičke oscilacije valne dužine cca 530 nm. Ovi noseći valovi moduliraju se pomoću ultrazvučnog modulara na četiri različite mjerne frekvencije od 54 do 60 MHz-a, tako da odgovarajuće valne dužine iznose 5,6 do 5 m. Glavni dio ultrazvučnog modulara je kristal kvarca. Kada se na kristal dovede odgovarajući visokofrekventni napon dolazi do periodičnog sažimanja i rastezanja kvarca, tj. do piezoelektričnog efekta. Kvarc se radi potrebne stabilnosti oscilacija nalazi u termostatu, čije zagrijavanje traje, u zavisnosti od temperature okoline, 12—20 minuta. Moguće je zagrijavanje termostata i za vrijeme transporta daljinomjera. Kao generator služi kvarcni oscilator (smješten također u termostatu), koji proizvodi četiri različite frekvencije od 4,5 do 5 MHz-a. Ove se frekvencije pomoću odgovarajućih multiplikatora ušesterostruče, pa kao pobudne frekvencije od 27 do 30 MHz-a dolaze na modulator. Svjetlost

se modulira dvostrukom vrijednošću pobudnih frekvencija, pa tako dolazi do pomenutih moduliranih frekvencija od 54 do 60 MHz-a.

Princip mjerenja sastoji se u tome što se referentni i mjerni signal susreću u diskriminatoru, pomoću kojeg se mjeri fiksna fazna diferencija od  $90^\circ$  ili  $270^\circ$ . Ako referentni i mjerni signal imaju faznu diferenciju različitu od fiksne, vrši se poništavanje struje koja zbog toga poteče, što se postiže okretanjem dugmeta goniometra dok kazaljka nul-instrumenta ne dođe u neutralan (nulti) položaj. Fazni kut potreban za to pročita se na skali goniometra. Ova skala je izgrađivana tako da se ne čita fazni kut  $\phi^0$  (u stupnjevima), nego vrijednost  $\varphi = \phi^0 : 360^\circ$  u vidu decimalnog razlomka. Da bi se kompenzirale eventualne mehaničke ili električne pogreške, nulovanje se vrši u dva položaja: kao fiksne fazne diferencije od  $90^\circ$  i kod fiksne fazne diferencije od  $270^\circ$ .



Slika 2.

Dužina  $s$  mjerene strane može se odrediti pomoću svake od četiriju frekvencija (odnosno valnih dužina, pošto su kao što je poznato, valna dužina  $\lambda$  i frekvencija  $f$  povezane relacijom  $\lambda = c : f$ , gdje je  $c$  brzina prostiranja svjetlosti iz izraza (sl. 2)

$$2s = n \lambda_i + \varphi_i \lambda_i \quad (i = 1, 4; 0 \leq \varphi < 1)$$

gdje  $n_i$  znači cio broj valnih dužina sadržanih u dvostrukoj dužini  $2s$  mjerene strane, a  $\varphi$  izmjereni fazni kut (faznu diferenciju). Teoretski bi iz svake od valnih dužina trebali dobiti istu vrijednost za dužinu mjerene strane, razumljivo je da će se, zbog neizbježnih pogrešaka pri mjerenju, dobiti četiri vrijednosti koje međusobno malo odstupaju; za definitivnu vrijednost usvaja se aritmetička sredina.

Pošto je u jednadžbi (1) nepoznat cio broj  $n$  trebalo bi mjerenu stranu poznavati s tačnošću  $\lambda_{\min} : 2 = \lambda_4 : 2 = \pm 2,5$  m. Da bi se to izbjeglo koriste se, za određivanje grubljih vrijednosti mjerene strane, razlike frekvencija iz kojih se računaju tzv. razmjernici (multiplikacione konstante), koji imaju vrijednosti  $b_1 = 3.000$  m,  $b_2 = 250$  m,  $b_3 = 25$  m, i  $b_4 = \lambda_4 : 2 = 2,5$  m. Pomoću ovih razmjernika postepeno se dobija sve tačnija približna vrijednost mjerene strane. Dužinu mjerene strane ipak je potrebno približno poznavati, s tačnošću od  $b_1 : 2 = \pm 1,5$  km, što se postiže procjenom od oka ili skidanjem s karte.

Izrada ultrazvučnog modulatora ne dozvoljava tačno postizanje unaprijed zadanih moduliranih frekvencija. Stoga frekvencija i razmjernici kod daljinomjera EOS nisu okrugli brojevi i moraju se odrediti za svaki primjerak daljinomjera posebno. Osim toga, jednom utvrđene vrijednosti nisu invarijabilne s obzirom na vrijeme; mijenjaju se za male iznose tokom vremena. Otuda i računanje dužina zahtjeva više vremena.

Očitavanje na kružnim skalama u pravilu su opterećena sistematskim pogreškama slučajnog karaktera. Ova pojava prouzrokovana je kako mehaničkim (ekscentricitet kružne skale) tako i električnim pogreškama. Zbog toga se uvode korekcije pročitanih faznih kutova (faznih razlika). Ove korekcije daje proizvođač, ali pošto su podložne promjenama, treba ih povremeno kontrolirati.

Dobijena vrijednost za dužinu strane sadrži u sebi i adicijonu konstantu daljinomjera  $K$ . Ova se sastoji od adicione konstante instrumenta  $k_i$  i adicione konstante reflektora  $k_r$ , tj.

$$K = k_i + k_r$$

Veličina  $k_i$  predstavlja fiktivnu dužinu između mehaničke središnje tačke daljinomjera (oko koje se daljinomjer okreće) i nulte (početne tačke puta svjetlosti. Ova konstanta prouzrokovana je električnim zakašnjenjima u aparatu, te je za njeno određivanje potrebno poznavati dužinu provodnika koji spaja generator frekvencije s modulatorom i prijemnikom, zatim vrijeme potrebno za transformaciju električnih signala u svjetlosne, dužinu puta svjetlosti u optičkim dijelovima aparata, itd.

Veličina  $k_r$  predstavlja konstantu reflektora i zavisi od upotrebljenog tipa.

Obje komponente  $k_i$  i  $k_r$  adicione konstante  $K$  mogu se odrediti teoretski, te se njihove vrijednosti daju u certifikatu. Zbog složenosti faktora od kojih te komponente zavise, mogu se odrediti samo u laboratorijskim uvjetima odnosno pomoću specijalnog pribora ili u tvornici koja je proizvela daljinomjer. Za praktične svrhe dovoljno je poznavati ukupnu vrijednost  $K$  koja se može definirati razlikom između stvarne dužine etalona i vrijednosti dobijene mjerenjem tog etalona daljinomjerom. Ova vrijednost može se odrediti izjednačenjem iz mjerenja više etalona u većem broju serija.

Dobijena vrijednost za dužinu oslobođena adicione konstante predstavlja, u općem slučaju, kosu dužinu mjerene strane. (Ona, ustvari, zbog djelovanja atmosferske refrakcije predstavlja luk, koji se, međutim, može aproksimirati tetivom, pošto je razlika beznačajna). Tako dobijena vrijednost odnosi se na normalnu atmosferu, definiranu određenim vrijednostima temperature i pritiska zraka, pritiska vodene pare i ostalih parametara atmosfere. Pošto se parametri atmosfere u trenutku mjerenja razlikuju od standardnih vrijednosti, uvodi se atmosferska korekcija. U tu svrhu mjere se na krajnjim tačkama, kao i eventualno nekim međutačkama mjerene strane, temperatura i pritisak zraka.

Da bi ovako dobijenu kosu dužinu mogli koristiti za geodetske svrhe, treba je reducirati na horizont i na elipsoid, a po potrebi i na ravninu projekcije. Dužina strane reducirana na ravninu projekcije u ovom radu označavana je sa  $d$ .

Pogreške u mjerenju dužina u velikom iznosu prouzrokovane su nepoznavanjem realnog stanja atmosfere u trenutku mjerenja. Parametri atmo-

sfere bitni za atmosfersku korekciju su u prvom redu temperatura i pritisak zraka; njihovo mjerenje redovito se obavlja samo na krajnjim tačkama mjerene strane. Stoga je razumljivo da njihova srednja vrijednost vrlo rijetko predstavlja realno stanje atmosfere uzduž cijelog puta valova, naročito kod nepovoljnih profila. Realnije stanje atmosfere dobija se mjerenjem parametara na više tačaka uzduž puta svjetlosti, što je skopčano s većim teškoćama.

Nepoznavanje realnog stanja atmosfere, što znači nepoznavanje stvarnog indeksa prelamanja u momentu mjerenja, kao i nestabilnost moduliranih frekvencija, suštinski ograničavaju tačnost mjerenja. Ako se mjerenja upoređuju s mjerenjima izvršenim na neki drugi način, pridružuje im se i pogreška u brzini svjetlosti, čija srednja vrijednost iznosi, kao što je poznato,  $\pm 0,4$  km/sek.

Opća formula za srednju pogrešku izmjerene strane s elektronskim daljinomjerom

$$m_s = \pm (a + b \cdot s) \quad (3)$$

prima, prema navodu proizvođača, za daljinomjer EOS oblik

$$m_s = \pm (0,5 \dots 1 \text{ cm} + 2 \cdot 10^{-6} s) \quad (3a)$$

pri čemu se smatra da veličina  $a$  ima vrijednost  $> 0,5$  cm samo za kraće dužine ( $\leq 200$  m).

## 2. 2. Kalibracija elektrooptičkog daljinomjera EOS

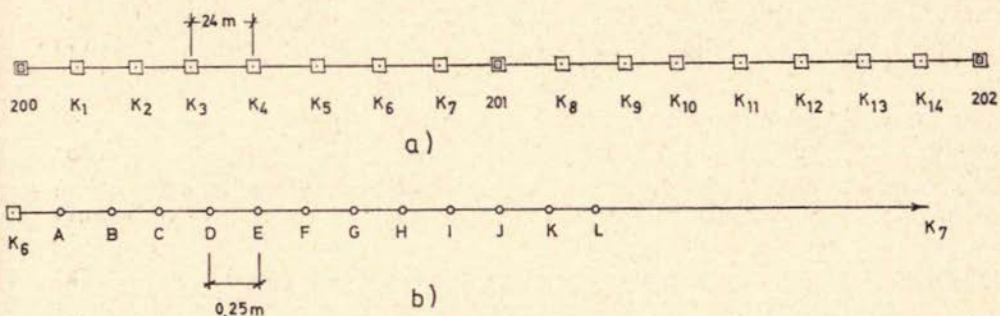
Od nabavke do korišćenja daljinomjera EOS prošlo je dosta vremena, daljinomjer je stigao neispravan pa je popravljn, a nije odmah imao ni svog certifikata. Sve te okolnosti nalagale su ispitivanje njegovih parametara. Utvrđivanje tačnih valnih dužina i s tim u vezi razmjernika, najtačnije se može izvršiti direktnim mjerenjem frekvencija. Adiciona konstanta i korekcije faznih diferencija pročitanih na skali goniometra mogu se odrediti izjednačenjem iz mjerenja poznatih dužina (etalona) daljinomjerom.

Četiri osnovne frekvencije veličine 4,5 do 5 MHz-a izmjerene su u Odjeljenju časovne službe Astronomske opservatorije u Beogradu, na mjerачu frekvencija Rhode — Schwarz u aprilu 1971 g. <sup>x)</sup> Pomenuti mjerач frekvencija omogućuje digitalno očitavanje do na 1 Hz. Na taj način postignuta je visoka tačnost u određivanju moduliranih frekvencija; pogreška u mjerenju osnovnih frekvencija iznosi  $\pm 0,5$  Hz, što odgovara pogreški moduliranih frekvencija od  $\pm 6$  Hz, odnosno relativnoj pogreški  $df/f$  moduliranih frekvencija od oko  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ . Stabilizacija frekvencija nastupila je nakon cca 40 minuta od završnog zagrijavanja termostata.

Interesantno je uporediti modulirane frekvencije date u certifikatu s onima koje su dobijene mjerenjem u Beogradu. Sve frekvencije  $f_i^{71}$  dobijene mjerenjem u Beogradu veće su od frekvencija  $f_i^{66}$  datih certifikatom. Razlike  $df_i = f_i^{71} - f_i^{66}$  ( $i = 1,4$ ) kreću se od  $+38$  do  $+154$  Hz, a njihove relativne promjene  $df_i/f_i$  od  $+0,7$  do  $+2,6 \cdot 10^{-6}$ . Ove promjene su svakako u očekivanim granicama. O promjeni frekvencija s vremenom moglo bi se nešto više reći jedino u slučaju redovitog ispitivanja, što bi svakako bilo vrlo korisno za utvrđivanje pouzdanosti dobijenih rezultata.

<sup>x)</sup> Mjerenje je izvršeno zahvaljujući susretljivosti puk. Dušana Šaletića, dipl. ing. geodezije. Mjerenje je izvršio tehničar Stevan Petković

Određivanje adicione konstante i korekcija faznih kutova izvršeno je mjerenjem odgovarajućih etalona na poljskom komparatoru u Sarajevu. Ovaj je prije nekoliko godina izmjeren invarnim žicama, a postignuta tačnost iznosi cca 1:1 000 000. Komparator ima 16 raspona od po 24 metra (sl. 3a), sa tri betonska stuba (200, 201 i 202) i šesnaest betonskih biljega ( $K_1 \dots K_{16}$ ) ukopanih ravno sa površinom zemlje. U svrhu kalibracije, na rasponu  $K_6 - K_7$  pobijeno je dvanaest kolaca (A ... L) na međusobnom odstojanju od cca 0,25 m (sl. 3b). Mjerenje tačnih odsječaka od po 0,250 m izvršeno je invarnom pantljkikom, a tačke su obilježene olovkom na kartonima pričvršćenim na gornjim ivicama kolaca.



SL. 3.

Pošto je svih 16 raspona izmjereno invarnim žicama, a dužina  $K_6 - L$  od svega tri metra s međutačkama na svakih 0,250 m izmjerena invarnom pantljkikom, smatraju se svih 29 dobijenih odsječaka uvjetno tačnim dužinama tj. etalonima.

U cilju određivanja adicione konstante i korekcija faznih diferencija izmjereno je svih 29 etalona daljinomjerom EOS u ukupno 90 mjernih serija.

Najprije je iz malog broja opažanja određena privremena vrijednost adicione konstante. Ona je privremena ne samo stoga što je sračunata iz malog broja mjerenja, već i stoga što je dobijena iz nekorisnih faznih kutova.

Određivanje privremenih vrijednosti korekcija faznih razlika izvršeno je iz mjerenja etalonskih dužina 202 —  $K_6$ , 202 — A ... 202 — L. Pošto se modularane poluvalne dužine za sve frekvencije kreću u intervalu 2,5 ... 2,8 m, intervalom  $K_6 - L$  od tri metra obuhvaćen je pun krug skale goniometra za svaku frekvenciju. Mjerenju svakog etalona odgovara različit fazni kut. Sračunate EOS-dužine (uzimajući u obzir privremenu vrijednost adicione konstante) upoređene su s odgovarajućim etalonima. Zatim su na apscisnu os nanoseni fazni kutovi a na ordinatnu os razlike etalona i EOS-dužina, tj. veličine

$$l_{ij} = e_j - s_{ij} \quad (i = \overline{1,4}; j = \overline{1,13}) \quad (4)$$

pri čemu  $s_{ij}$  predstavlja vrijednost etalona  $e_j$  izmjenog frekvencijom  $f_j$ .

Na taj način za svaku od četiriju frekvencija dobijeno je po 12 tačaka, iz čijeg toka je očigledno da se radi o sinusoidama s periodom  $\pi$ , tako da izravnavajuća krivulja

$$K_G = X_0 + X \sin(2\varphi + \varphi_0) \quad (5a)$$

predstavlja traženu funkciju korekcija faznih diferencija. Pri tome u jednadžbi (5a)  $X_0$  predstavlja pomak krivulje  $K_G$  u odnosu na apscisnu os,  $X$  amplitudu, a  $\varphi_0$  fazni pomak u odnosu na početak skale goniometra. U svrhu lakšeg računanja uvode se pomoćne veličine

$$y = X \cos \varphi_0 \quad z = X \sin \varphi_0 \quad (6)$$

tako da važe odnosi

$$X = \sqrt{y^2 + z^2} \quad \text{tg} \varphi_0 = \frac{z}{y} \quad (7)$$

a funkcija  $K_G$  u transformiranom obliku glasi

$$K_G = X_0 + y \sin 2\varphi + z \cos 2\varphi \quad (5b)$$

Za svaki od trinaest EOS-om izmjerenih etalona i za svaku frekvenciju  $f_i$  sastavlja se odgovarajuća jednadžba, tako da za svaku frekvenciju imamo sistem od 13 jednadžbi popravaka

$$v_{ij} = X_{0i} + y_i \sin 2\varphi_{ij} + z_i \cos 2\varphi_{ij} - \varphi_{ij} \quad (i = \overline{1,4}; j = \overline{1,13}) \quad (8)$$

čijim se izjednačenjem pod uvjetom  $[vv] = \text{minimum}$  određuju vrijednosti za  $X_{0i}$ ,  $y_i$  i  $z_i$ , a na osnovu jednadžbe (7) i preostali parametri  $X_i$  i  $\varphi_{0i}$ .

Na taj način određen je tok korekcijske krivulje za svaku frekvenciju. Vrijednosti amplituda  $X$  nisu neznatne i za pojedine frekvencije kreću se od cca 6 do 18 mm. Fazni pomaci kreću se od cca  $40^\circ$  do  $60^\circ$ . Vrijednosti  $X_0$  zavise od usvojene vrijednosti za privremenu adicione konstantu.

Srednje pogreške  $m$  mjerenja jednog etalona za pojedine frekvencije kreću se od  $\pm 3,0$  do  $\pm 4,2$  mm, a srednje pogreške  $MK_G$  funkcije  $K_G$  kreću se od  $\pm 1,2$  do  $\pm 1,7$  mm. Pošto je za sve četiri frekvencije  $m_0 < X$ , a  $MK_G < X$ , oblik funkcije  $K_G$  može se smatrati dokazanim za svaku frekvenciju. S ovako dobijenim vrijednostima za  $X_0$ ,  $X$  i  $\varphi_0$  sračunate su vrijednosti funkcije  $K_G$  za svaku frekvenciju za dovoljan broj vrijednosti faznog kuta. Ove vrijednosti korekcija faznih kutova smatramo privremenim, pošto su sračunate korišćenjem privremene vrijednosti adicione konstante. Drugim riječima, u korekciji faznih kutova sadržana je i razlika između privremene i definitivne vrijednosti, tj. korekcija adicione konstante. Međutim, iz oblika funkcije  $K_G$  (jednadžbe 5) jasno je da je ta razlika sadržana samo u apsolutnom članu, tj. apsolutni član pored karakterističnog pomaka funkcije  $K_G$  u odnosu na apscisnu os sadrži još i pogrešku određivanja adicione konstante.

Definitivna vrijednost adicione konstante određena je na taj način, što je privremenoj vrijednosti dodata korekcija te vrijednosti dobijena upoređivanjem EOS-dužina sračunatih pomoću korigiranih faznih kutova sa odgovarajućim etalonima. Za ovu svrhu korišćeno je svih 29 etalonskih dužina izmjerenih u ukupno 90 serija.

Oduzimanjem korekcije adicione konstante od ranije sračunatih privremenih vrijednosti  $K_G$  dobijene su definitivne vrijednosti korekcija faznih kutova  $K_{G\text{def}}$ , najprije u milimetrima, a dijeljenjem sa poluvalnim dužinama



u jedinicama faznog kuta  $\varphi$ . Razumljivo je da korekcije faznih kutova važe samo za jednu određenu vrijednost adicione konstante; svaka promjena u adicionoj konstanti izaziva promjenu veličine  $X_0$ , pa stoga i korekcija faznog kuta.

Srednja pogreška jednog mjerenja, pomoću kojih je određena adicione konstanta, u jednoj seriji, sračunata iz odstupanja od aritmetičkih sredina EOS-mjerenja za pojedine etalone, iz svih 90 serija iznosi  $m_0 = \pm 1,4$  mm. Razumije se da ovo predstavlja unutarnju tačnost mjerenja.

Odstupanja aritmetičkih sredina dobijenih mjerenjem daljinomjerom EOS pojedinih etalona od uvjetno tačnih, tj. etalonskih vrijednosti predstavljaju prave pogreške. Srednja pogreška jednog mjerenja u jednoj seriji sračunata iz odstupanja svih etalona iz svih 90 serija iznosi  $m_{E_0} = \pm 3,3$  mm. Maksimalna vrijednost srednje pogreške iznosila je pri tome (za jedan etalon izmjeren u dvije serije)  $\pm 6,3$  mm. Ovo potvrđuje realnost od strane proizvođača navedene tačnosti date formulom (3a).

Upoređenjem je utvrđeno da je za sve etalone srednja pogreška sračunata iz pravih pogrešaka veća od one sračunate iz odstupanja od aritmetičke sredine. Isto tako, očigledno je i  $m_{E_0} > m_0$ , što je i trebalo očekivati, pošto  $m_{Ed}$  pored pogreške  $m_0$  sadrži i pogrešku određivanja adicione konstante i pogrešku etalona.

Za mjerenje pomenutih 29 etalona u 90 serija provedene su i neke statističke analize. Kriteriji o odnosu maksimalne i srednje pogreške, o broju pozitivnih i negativnih pogrešaka, odnos srednje, prosječne i vjerovatne pogreške ispunjeni su i dobro se slažu sa teoretskim odnosima. Pripadnost normalnom rasporedu ovjerena je pomoću hi-kvadrat teksta. Na osnovu izloženog može se smatrati da su mjerenja koja su poslužila za određivanje parametara daljinomjera oslobođena sistematskih utjecaja i da slijede zakone slučajnih pogrešaka. Iz toga slijedi zaključak da su i vrijednosti parametara daljinomjera dobro određene.

Zanimljivo je da dobijene vrijednosti za adicione konstantu i korekcije faznih kutova dosta odstupaju od vrijednosti datih certifikatom. Vrijednost adicione konstante data certifikatom veća je za gotovo 3 cm od one koja je dobijena iz mjerenja na komparatoru. Umjesto četiriju različitih (za svaku frekvenciju zasebno) proizvođač daje jednu zajedničku krivulju korekcija faznih kutova. Ako bi mi uveli jednu rezultatnu krivulju kao aritmetičku sredinu svih četiriju pojedinačnih, ona ni približno ne bi predstavljala krivulju korekcije faznih kutova datu certifikatom. Objašnjenje za ovu pojavu treba tražiti u proteklom vremenu i činjenici da je daljinomjer otvran i popravljan, pri čemu je moglo doći do promjena pojedinih električnih vrijednosti, kao i mehaničkih deformacija pojedinih dijelova.

### 2. 3. Mjerenje strana trigonometrijske mreže

Mjerenje svih strana u mreži izvršeno je za pet dana, od 19. do 23. septembra 1971, pošto su prethodno bile izvršene sve pripreme i obavljeno probno mjerenje jedne dugačke strane u većem broju serija. Svakoga dana izvršeno je mjerenje sa jedne stanice.

Kao izvor energije korišćena su dva akumulatora napona 12 V, pošto se jedan pokazao nedovoljnim; nakon 3 — 3,5 sata rada napon je opadao ispod dozvoljene granice (11,8 V), a rad sa akumulatorom nedovoljnoo napona ima za posljedicu gubitak u kvalitetu mjerenja.

Svih deset strana izmjereno je obostrano. Principijelno je svaka strana u svakom smjeru izmjerena u po tri mjerne serije — neposredno jedna za drugom — tako da za svaku stranu postoji po šest mjernih serija. Mjerenja su mahom izvršena danju, samo je strana 1 — 1352 izmjerena danju, u sumrak i noću. Zbog guste magle, karakteristične za jesenje dane u Sarajevu, s mjerenjem se moglo započinjati tek oko 11 sati pa i kasnije, i to birajući pravac s najboljom vidljivošću. Treba naglasiti da se mjerenje moglo izvoditi i pri magli, tako je strana 1347 — 3 dužine 2,2 km izmjerena po jakoj magli i smogu, kada je meteorološka vidljivost iznosila jeva 1 km. Pri tome je viziranje izvršeno »naslijepo«, a bljesak reflektora jedva se suočavao u magli.

Centriranje daljinomjera i reflektora vršeno je pomoću dobro rektificiranih Zeiss-ovih optičkih viskova.

Na stranici daljinomjera na početku i na kraju svake mjerne serije očitovani su temperatura i pritisak zraka; aritmetička sredina upisivana je u zapisnik za mjerenje dužina. Na stanicama reflektora radnici — studenti bilježili su temperaturu i pritisak svakih 15 minuta; vrijednosti za pojedine serije dobijane su interpolacijom. Na jednoj stranici korišćen je najčešće samo po jedan termometar i barometar — aneroid sa mogućnošću očitavanja desetinki stupnjeva Celzusa odnosno desetinki milimetara živinog stuba. Prije početka i nakon završetka radova termo — i barometri su upoređeni s velikim živinim termo — i barometrom Zavoda za meteorologiju Prirodno-matematičkog fakulteta u Sarajevu. Oscilacije temperature (+9,4 do +21,8°C) i pritiska (696 do 721 mm Hg) u periodu mjerenja očigledno nisu velike i dosta su bliske vrijednostima normalne atmosfere za EOS ( $t = 15^{\circ}\text{C}$ ;  $p = 740$  mm Hg). Stoga su i atmosferske korekcije mjerenih strana dosta malene, uvijek pozitivne, a najveća iznosi +53 mm.

Visine opažanih tačaka određene su s velikom tačnošću, tako da se može smatrati da praktično ne postoje pogreške strana zbog pogrešaka geometrijskih redukcija. Približne koordinate na osnovu kojih su sračunate ostale redukcije mjernih strana su dovoljno tačne, tako da su i pogreške ostalih redukcija svedene na nulu.

Računanje svih dužina (za kalibraciju i u mreži) izvršeno je na malom kompjutoru »Packard« Geodetskog zavoda u Sarajevu \*). Dužine su reducirane na Gauss-Krügerovu ravninu projekcije.

Srednje pogreške  $m_1$  i  $m_2$  jedne strane u jednoj seriji u jednom ili suprotnom smjeru, sračunate na osnovu odstupanja pojedinih mjerenja od aritmetičke sredine kreću se u intervalu od  $\pm 1,0 \dots \pm 12,4$  mm. Srednje pogreške jedne strane izmjerene u jednoj seriji iz svih (obostranih) mjerenja te strane kreću se u intervalu  $\pm 2,1 \dots \pm 11,7$  mm. Srednja pogreška jedne izmjerene strane u jednoj seriji sračunata iz svih mjerenja u mreži iznosi  $m_0 = \pm 7,2$  mm.

Ocjenu tačnosti moguće je izvršiti i pomoću dvostrukih mjerenja. Ako aritmetičku sredinu  $d_1$  svih mjerenja jedne strane u jednom smjeru shvatimo kao jedno, a aritmetičku sredinu  $d_2$  svih mjerenja u suprotnom smjeru kao drugo mjerenje, onda za srednju pogrešku sračunatu pomoću dvostrukih mjerenja dobijamo

\*) Program za računanje izradio je Fikret Kološ ing. geodezije, koji je uz pomoć Ismeta Sadovića ing. geodezije, izvršio i računanje svih dužina.

$$m_{dv} = \sqrt{\frac{[(d_1 - d_2)^2]}{2 \cdot 10}} = \pm 6,7 \text{ mm} \quad (9)$$

Pri tome ( $d_1 - d_2$ ) za dužine na sl. 1 označene brojevima 25, 26, ... 34 redom iznose  $-8, +9, +5, +7, -17, 0, -11, +6, +2$  i  $+15$  mm.

Tačnost s kojom su izmjerene dužine u mreži svakako bi najrealnije dobili upoređivanjem s poznatim dužinama — etalonima. U konkretnom slučaju moguće je upoređivanje vrijednosti za stranu gradske triangulacije 1347 — 1352 dužine cca 1,8 km. (Dužine svih strana u kilometrima naznačene su na sl. 1). Aritmetička sredina dobijena iz šest obostranih mjernih serija daljinomjerom EOS manja je za 22 mm od vrijednosti za istu dužinu sračunatu iz koordinata gradske trigonometrijske mreže. Osim ove strane izmjerena je (izvan posmatrane samostalne mreže), jednostrano u tri mjerne serije, još jedna strana gradske trigonometrijske mreže, tj. strana 1376 — 1351 dužine cca 2,4 km. Dobijena EOS-dužina manja je za 38 mm od vrijednosti sračunate iz koordinata gradske mreže. Dobijene razlike ne daju nam pravo na donošenje zaključaka o postojanju bilo sistematske pogreške linearnih mjerenja izvršenih daljinomjerom EOS, bilo pogreške mjerila gradske trigonometrijske mreže. Broj mjerenja za tu svrhu suviše je mali, a dobijene razlike tolike da mogu biti prouzrokovane kako slučajnim pogreškama u mjerenju dužina, tako i položajnim pogreškama tačaka gradske triangulacije, odnosno njihovim kombiniranim utjecajem.

Za linearna mjerenja u mreži provedene su neke statističke analize, koje su pokazale upotrebljivost rezultata linearnih mjerenja za daljnju obradu (izjednačenje). Također se i postignutim rezultatima ovih mjerenja može smatrati dokazom realnost od strane proizvođača navedenog izraza za srednju pogrešku mjerene dužine (formula 3a).

### 3. KUTNA MJERENJA U TRIGONOMETRIJSKOJ MREŽI

Horizontalni kutovi mjereni su instrumentom Wild T 3, po odredbama za gradsku triangulaciju (Pravilnik (9)), što znači u minimalno šest girusa. Kao što se sa sl. 1 vidi, izmjereni su kutovi centralnog sistema i kutovi geodetskog četvorokuta, tako da se na svakoj tački osim centralne mogu zatvoriti po dva horizonta: jedan za centralni sistem, a drugi za geodetski četvorokut. Mjerenje kutova izvršeno je od 2. do 15. oktobra 1971 g. Gotovo na svakoj stanici mjerenje se moralo obavljati u dva različita dana. Magla je, naime, onemogućavala mjerenje u prijedpodnevnim satima, pa pošto su dani bili sunčani, mjerenje je bilo praktički moguće od oko 15<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> do mraka. Kutovi su mjereni na obične trasirke.

Izmjereni kutovi reducirani su na Gauss-Krügerovu ravninu projekciju.

Dok kod linearnih mjerenja nije bilo odbacivanja rezultata dobijenih mjerenjem, ovdje ih je odbačeno oko 10%.

Srednje pogreške kuta izmjenjenog u jednom girusu kreću se u intervalu  $\pm 0'',49 \dots \pm 1'',17$ . Srednja pogreška kuta izmjenjenog u jednom girusu za cijelu mrežu iznosi  $\pm 0'',88$ . Maksimalna nesuglasica zatvaranja horizonta iznosi  $+2'',75$ . Srednja pogreška kuta iz svih devet zatvaranja horizonta iznosi  $\pm 0'',77$ . Od osam zatvaranja trokuta u mreži, dobijene su četiri pozitivne i toliko negativnih nesuglasica, maksimalna iznosi  $4'',08$ . Srednja pogreška kuta po Ferreru iznosi  $\pm 1'',24$ . Dobijeni odnos između srednje, prosječne i vjerovatne pogreške zatvaranja trokuta od 1 : 0,84 : 0,72 dosta je blizak teoretskom, iako u mreži ima samo osam trokuta.

Na osnovu izloženog može se smatrati da i kutna mjerenja u mreži pokazuju upotrebljivost za daljnju obradu (izjednačenje).

Na osnovu opisanih linearnih i kutnih mjerenja izvršeno je izjednačenje mreže, pri čemu su težine pojedinih elemenata varirane. Rezultati izjednačenja biće prikazani u posebnom radu.

## LITERATURA

- 1 — »Carl Zeiss« Jena: Elektro-Optisches Streckenmessgerät EOS, Gebrauchsanleitung.
- 2 — Čubranić N.: Teorija pogrešaka s računom izjednačenja, Zagreb 1967.
- 3 — Delong B.: Periodischer Fehler der Goniometerskale des elektrooptischen Streckenmessgerätes EOS. Vermessungstechnik 4/1968.
- 4 — Jordan (Eggert) Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band VI, Stuttgart 1966.
- 5 — Ladewig W.: Untersuchungen des Messgenauigkeit und Leistung des elektrooptischen Entfernungsmessers EOS. Vermessungstechnik 10/1966.
- 6 — Pauli W.: Über die Berechnung elektronisch gemessener Strecken. Vermessungstechnik 1/1966.
- 7 — Pauli W.: Zur Genauigkeit des EOS. Vermessungstechnik 12/1968.
- 8 — Richter H., Wendt H.: Elektrooptisches Streckenmessgerät EOS aus Jena. Vermessungstechnik 4/1965.
- 9 — Savezna geodetska uprava: Pravilnik za državni premer II-A deo, Osnovni radovi na gradskom premeru, Beograd 1956.
- 10 — Sigl R.: Frequenzprüfgeräte »Erica« und »Erich« für die Tellurometergeräte MRA 1 (2) und Hydrodist. Allgemeine Vermessungs Nachrichten 3/1963.
- 11 — Vranić V.: Vjerojatnost i statistika, Zagreb 1965.